

オプティカル・フローにおける回転成分と並進成分の 局所オペレーターを用いた分離法

Decomposition of Optical Flow Induced by Curved Paths of Observation
into Rotational and Translational Components Using Local Operators

小林 裕忠
Hiro tada Kobayashi

杉江 昇
Noboru Sugie

(名古屋大学工学部情報工学科)

(Department of Information Science, Faculty of Engineering, Nagoya Univ.)

Abstract It is well established that optical flow contains information not only about the relative motion between the observer and his 3D environment, but also about the 3D structure of objects. But these informations are contained only in the translational component of optical flow. This paper will present a mathematical method of decomposition of spherically projected optical flow induced by curved paths of observation into rotational and translational components. This method uses only local operators, and is not dependent on global properties of optical flow. This method was applied to several synthetic optical flows.

1. まえがき

3次元空間の中を運動する物体を2次元画面に投影すると、そこに物体上の各点の2次元速度場が生じる。この速度場のことをオプティカル・フローと呼ぶ。人間の視覚系では瞬間的な、物体の網膜像がそれに相当する。我々はこのオプティカル・フローを手がかりとして、観測者と外界との相対的な位置や動き、外界の3次元形状等の情報を得ているものと考えられる。

ところで、一般に運動は、並進運動と任意の軸のまわりの回転運動とに分けられ、オプティカル・フローは並進成分と回転成分とのベクトル和として表わされる。しかし、オプティカル・フローを手がかりとして得られる情報は並進成分のみに含まれており、これらの情報を得るためには並進成分と回転成分を分離する必要がある。

オプティカル・フローに関してこれまでなされてきた研究課題は、大ざっぱに次の3つに分類される。

1. オプティカル・フロー自体を求めること
2. オプティカル・フローから対象物体の3次元形状を求めること
3. オプティカル・フローから観測者と対象物体との相対的な動きや位置を求めること

本報告は、3に関するものである。Longuet-HigginsとPrzedny[1]は、なめらかで、十分曲率の大きな表面を持つ対象物体が作るオプティカル・フローの空間的な1次微分と2次微分を計算することにより、対象物体の3次元形状と観測者との相対運動を決定できることを示した。しかし、この方法はオプティカル・フローの2階までの空間微分をとるという操作を行っているのでノイズに対して弱

いという欠点を持っている。Przydy [2]は、オプティカル・フローを平面上に投影して、3つの未知数を含む3次方程式を導き、それを解くことにより観測者と対象物体との相対運動を求める方法を提案した。しかし、この3次方程式を代数的に解くことは不可能で、初期値を適当に決めて反復法によって解くため、ノイズに弱いという欠点を持っている。Przydy [3][4]はさらに、数個の観測点でのオプティカル・フローから運動パラメータを決定するために最小自乗法を用いる方法を提案したが、詳細なことは明らかにされていない。Anna R. Bruss と Berthold K.P. Horn [5]は、Przydyと同じように最小自乗法を用いて、数個の観測点だけでなく、できるだけ多くの観測点でのオプティカル・フローから運動パラメータを求める方法を提案した。Koenderink と van Doon [6]は、運動の並進成分が既知であれば、オプティカル・フローの局所的な解析により対象物体の面の傾きが得られることを示した。

本研究では、オプティカル・フローを観測者を中心とする単位球面上に投影して局所的な処理のみで、その並進成分と回転成分を分離することを試みた。球面上に投影することにより、オプティカル・フローの並進成分は球面上の並進運動の中心から放射状に並び、回転成分は球面上の回転運動のまわりに同心円状に並びことになり、非常に簡明な表現となる。

2. 球面上でのオプティカル・フロー

オプティカル・フローは観測者と対象物体との相対運動によって生じるものでどちらが運動する場合も同様の議論が可能である。ここでは、静止した環境の中を観測者が曲線運動する場合を考える。

Fig.2-1のように観測者(O点)に固定した3次元直交座標系を考え、ある時刻での並進速度を $v = (v_x, v_y, v_z)$ 、回転速度を $\omega = (\omega_x, \omega_y, \omega_z)$ とする。

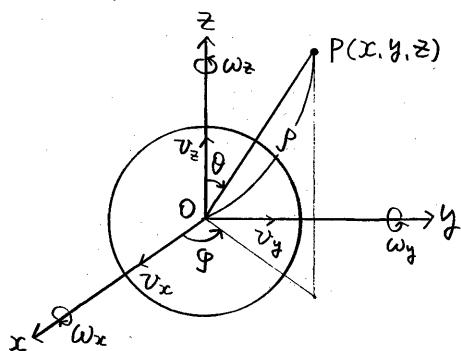


Fig.2-1

対象物体上の任意の点Pの座標を (x, y, z) とし、それをO点を中心とする3次元極座標 (ρ, θ, φ) に変換すると、変換式は、

$$\begin{cases} x = \rho \sin \theta \cos \varphi \\ y = \rho \sin \theta \sin \varphi \\ z = \rho \cos \theta \end{cases} \quad (2.1)$$

となる。したがって、P点の変位速度 \dot{r} は

$$\dot{r} = \dot{\rho} e_\rho + \rho \dot{\theta} e_\theta + \rho \dot{\varphi} \sin \theta e_\varphi \quad (2.2)$$

と表わされる。ここで、 $e_\rho, e_\theta, e_\varphi$ はそれぞれ、 ρ, θ, φ 方向の単位ベクトルである。しかし、実際観測できる \dot{r} の成分は角度に依存した θ 方向と φ 方向の成分である。すなわち、

$$(\dot{r})_{ang} = \rho \dot{\theta} e_\theta + \rho \dot{\varphi} \sin \theta e_\varphi \quad (2.3)$$

したがって、観測者を中心とする単位球面上に投影したオプティカル・フローは

次のように求まる。

$$(\dot{r})_{ang}/\rho = \dot{\theta}e_{\theta} + \dot{\phi}\sin\theta e_{\phi} \quad (2.4)$$

(2.4) の成分を具体的に求めると次のようになる。(〔7〕参照)

$$\theta \text{ 成分: } \dot{\theta} = \rho^{-1}(-v_x \cos\theta \cos\phi - v_y \cos\theta \sin\phi + v_z \sin\theta) + \omega_x \sin\phi - \omega_y \cos\phi \quad (2.5)$$

$$\phi \text{ 成分: } \dot{\phi} = \dot{\phi} \sin\theta = \rho^{-1}(v_x \sin\phi - v_y \cos\phi) + \cos\theta(\omega_x \cos\phi + \omega_y \sin\phi) - \omega_z \sin\theta \quad (2.6)$$

(2.5) (2.6) より明らかなようにオプティカル・フローは距離 ρ に依存した並進成分と依存しない回転成分の和として表わされる。

3. 問題とその解法

この章では、球面上のオプティカル・フローの並進成分と回転成分とを分離する方法を述べる。それは、大まかに、ステップ1とステップ2の2つの部分に分けられる。

- ステップ1
- (1) 球面上の任意の位置 N に任意の半径(ここでは角度 μ で指定)の円をかく。
 - (2) N が xy 面上にあるような任意の座標系をとり、 N を中心とする円周と球面との交点を B, D とする。

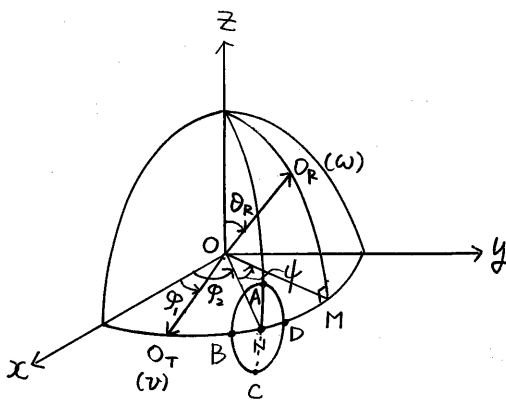


Fig 3.1

このようにとった座標系で、もし並進運動の中心 O_T が xy 面上に存在したとする。

(Fig 3.1 参照)

ここで注意することは、このような座標系をとると、必ず並進運動の中心 O_T と回転運動の中心 O_R を通るそれぞれの大円が直交する点 M が球面上に存在するということがある。このような点 M では、オプティカル・フローの並進成分と回転成分とが打ち消し合、て0となる場合がありうる。

次に、このような座標系をとるための必要条件を求める。

もし、このような座標系がとれたとし、 v, ω が次のように表わされるとする。

$$\begin{cases} v = (v_x, v_y, v_z) = (v \cos\phi_1, v \sin\phi_1, 0) \\ \omega = (\omega_x, \omega_y, \omega_z) = (\omega \sin\theta_R \cos(\phi_2 + \phi), \omega \sin\theta_R \sin(\phi_2 + \phi), \omega \cos\theta_R) \end{cases} \quad (3.1)$$

そこで、 B, D, N での θ 方向の速度 $\dot{\theta}(B), \dot{\theta}(D), \dot{\theta}(N)$ を (2.5) (3.1) を用いて計算すると、

$$\begin{cases} \dot{\theta}(B) = -\omega \sin \theta_R \sin(\psi + \alpha) \\ \dot{\theta}(D) = -\omega \sin \theta_R \sin(\psi - \alpha) \\ \dot{\theta}(N) = -\omega \sin \theta_R \sin \psi \end{cases} \quad (3.2)$$

となる。ここで、 θ 、 ψ 、 ω は未知量である。(3.2)から次の式が導ける。

$$\boxed{\frac{\dot{\theta}(B) + \dot{\theta}(D)}{\dot{\theta}(N)} = 2 \cot \alpha = -\text{定}} \quad (3.3)$$

(3.3)は、 O_T が円面上にあるための必要条件である。

このようにして正しいBD方向が決定できたとすると、次のようにして、円の中心Nと、 O_T 、 O_R を通る大円が直交する点Mとなす角 ψ が計算できる。

(3.2)より

$$\begin{aligned} \dot{\theta}(B) + \dot{\theta}(D) &= -2\omega \sin \theta_R \cos \alpha \sin \psi \\ \dot{\theta}(B) - \dot{\theta}(D) &= -2\omega \sin \theta_R \sin \alpha \cos \psi \end{aligned}$$

辺々割って

$$\frac{\dot{\theta}(B) + \dot{\theta}(D)}{\dot{\theta}(B) - \dot{\theta}(D)} = \cot \alpha \cdot \tan \psi$$

$$\therefore \psi = \tan^{-1} \left[\tan \alpha \frac{\dot{\theta}(B) + \dot{\theta}(D)}{\dot{\theta}(B) - \dot{\theta}(D)} \right] \quad (3.4)$$

したがって、 $\dot{\theta}(B)$ 、 $\dot{\theta}(D)$ を観測すれば(3.4)から ψ を求めることができる。

ステップ2 ステップ1で、 O_T を通る大円と O_R を通る大円とが直交する点Mを求めることができたとする。

点Mを中心に任意の半径(ここでは角度 ψ で指定、この値は前出の ψ の値と一致する必要はない。)の円をかく。ここでは簡単のためOMがz軸とBD方向がx軸方向に一致するように座標系をとる。

(Fig 3.2 参照)

並進速度 v 、回転速度 ω は次のように表わせる。

$$\begin{cases} v = (v_x, v_y, v_z) = (-v \sin \theta_T, 0, v \cos \theta_T) \\ \omega = (\omega_x, \omega_y, \omega_z) = (0, \omega \sin \theta_R, \omega \cos \theta_R) \end{cases} \quad (3.5)$$

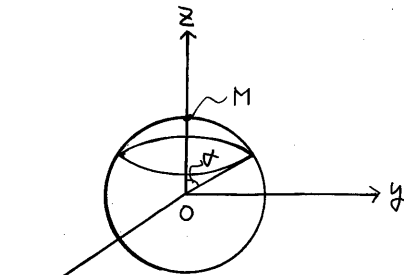
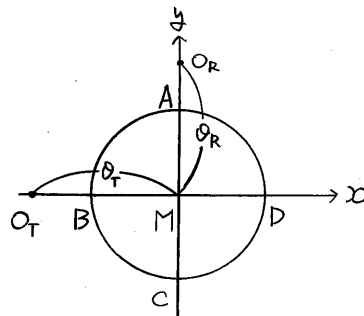


Fig 3.2



z軸方向からみた図 Fig 3.3

M点を中心にして円をかき、 O_T の存在するはずの大円と円周との交点を改めてB, D, O_R の存在するはずの大円と円周との交点をA, Cとする。(Fig. 3.3参照)

A, B, C, Dの4点でのオプティカル・フローの観測値から、 O_T , O_R の位置を定めるパラメータ θ_T, θ_R 、それに回転速度の大きさ ω を次の連立方程式を解くことにより求める。

$$\begin{cases} \dot{\theta}(A) \tan \theta_T + \dot{\Phi}(B) \cos \chi \tan \theta_R = (\dot{\Phi}(B) - \dot{\Phi}(A)) \sin \chi & (3.6) \end{cases}$$

$$\begin{cases} -\dot{\theta}(C) \tan \theta_T - \dot{\Phi}(B) \cos \chi \tan \theta_R = (\dot{\Phi}(B) - \dot{\Phi}(C)) \sin \chi & (3.7) \end{cases}$$

$$\omega = - \frac{\dot{\Phi}(B)}{\sin \chi \cos \theta_R} \quad (3.8)$$

(3.6) (3.7) を連立させて解くと

$$\tan \theta_T = \frac{(\dot{\Phi}(A) + \dot{\Phi}(C)) - 2\dot{\Phi}(B)}{\dot{\theta}(C) - \dot{\theta}(A)} \sin \chi$$

$$\therefore \theta_T = \tan^{-1} \left[\frac{(\dot{\Phi}(A) + \dot{\Phi}(C)) - 2\dot{\Phi}(B)}{\dot{\theta}(C) - \dot{\theta}(A)} \sin \chi \right] \quad (3.9)$$

$$\tan \theta_R = \frac{\dot{\theta}(A) (\dot{\Phi}(B) - \dot{\Phi}(C)) + \dot{\theta}(C) (\dot{\Phi}(B) - \dot{\Phi}(A)) \sin \chi}{\cos \chi \cdot \dot{\Phi}(B) \cdot (\dot{\theta}(C) - \dot{\theta}(A))}$$

$$\therefore \theta_R = \tan^{-1} \left[\frac{\dot{\theta}(A) (\dot{\Phi}(B) - \dot{\Phi}(C)) + \dot{\theta}(C) (\dot{\Phi}(B) - \dot{\Phi}(A)) \sin \chi}{\cos \chi \cdot \dot{\Phi}(B) \cdot (\dot{\theta}(C) - \dot{\theta}(A))} \right] \quad (3.10)$$

(3.6) (3.7) (3.8) の具体的な導出のし方は付録1を参照
もし、(3.3)を満たす方向が複数存在する場合は、その各々の方向で ψ を求め、ステップ2で $\theta_R, \theta_T, \omega$ を計算し、円周上の点A, Cでのフローベクトルから、 θ_R, ω を用いて計算される回転成分を差し引いた残りの成分、つまり並進成分がBD上で1点で交わり、その位置がステップ2で求めた θ_T と一致するかどうかを確かめることにより、正しい O_T, O_R の位置を求めることができる。(Fig. 3.4参照)

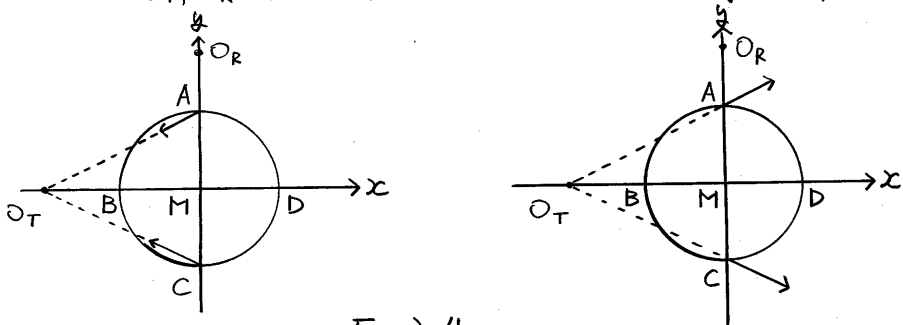
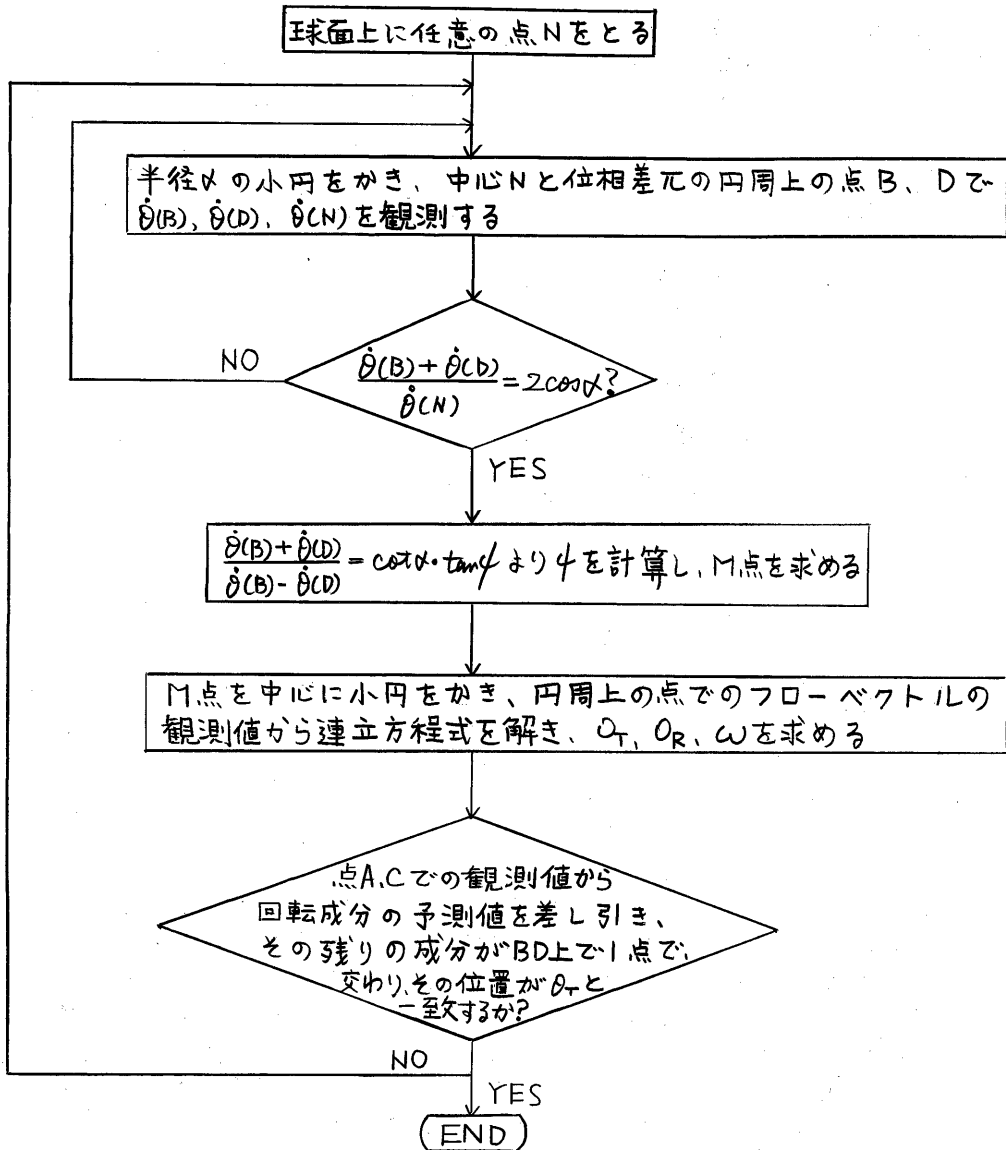


Fig. 3.4

以上のアルゴリズムをフローチャートで表わすと次のようになる。



4. シミュレーション

対象物体が平面であり、そこに回転しながら垂直に移動する場合(Fig 4.1)に生じるオプティカル・フローについて、上で述べたアルゴリズムを用いて計算機シミュレーションを行った。

方法 このオプティカル・フローを観測者を中心とする単位球面上に投影して球面上の任意の位置に点Nをとり、その点を中心にして円をかき、円周を10°ずつに区切り、正しいBD方向を探索した。

結果 シミュレーションを行なうと(3.3)を満たす正しいBD方向の候補は唯一に決定できないことがわかった。しかし、その各々の候補についてアルゴリズムを実行すると、正しい O_T , O_R , ω を求めることができた。

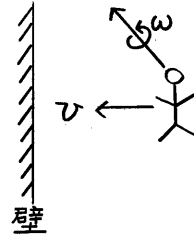


Fig 4.1

5. まとめ

オプティカル・フローを観測者を中心とする単位球面上に投影し、局所的な処理のみで、その並進成分と回転成分を分離する方法を述べた。この方法は対象物体が平面である場合について適用され良い結果が得られた。この方法は局所的な処理のみを用いているが、実際、神経生理学の研究から視覚情報処理は低レベルから高レベルへという階層的な構造を持ち、その低レベルの段階では局所的な処理を行なっていると考えられている。したがって、このような観点から網膜像の局所的な処理のみで運動を知覚できる仕組みを解明することは、視覚情報処理の研究にとって重要なことである。ここで示した方法が全ての場合について適用できるかどうか、及はノイズに対する影響等については今後も検討するつもりである。

謝辞 日頃より御熱心に御討論頂く、当研究室の杉原助教授に深く感謝します。

付録1 (3.6) (3.7) (3.8) 式の導き方

(3.6) ~ (3.8) の3式を導く方法を述べる。

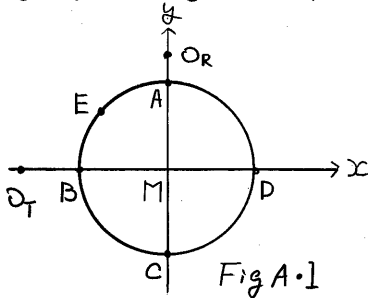


Fig A.1 のように座標系をとり、並進速度 v , 回転速度 ω を次のように定める。

$$\begin{cases} v = (v_x, v_y, v_z) = (-v \sin \theta_T, 0, v \cos \theta_T) \\ \omega = (\omega_x, \omega_y, \omega_z) = (0, \omega \sin \theta_R, \omega \cos \theta_R) \end{cases} \quad (A.1)$$

球面上の任意の点 (θ, φ) でのオプティカル・フローの θ 成分、 φ 成分は次の式で表わせる。

$$\begin{cases} \dot{\theta} = P^{-1}(-v_x \cos \theta \cos \varphi - v_y \cos \theta \sin \varphi + v_z \sin \theta) + \omega_x \sin \varphi - \omega_y \cos \varphi \\ \dot{\varphi} = P^{-1}(v_x \sin \varphi - v_y \cos \varphi) + \cos \theta (\omega_x \cos \varphi + \omega_y \sin \varphi) - \omega_z \sin \theta \end{cases} \quad (A.2)$$

円周上の4点 $A: (\theta, \varphi) = (\alpha, \frac{\pi}{2})$, $B: (\alpha, \pi)$, $C: (\alpha, \frac{3}{2}\pi)$, $D: (\alpha, 0)$ での θ 成分、 φ 成分を (A.2) を用いて計算する。

A点で
$$\begin{cases} \dot{\theta}(A) = P_A^{-1}(v \cos \theta_T \sin \alpha) \\ \dot{\varphi}(A) = -P_A^{-1} v \sin \theta_T + \omega (\cos \alpha \sin \theta_R - \cos \theta_R) \sin \alpha \end{cases} \quad (A.2)$$

$$\text{C点で} \quad \begin{cases} \dot{\theta}(C) = P_C^{-1}(v \cos \theta_T \sin \alpha) \\ \dot{\phi}(C) = P_C^{-1} v \sin \theta_T - \omega (\cos \alpha \sin \theta_R + \cos \theta_R) \sin \alpha \end{cases} \quad (A \cdot 3)$$

$$\text{B点とD点で} \quad \dot{\phi}(B) = \dot{\phi}(D) = -\omega \cos \theta_R \sin \alpha \quad (A \cdot 4)$$

(A・2) (A・3) よりそれぞれ P_A, P_C を消去し、 $\omega = -\frac{\dot{\phi}(CB)}{\cos \theta_R \sin \alpha}$ を代入して整理すると次の2式が得られる。

$$\begin{cases} \dot{\theta}(A) \tan \theta_T + \dot{\phi}(B) \cos \alpha \tan \theta_R = (\dot{\phi}(B) - \dot{\phi}(A)) \sin \alpha \\ -\dot{\theta}(C) \tan \theta_T - \dot{\phi}(B) \cos \alpha \tan \theta_R = (\dot{\phi}(B) - \dot{\phi}(C)) \sin \alpha \end{cases} \quad (A \cdot 5)$$

(A・5) の線形連立方程式は、 $\dot{\phi}(B) = 0$ 、又は $\dot{\theta}(A) = \dot{\theta}(C)$ のとき独立でなくなる。そのときは、Fig A-1 のように点 A、B、C、D とは異なる点 E: $(\theta, \phi) = (\alpha, \phi_E)$ をとって、そこのフローベクトルの θ 成分と ϕ 成分を計算する。

$$\text{E点で} \quad \begin{cases} \dot{\theta}(E) = P_E^{-1}(v \sin \theta_T \cos \alpha \cos \phi_E + v \cos \theta_T \sin \alpha) - \omega \sin \theta_R \cos \phi_E \\ \dot{\phi}(E) = P_E^{-1}(-v \sin \theta_T \sin \phi_E) + \cos \alpha (\omega \sin \theta_R \sin \phi_E) - \omega \cos \theta_R \sin \alpha \end{cases} \quad (A \cdot 6)$$

(A・6) より P_E を消去し、 $\omega = -\frac{\dot{\phi}(CB)}{\cos \theta_R \sin \alpha}$ を代入して整理すると次の式が得られる。

$$\frac{a + b \tan \theta_R}{c + d \tan \theta_R} = e + f \cot \theta_T \quad (a, b, c, d, e, f: \text{係数}) \quad (A \cdot 7)$$

そこで、(A・5) のどちらかと (A・7) を連立させて解くと $\theta_T, \theta_R, \omega$ が求められる。

References

- [1] H.C. Longuet-Higgins and K. Prazdny: The interpretation of a moving retinal image, *Proc. R. Soc. Lond. B* 208, 1980, 385-397.
- [2] K. Prazdny: Egomotion and relative depth map from optical flow, *Biol. Cybernet.* 36, 1980, 87-102.
- [3] K. Prazdny: Determining the instantaneous direction of motion from optical flow generated by a curvilinearly moving observer, *Compt. Vision Gr. Image Process.* 17, 1981, 238-248.
- [4] K. Prazdny: On the information in optical flows, *Compt. Vision Gr. Image Process.* 22, 1983, 239-259.
- [5] Anna R. Bruss and Berthold K.P. Horn: Passive navigation, *Compt. Vision Gr. Image Process.* 21, 1983, 3-20.
- [6] J.J. Koenderink and A.J. van Doorn: Exterospesific component of the motion parallax field, *J. Opt. Soc. Amer.* 71, 1980, 953-957.
- [7] J.H. Rieger: Information in optical flows induced by curved paths of observation, *J. Opt. Soc. Amer.* 73, 1983, 339-344.