

## ジグソーパズルの画像解析と組上げ

飯島純一, 岩西秀樹, 杉山 浩

(電気通信大学 計算機科学科) (電気通信大学, 現在NTT)

比較的多数のピースから構成されているジグソーパズルを、ピースの画像を解析することによって組上げる方法について述べる。多数のピースから、噛合う対を効率良く探すため、ピースの輪郭線が解析され、辺と呼ばれる小部分に分割後、辺および辺同志の関係の特徴量に変換される。辺の特徴量として、辺の型、長さ、頭部重心位置等が、また辺同志の関係として、頂角、ピースの型等が求められる。これらの特徴量を隣接する2辺と辺の関係として組合せて、ピースの探索を行い、バックトラックを含む手順で組上げる。68010(クロック10MHz)を使った計算機上での実験では、画像解析にピース当り約5分を要し、64ピースの組上げには約6分かかった。プログラムはPascalで書かれ3000行程である。

### HOW TO SOLVE JIGSAW PUZZLE WITH IMAGE PROCESSING OF THE PUZZLE PIECES

Jun'ichi Iijima, Hideki Iwanishi and Hiroshi Sugiyama

Dept. of Computer Science, The University of Electro-Communications  
1-5-1, Chofugaoka, Chofu-shi, Tokyo, 182 Japan

This paper describes how to solve, with image processing, jigsaw puzzle consisting of a large number of pieces.

To search a well fitting pair of pieces, the boundary is divided into smaller parts called edge. By analyzing the edges and their relations, some characteristic features about the edges are obtained such as follows: their shape type, their length, the gravity center of their convex part, the angle of the adjacent edges and the type of the piece.

With these features and their combinations, pieces are sorted out to fill in the place adjacent to the part of the puzzle which has been already assembled by the procedures including backtrack.

In our implementation with 68010 MPU (clock 10MHz), the image processing was completed in about five minutes per piece, and the integration of 64 pieces, within six minutes. This program is written in Pascal and has about 3000 lines.

## 1 はじめに

ジグソーパズルは、1枚の絵を不規則な形状の小片（ピースと呼ぶ）に分割し、ばらばらにしたものを、ピースの輪郭線の形状や表面の絵を手がかりに元の絵を再構成するゲームである。他のパズルに対して行われたように、計算機を使ってジグソーパズルを解く試み（表面の絵は無視することが多い）が行われている。初期には、主に、曲線（輪郭線）の表現法と、2つの閉じた曲線の間で一致する部分を見つける問題として扱われた。Freemanら[1]は、輪郭線をチェーン符号で表し、傾きの不連続点を特徴量とし、輪郭線をいくつかの小部分に分割し、2曲線の一致する部分を探してパズルの組上げを行った。Radackら[2]は、輪郭線を分割せずに、極座標による表現を用いて一致を探した。

最近では、視覚とマニピュレータを使って、実時間で組上げまで行う問題としても扱われている。Ohら[3]は、輪郭線の極座標表現を用い、マニピュレータを使って実際に組上げを行った。また広田ら[4]は、ランダムに置かれたピースを、カメラを移動して撮影する手法を使って、計算機内で組上げる試みを行い、さらにマニピュレータを使って、ピースを動かすことも計画している。

これらの研究（[4]を除く）では、一般的な形状を持つ4～10個程度の少量のピースを扱っているが、我々はより多量のピースから成るパズルを対象にした。一般に対象の数が増すと、少量の対象を扱っていた時とは別の問題が起こる。ジグソーパズルでも、ピース数の増加により類似したピースの中から1つのピースを選択する時間等が大きな問題になる。ピースの間の類似性と相違性を、より階層的にとらえる必要性がでてくる。

そこで我々は、多量のピースが机の上にはばまかれている状態から始めて、実際にピースを動かして組上げるまでを扱うことにした。これは、同様の形状を持つ部品群がちらばっているのを分類

整理する問題とも共通するものがある。このような問題設定をすると、作業全体は、次のような一連の作業で構成できる。

- (1) カメラを適当な位置に移動しながら、1つ1つのピースの画像を得ること。
- (2) 1つのピースの画像から、組上げに必要な特徴量を求めること。
- (3) 各ピースのいくつかの特徴量を使い（、また必要ならばピースの再撮影を行い）、計算機内部で全体を組上げること。
- (4) マニピュレータを使って、各ピースを移動し、実際に組上げを行うこと。

本稿では、(2)、(3)の作業に関して行った実験の報告をする。

次節では、問題の詳細な設定を行い、3節では、ピースから得られる特徴量とその評価について述べる。4節では、これらの特徴量を用いて、組上げを行う手順を、5節では、その実験結果を述べる。

## 2 ピースとその特徴量の記述

対象とするジグソーパズルの性質とピースの記述法について述べる。また、組上げのために有効と考えられる特徴量を考察する。

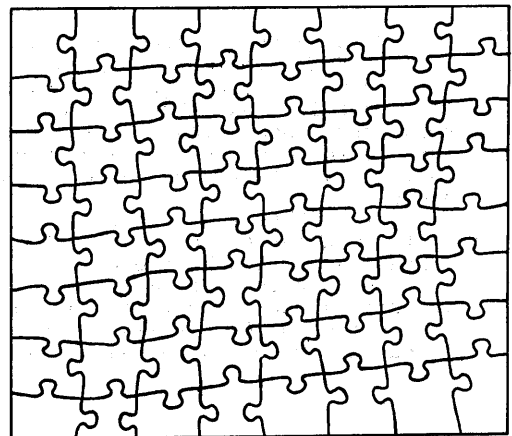


図1 ジグソーパズルの例

## 2.1 ビースの記述

ジグソーパズルには、いくつかの変種がある [1] が、ここでは、次のような性質を持つパズルを対象にする。

- (1) 全てのビースは、同一色で塗られている。
- (2) 組上がると穴のない長方形になる (図1)。  
組上げ前には、縦横の長さ、ビースの個数は未知とする。
- (3) 外周に接するビースを除くと、隣接する4つのビースは1点で接する (図2)。
- (4) ビースの組み合わせ方は、ただ一通りに決まる。

市販のジグソーパズルの多くは、裏返して使用すると、これらの性質を持っている。

次にビースについて、いくつかの用語を定義する (図3参照)。

- (1) 辺: 隣合う2つのビースによって共有される輪郭線、または、外周の長方形の辺の一部になる輪郭線を辺と呼ぶ。したがって、各ビースは4つの辺を持っている。
- (2) 角点: 隣合う2つの辺の交点を角点と呼ぶ。
- (3) 基線: 隣合う2つの角点を結ぶ線分を基線と呼ぶ。

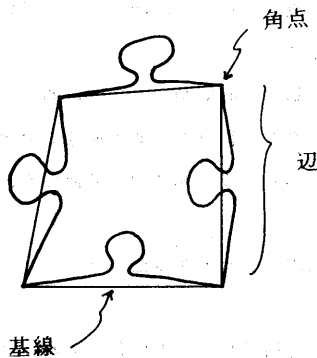


図3 ビースのモデル

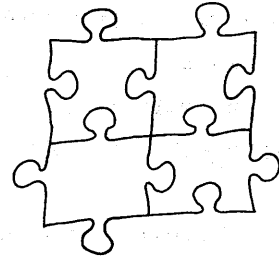


図2 4つのビースが1点で接する型のジグソーパズルの例

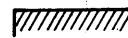
## 2.2 ビースの特微量

ビースを組上げる手がかりになる特微量には、1つの辺に関係するものと、2つ以上の辺に関わるものが考えられる。1辺に関する特微量には次のようなものが考えられる。

- (1) 基線長: 基線の長さ
- (2) 辺長/基線長: 辺長と基線長の比。
- (3) 辺の型: 辺の形状は図4のように、直型、凹型、凸型に分類できる。それぞれの型をいう。

形状

型



直型



凹型



凸型

図4 ビースの辺の形状の分類

凸型の辺のモデルを図5に示し、いくつかの特微量を導入する。ある凸型の辺とそれに噛み合う凹型の辺は、同一の輪郭線を持つので、これらの特微量は凹型の辺にも適用できる。

- (4) 肩線：角点を始点とする輪郭線の直線部分。
- (5) 肩線長：肩線の長さ。
- (6) 肩線角：肩線と基線のなす角。
- (7) 頭部：辺の中央部分で楕円で近似できる領域。
- (8) 頭部重心：頭部の重心。左角点を原点とし、基線をX軸とする座標系を考え、重心位置をXY座標で表す。
- (9) 頭部面積：頭部の面積。
- (10) 頭部2次モーメント：X軸とY軸まわりの2次モーメント。

二辺以上の辺が関わる特徴量には、次のようなものが考えられる。

- (11) 頂角：隣合う2つの基線のなす角。ピースの内側に面した角を測る。
- (12) ピースの型：4辺が、どのような辺の型の組合わせでできているかによってピースの型を図6のように18種に分類し、さらに3つの型に大分類する。

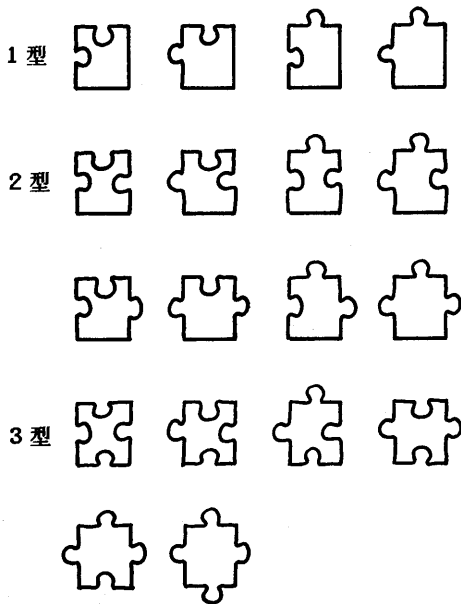


図6 ピースの型

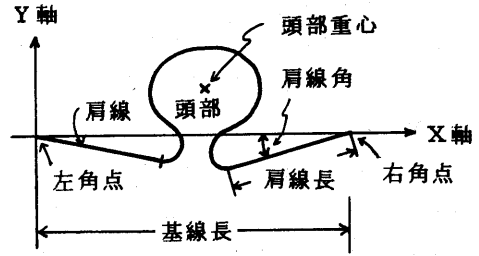


図5 辺のモデルと特徴量

### 3 特徴量の算出法

ピースの特徴量は、2値化した入力画像を解析して求める。解析の際、最初に角点を求め、ピースを辺の組として表現する。次に各辺に対し、諸特徴量を計算する[5]。角点といくつかの特徴量の求め方について述べる。

#### 3.1 角点の決定

角点は、輪郭線の曲率の不連続点と考えられる。したがって、輪郭線の各点の曲率を算出し、変化率の大きい点を候補として、両側が直線になっていることも考慮して、4点を決定する。

仮定した辺のモデル(図5)から、角点は次のような特徴を持つと考えられる。

- (1) 角点は、ピースの隣接する2辺の肩線の交点である。
- (2) 肩線は、直線か、または、曲率の小さい曲線であり、輪郭線の他の曲線部分から分離可能である。また輪郭線上の他の直線部分より長い。
- (3) 肩線の交わる角度は、 $90^\circ \pm 45^\circ$ 程度である。

このことを利用して、角点を以下の手順で抽出する。

- (1) 輪郭線上の各点の曲率をC measure [6, 7]を用いて評価する。曲率の局所最大値を

持つ点を角点の候補点とする。

- (2) 各候補点に対し、その点を中心として、両側の輪郭線に対し直線のあてはめを行い、直線部分を抽出する。
- (3) 得られた2直線のなす角を求め、それを候補点の角度とする。
- (4) 角度が $45^\circ \sim 135^\circ$ の範囲の候補点について、両側の直線部分の長さの和が長いものを上位から4点選び、角点として決定する。ただし、隣接する候補点について、それぞれの直線部分が重複する場合は、直線部分の長さの和が長い方を残し、他方は候補から除く。

この処理によって、角点と同時に肩線も求まる。隣合う角点間の輪郭線を辺とする。隣合う角点を結ぶ直線を基線とする。

### 3. 2 肩線長と肩線角

肩点抽出時に得られた肩線端点と角点の距離を肩線長とする。また、基線と肩線のなす角を肩線角とする。

### 3. 3 頭部領域の抽出と特徴量の算出

辺の中央部分で、2つの肩線端点を結んだ直線と、両端点間の輪郭線で囲まれた領域(図7(a))に対し、次のような処理を行うことにより頭部領

域をとりだす。

- (1) 領域Sに属する各点に対し、Sからの8連結の距離を求める。最大距離を持つ点は、頭部領域のほぼ中心部付近に集まる(図7(B))。この最大距離を持つ点の集合の重心を頭部領域の仮中心とする。
- (2) 仮中心を通り、X軸(基線)に平行な直線を引き、輪郭線との2つの交点を左右の耳点とする。
- (3) 両耳点間の輪郭線上の点と、仮中心との距離を求め、その最大値を半径、仮中心を中心とする仮想円Cを考える(図7(C))。
- (4) 円C内部で領域Sに属する点を頭部領域とする。

このようにして得られた頭部領域に対し、面積と重心を求める。また、2次のモーメントは、重心の座標を原点としたものに変換する。

### 4 ビースの組上げ法

各ビースの画像を解析して得られた特徴量を用いて、ビースを組上げる。これは、概略次のような手順になる。

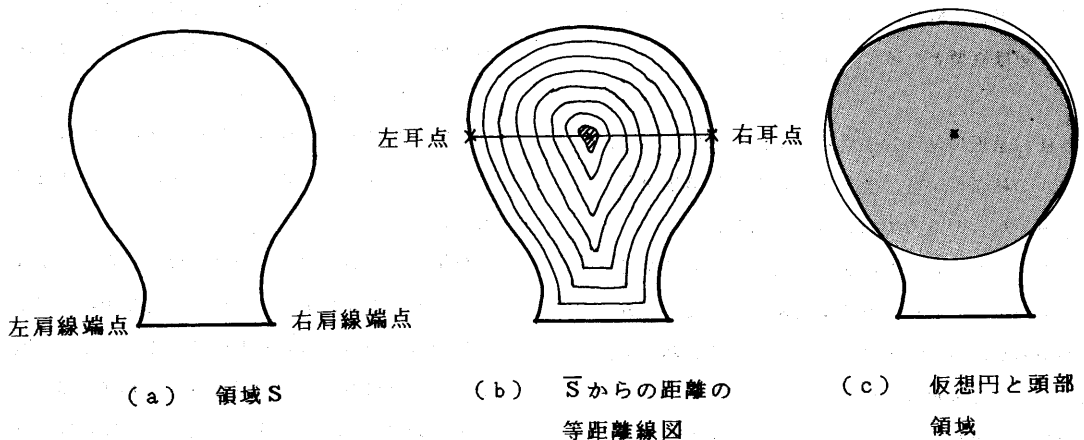


図7 頭部領域の抽出

- (1) 画像撮影時に計数した全ピース数から、組上り長方形の縦横のピース数を予想する。例えば、全ピースが300ならば、 $15 * 20$ 、 $12 * 25$ 、 $10 * 30$ 等の組合せが予想される。
- (2) 2辺が直型のピース(1型)を選び、そのうちの1つを適当に選んでコーナーに配置し、組上げの出発点とする。
- (3) 2型のピース(1辺が直型)群を候補とし、外周に接する部分(外枠)のピースを1つつ順に選択と連結を繰返して組上げる。外枠が組上ると、縦横のピースの数がほぼ確定する。
- (4) 残りのピースを候補にして、外枠から内側方向にピースを組んで行く。

上の手順の(3)、(4)では、ピース群から、組込もうとする場所に適切なピースを選択する必要がある。これは、隣合う2辺の関係する特徴量の組合せを用いて行う。ピースを組込もうとするとき、図8に示すように、隣合う2辺の様子が分っている場所が必ず存在する。最初のピースはコーナーに置くので、2辺が直型で頂角が $90^\circ$ であることが分る。外枠部分の組上げ時には、既に完成した部分の隣に置くようにすると、外周に接する1辺は直型となることが分る。

候補の選択に使う特徴量として何を用いるかは、パズルの種類によって変化する。ある特徴量が有効に働く場合とそうでない場合がある。したがって、全ピースの画像解析が終了した後で、各特徴量が有効であるかどうか判定する必要がある。これは特徴量の統計的な性質に基づいて行う。例えば、分散の大きな特徴量を使うようにする。

実際に組上げようとするとき、1つの場所に対して選択されるピースの候補が2つ以上でてくることがある。これは、ピースの組上りが一通りであ

るという前提と矛盾するが、画像の分解能の制限やノイズ、特徴量の計算方式に起因するので避けられない。したがって、この場合は、1つの候補を仮置きして、更に組上げを続行する。続行できなくなった時点で、バックトラックを行うことにする。辺と辺の噛み合わせが正しいかどうか検定することが必要になる可能性もあり、効率的な手法を検討中である。

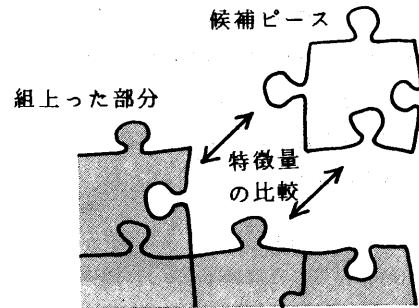


図8 2辺と1角の特徴量を用いた候補選び

## 5 組上げの実験と結果

図1の64ピースのパズルを用いて組上げを行った。特徴量の算出に要した時間は、ピース当たり約5分で、64ピースの組上げ時間は6分弱であった。使用した計算機はVME/10(モトローラ社製、クロック10MHzの68010を使用)である。プログラムはPascalで書かれ、約3000行である。

特徴量は、前述のものを全て算出した(詳細は[5])。実際に組上げに使った特徴量は、表1の採否覧に○印の付いたものである。表1のE覧は、正しい組合せの辺の対に対して処理の誤差が最大どの位あるかを示す。例えば、基線長は、正しい組合せであっても最大8。52画素の処理の誤差を含み、頭部重心のX座標は1.53画素

の誤差である。ある辺に合う辺の候補は、適当なスレッシュホールドの範囲内にある特徴量の値を持つ辺として探し出した。スレッシュホールドを最大誤差の1倍、1.5倍、2倍としたとき、全辺対の何%が得られるかをS覧に示した。実際の組上げでは、各特徴量を持つ候補辺の共通部分を取り出すので、候補数は20個以下に絞ることができた。表2に、スレッシュホールドを2倍としたときにi (i = 1 ~ 64) 番目のピースを入れようとしたときの候補数を示す。バックトラックの可能性を推定できる。

## 6 おわりに

比較的多数のピースから成るジグソーパズルを、ピースの画像を解析して求めた特徴量を組合せて解く方法について述べた。画像処理に要する時間を短くすることと、組上げ時の候補ピース数を1に近づけることが今後の課題である。

ばらまかれている状態のピース1つ1つの画像を得るために、カメラを移動する方法については、別の機会に報告したい。

謝辞 ジグソーパズルを、コンピュータビジョンの問題として展開する可能性を示唆していただ

表 1 特徴量一覧

特徴量名	E	S			採否
		1倍	1.5倍	2倍	
型		1	1	1	○
基線長	8.52	28	41	52	○
肩線長	29.75	65	90	98	
肩線角	6.51	74	92	98	
頭部重心X	1.53	8	10	14	○
頂角	1.38	9	13	17	○

表 2 64ピース(図1参照)の組上げ実験における候補数の変化

組上げ数	候補数	組上げ数	候補数	組上げ数	候補数	組上げ数	候補数
1	1	17	36	33	3	49	1
2	1	18	36	34	3	50	1
3	1	19	56	35	1	51	1
4	1	20	96	36	1	52	1
5	1	21	52	37	2	53	1
6	2	22	16	38	3	54	1
7	3	23	16	39	1	55	1
8	4	24	30	40	1	56	1
9	5	25	8	41	1	57	1
10	5	26	8	42	1	58	1
11	10	27	14	43	1	59	1
12	25	28	9	44	1	60	1
13	40	29	3	45	2	61	1
14	30	30	3	46	1	62	1
15	51	31	3	47	1	63	1
16	39	32	3	48	2	64	1

いた筑波大学電子情報工学系・油田信一助教授と、  
日頃有益な御助言をいただき電気通信大学計算機  
科学科・林信夫教授に感謝いたします。

#### 参考文献

[ 1 ] Freeman, H. and Garder, L.:

Apictorial Jigsaw Puzzles :The Computer  
Solution of a Problem in Pattern  
Recognition,  
IEEE Trans. Electronic Comput.,  
Vol.EC-13, pp.118-129 ( 1964 )

[ 2 ] Radack, G.M. and Badler, N.I.:

Jigsaw Puzzle Matching Using A Boundary  
Centerd Polar Encoding,  
Comput. Gr. Image Process., No.19,  
pp.1-7 ( 1982 )

[ 3 ] Oh, S.R. et al

An Intelligent Robot System With Jigsaw  
Puzzle Matching Capability  
Proc. 15th ISIR,, pp.103-112 ( 1985 )

[ 4 ] 広田, 大戸 :

Jigsaw Puzzle 組み立てロボットのピースの  
画像認識,  
日本ロボット学会第3回学術講演会,  
pp.315-316 ( 1985 )

[ 5 ] 杉山 浩 :

コンピュータビジョンを利用したジグソーパ  
ズルの組上げ,  
電気通信大学計算機科学科 60年度修士論  
文, ( 1986 )

[ 6 ] Rosenfeld, A. and Johnstone, E.:

Angle Detection on Digital Curves, IEEE.  
Trans.Comput.,  
Vol.C-22, pp.875-878 ( 1973 )

[ 7 ] Rosenfeld, A. and Weszka, J.:

An Improved Method of Angle Detection on  
Digital Curves, IEEE  
Trans. Comput., Vol.C-24, pp.940-941  
( 1975 )