

3次元回転場と2次元速度場

林 成起 田村 進一

大阪大学

あらかし 従来のオプティカル・フローの時空間微分法では、物体の運動に伴ってその物体上の点の画像強度は変化しない、と仮定している。本報告では、回転運動をする物体はその運動に伴って物体上の点の画像強度は変化すると仮定する。この仮定から導かれる関係式を第1基本式とする。ここで面の時間的な勾配変化を表す場を3次元回転場と名づける。このとき、2次元速度場の空間微分と3次元回転場における勾配の変化速度には一定の関係が存在する。この関係式を第2基本式とする。これら2つの基本式から、面および物体の回転運動と並進運動に関するパラメータを求める。

The 3D rotation field and the 2D velocity field

Sungki LIM Shinichi TAMURA

Osaka University

Abstract In approaches to analyze the 3D motion by the optical flow, a temporal spatial differentiation method assumes that the image intensity is not varied with the motion of the object. In this paper, we led the 1-st basic equation of the image intensity, assuming that the image intensity is varied as the rotation of the object. Further, the gradient velocity in the 3D rotation field has a certain relationship with the spatial differentiation in the 2D velocity field. So, we led the 2-nd basic equation from this relation. From these equations, we can analyze the rotational and translational motions of the object.

Key words : Optical flow, Computer vision, Rotational motion, Gradient space

1. はじめに

最近、オプティカル・フローから3次元運動の解析や環境の3次元形状を復元する研究が盛んになっている。3次元運動の解析において、並進運動の解析は比較的容易であるが、回転運動を含む運動の解析は、一般に難しい。

Brussら[1]は画像内で得られるオプティカル・フローを全部使って最小2乗法により3次元運動の解析を行っている。しかし、この方法は精度の良いオプティカル・フローを必要とし、また計算時間も掛かる。

一方、オプティカル・フローは互いに独立な並進成分と回転成分に分割することができるが、オプティカル・フローから直接、並進成分と回転成分を計算することはむずかしい。

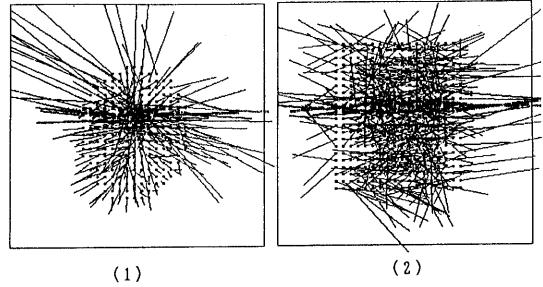
Longuet-Higginsら[2]は運動視差から並進成分を得る方法を提案している。また八木ら[3]は消失点や無限遠点から回転角を求めて並進成分を得ている。しかし画像の中で2つ以上の平行成分がないときには消失点を求めることができない。

そこで本報告では、運動視差や消失点から分らなくても画像から並進成分と回転成分を直接分離して求めることができる方法を提案する。

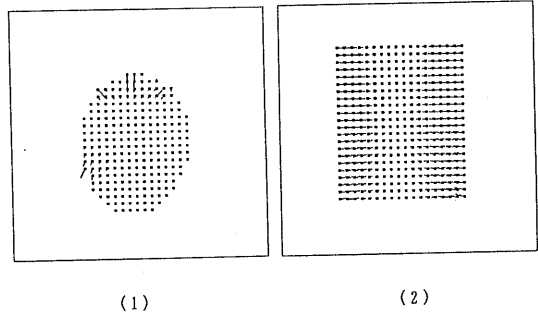
以下では2節で従来のオプティカル・フローの問題点、3節で運動パラメータ、4節で提案する第1基本式(強度変化式)について、5節で2次元速度場と3次元回転場の関係、すなわち第2基本式(勾配変化式)について各々説明する。

2. 従来のオプティカル・フローの問題点

動画像からオプティカル・フローを求める方法の一つである時空間微分法では2次元的な画像強度関数を用いるため、3次元的な運動の解析は困難である。また奥行き回転などの動きでは画像の輝度値が急激に変化するためオプティカル・フローの計算さえ正確に求められず、実際の動きの表現ができなかった(図1)。



(a) 回転に伴って、被写体の中に急激な輝度の変化をもたらした入力濃淡画像のオプティカル・フロー



(b) (a)の入力濃淡画像の中から急激な輝度の変化を除くために、2値化して得たオプティカル・フロー

図1 従来の時空間微分法で得たオプティカル・フロー。(1) +q の方向で回転した卵。(2) +p の方向で回転した板。

一様な照明の下で、被写体の中での輝度値の急激な変化は表面の向きの変化を現わす。すなわち、このオプティカル・フローの速度の中には回転成分の値も含んでいる。そこで、本稿では回転を含む運動におけるオプティカル・フローの中から並進成分と回転成分の値の分離を試みる。

3. 運動パラメータ

3次元空間で xyz 座標系を考え、画像面を $(x, y, 0)$ の平面とし、視点を画像面から z 軸の負の方向で距離 f だけ離れている点 $(0, 0, -f)$ とする(図2). そのとき空間中の点 (x, y, z) は、この点と視点を結ぶ直線の画像面との交点に投影される.

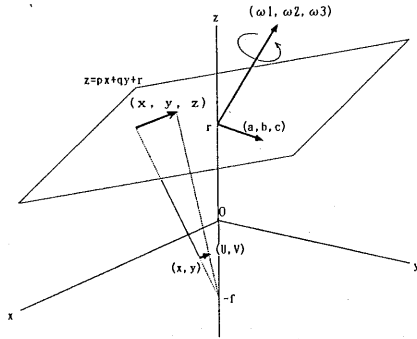


図2 画像中心座標系

したがって、空間上の点 (x, y, z) は透視投影により画像面上で

$$x = \frac{fx}{f+z} \quad y = \frac{fy}{f+z} \quad (1)$$

となる.

並進瞬間速度を (a, b, c) とし、軸回りの瞬間角速度を $(\omega_1, \omega_2, \omega_3)$ で定義すると、点 (x, y, z) の瞬間速度はつぎのようになる.

$$\begin{aligned} dx/dt &= a + \omega_2(z-r) - \omega_3 y \\ dy/dt &= b + \omega_3 x - \omega_1(z-r) \\ dz/dt &= c + \omega_1 y - \omega_2 x \end{aligned} \quad (2)$$

いま、方程式 $z = px + qy + r$ で表せる平面を考え、 p, q を面の勾配、 r を z 軸に沿った画像面からの距離とする. この際、面の動きに伴って画像面に投影される面のオブティカル・フロー、 $dx/dt = u(x, y)$ 、 $dy/dt = v(x, y)$ は(3)のようになる.

$$\begin{aligned} u(x, y) &= u_0 + Ax + By + (Ex+Fy)x \\ v(x, y) &= v_0 + Cx + Dy + (Ex+Fy)y \end{aligned} \quad (3)$$

このとき $u_0, v_0, A, B, C, E, D, F$ はフローパラメータである.

この座標系での f を $\rightarrow \infty$ とすれば直交投影になり、直交座標系ではこのフローパラメータはつぎのように変化する[4].

$$\begin{aligned} u(x, y) &= a + (px - qy)\omega_2 - y\omega_3 \\ v(x, y) &= b - (px + qy)\omega_1 + x\omega_3 \end{aligned} \quad (4)$$

$z = px + qy + r$ の面上の点が(2)に従って動く場合は面のパラメータ $\{p, q, r\}$ は(5)のように変化する.

$$\begin{aligned} dp/dt &= pq\omega_1 - (1+p^2)\omega_2 - q\omega_3 \\ dq/dt &= (1+q^2)\omega_1 - pq\omega_2 + q\omega_3 \\ dr/dt &= c - pa - qb \end{aligned} \quad (5)$$

本研究では $\{dx/dt, dy/dt, dp/dt, dq/dt\}$ または $\{dx/dt, dy/dt, d\theta/dt, d\phi/dt\}$ なる4つの運動パラメータのみ含む場合を考える. ここで、 θ, ϕ はそれぞれ x 軸、 y 軸に平行な軸の回りの回転角である. z 軸回りの回転はないとする. また、平行投影を仮定し、 z 軸方向の運動は考えないことにする. そして、それらを入力濃淡画像から求めることを試みる.

4. 3次元画像強度関数

通常のオブティカルフローの式に形式的に勾配 $p(x, y)$ をつけ加えた式を考える. すなわち、画像強度関数を $E[x, y, p(x, y), q(x, y), t]$ とする. このとき、

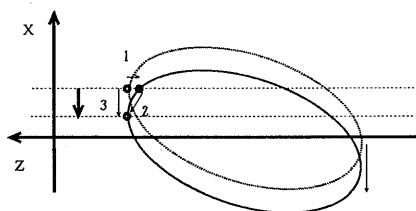
$$\begin{aligned} \frac{dE}{dt} &= \frac{\partial E}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dt} + \frac{\partial E}{\partial y} \cdot \frac{dy}{dt} + \\ &\frac{\partial E}{\partial p} \cdot \frac{dp}{dt} + \frac{\partial E}{\partial q} \cdot \frac{dq}{dt} + \frac{\partial E}{\partial t} \end{aligned} \quad (6)$$

となる.

対象物が回転を伴うときには、通常のオプティカル・フローの場合と異なり、視点を画像上に固定したときに得られる時間的な画像強度変化 $\partial E / \partial t$ が、もはや単独では観測されない、観測可能な量は回転の入った

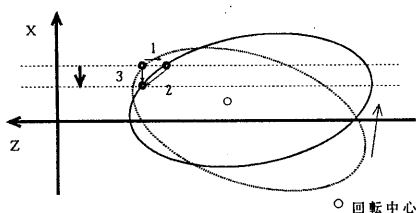
$$\frac{\partial E}{\partial p} \cdot \frac{dp}{dt} + \frac{\partial E}{\partial q} \cdot \frac{dq}{dt} + \frac{\partial E}{\partial t} \quad (7)$$

である(図3)。



$$1. \frac{\partial E}{\partial t} \cdot dt \quad 2. \frac{\partial E}{\partial x} \cdot dx \quad 3. dE$$

(a) 回転がなく平行移動のみの時



$$1. \frac{\partial E}{\partial p} \cdot dp + \frac{\partial E}{\partial t} \cdot dt \quad 2. \frac{\partial E}{\partial x} \cdot dx \quad 3. dE$$

(b) 回転と平行移動がある時

図3 物体の回転と面の移動による画像強度変化

4. 1 第1基本式

(6)を簡略のため、

$$\frac{dx}{dt} = u, \quad \frac{dy}{dt} = v, \quad \frac{dp}{dt} = \zeta, \quad \frac{dq}{dt} = \eta,$$

$$\frac{\partial E}{\partial x} = E_x, \quad \frac{\partial E}{\partial y} = E_y, \quad \frac{\partial E}{\partial p} = E_p,$$

$$\frac{\partial E}{\partial q} = E_q, \quad \frac{\partial E}{\partial t} = E_t$$

とおけば、つぎのようになる。

$$E_x \cdot u + E_y \cdot v + E_p \cdot \zeta + E_q \cdot \eta + E_t = \frac{dE}{dt} \quad (8)$$

これが第1基本式である。この基本式の中の E_x, E_y は画像から測定可能な値であり、 E_p, E_q は反射率地図から求まる値である。

従来のオプティカル・フローでは面の勾配の変化による画像強度変化を考慮していないため、輪郭線部分で大きい観測される、 $\partial E / \partial t$ の値はおもに並進運動として計算される。したがって、観測される画像の中での $\partial E / \partial t$ は雑音としてはたらく(図1)(厳密的にはそうではないが)。

一方、(8)の基本式では面の勾配の変化による画像強度の変化を定式化したため、画像から観測される、 dE / dt と $\partial E / \partial t$ の差の値は、面の回転があったとき、画像の全領域で存在する。そこで、画像強度の空間微分値と面の勾配の変化値によって、その値の成分を分離することができる。たとえば、 $\partial E / \partial p, \partial E / \partial q$ が0の時には純粋な並進運動であり、 $\partial E / \partial x, \partial E / \partial y$ が0の時には純粋な回転運動である。

4. 2. 滑らかさの拘束条件

(8)の第1基本式だけでは速度 u, v, ζ, η を一意的に求めることができない、そのため、もう一つの拘束条件、すなわち、速度 u, v, ζ, η は滑らかに変化するとの拘束条件をつけ加える。そこで、各速度の2乗を取って滑らかさの誤差項として、

$$S_{ij} = 1/4 \{ (u_{i+1,j} - u_{ij})^2 + (u_{i,j+1} - u_{ij})^2 + (v_{i+1,j} - v_{ij})^2 + (v_{i,j+1} - v_{ij})^2 + (\zeta_{i+1,j} - \zeta_{ij})^2 + (\zeta_{i,j+1} - \zeta_{ij})^2 + (\eta_{i+1,j} - \eta_{ij})^2 + (\eta_{i,j+1} - \eta_{ij})^2 \} \quad (9)$$

のようにする。また第1基本式からなる誤差項を次のようにする。そこで、 dE/dt は速度に依存する値であり、求めにくいと0とした。すなわち、 $\partial E / \partial t$ を画像上の特定点の強度変化とし、実験を行った。

$$C_{ij} = (E_x u_{ij} + E_y v_{ij} + E_p \zeta_{ij} + E_q \eta_{ij} + E_t)^2 \quad (10)$$

(9), (10)から全エラーは次のようになる。

$$e = \sum \sum (S_{ij} + \lambda C_{ij}) \quad (11)$$

最終的にはこの(11)のエラーを最小とする u, v, ζ, η を解とする。すなわち、(11)を u, v, ζ, η に対して微分し、次のような繰り返し形式により u, v, ζ, η を求める。

$$P = E_x \cdot u_n + E_y \cdot v_n + E_p \cdot \zeta_n + E_q \cdot \eta_n + E_t$$

$$D = 1 + \lambda (E_x^2 + E_y^2 + E_p^2 + E_q^2)$$

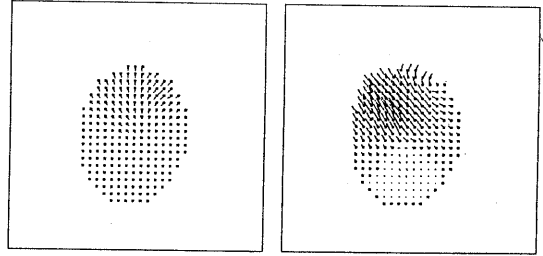
$$u_{n+1} = u_n - \frac{P}{D} \cdot E_x$$

$$v_{n+1} = v_n - \frac{P}{D} \cdot E_y$$

$$\zeta_{n+1} = \zeta_n - \frac{P}{D} \cdot E_p$$

$$\eta_{n+1} = \eta_n - \frac{P}{D} \cdot E_q \quad (12)$$

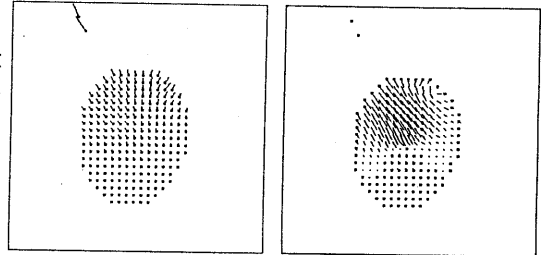
これをもとに、濃淡画像から物体の回転に伴う、3次元回転場における面の勾配の速度 ζ, η と、2次元速度場における速度 u, v を求めた(図4)。その際、 p, q の計算のための境界条件としては外縁線拘束[5]を用いた。



(1)速度 u, v

(2)勾配速度 ζ, η

(a) $+q$ の方向での回転速度



(1)速度 u, v

(2)勾配速度 ζ, η

(b) $-q$ の方向での回転速度

図4 滑らかな表面をもつ物体(卵)の回転に伴う、3次元回転場における面の勾配の速度 ζ, η と、2次元速度場における速度 u, v 。

(2)で \cdot は $-q$ の勾配速度を表すし、

\bullet は $+q$ の勾配速度を表す。

5. 2次元速度場と3次元回転場の関係

単一画像から3次元運動を解析するには、もう少し強い拘束が必要である。なぜなら、ある画素からの一つの明るさ情報は反射率地図の上では一本の等明るさの等高線情報しか教えてくれないからである。本節では速度 u, v

と面の勾配 p, q の関係から第2基本式を導く。

5. 1. 平面での反射率の変化と勾配の関係

板のような平面物体の、一枚の画像だけでは反射率地図の上で、その平面の勾配を一意的に定めることができない(図5)。

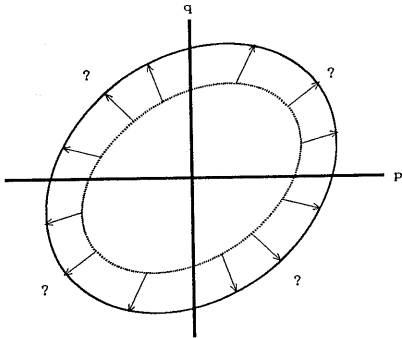


図5 一枚の反射率地図の上では、その平面の勾配を一意的に定めることができないため、回転運動に伴う反射率の変化だけではその変化速度を一意的に定めることはできない。

5. 2. 速度 u, v と p, q の関係式

前節の理由から E_p, E_q を一意的に定めることができないため、提案した第1基本式をそのまま使うことはできない。しかし、2次元速度場の空間微分と3次元回転場の勾配の変化速度には次のような関係がある。

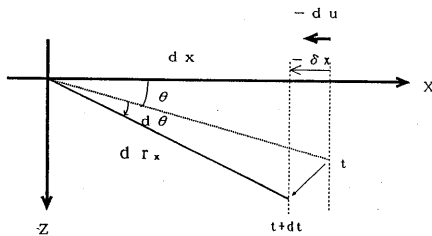


図6 速度 u と回転各 θ の関係

(図6)のように、時刻 t のとき、 x 軸から z 軸の方向に角 θ をもつ平面があるとす。時間 $t+dt$ には角 θ は $\theta+d\theta$ に変化し、またこの平面の x 軸に対する投影は dx であるとす。この時、 $dx, \delta x$ は各々(13)で与えられる。 δx を t に関して微分すると(14)になる。これを du とす。

$$\begin{aligned} dx &= dr_x \cdot \cos \theta \\ \delta x &= dr_x [\cos(\theta+d\theta) - \cos \theta] \end{aligned} \quad (13)$$

$$\frac{\delta x}{dt} = dr_x \cdot (-\sin \theta) \cdot \frac{d\theta}{dt}$$

$$du = -dr_x \cdot \sin \theta \cdot \frac{d\theta}{dt} \quad (14)$$

一方、 $p = -\tan \theta$ を θ に対して微分すると、(15)を得る。

$$\begin{aligned} -\frac{1}{\cos^2 \theta} \cdot d\theta &= dp \\ -(1+\tan^2 \theta) \cdot d\theta &= dp \end{aligned}$$

$$-(1+p^2) \cdot d\theta = dp$$

$$d\theta = -\frac{1}{1+p^2} \cdot dp \quad (15)$$

(14)の du を(13)の dx でわり算し、これに(15)の $d\theta$ を代入して(16)を求める。

$$\begin{aligned} \frac{du}{dx} &= -\frac{\sin \theta}{\cos \theta} \cdot \frac{d\theta}{dt} = -\tan \theta \cdot \frac{d\theta}{dt} \\ &= p \cdot \frac{d\theta}{dt} = -\frac{p}{1+p^2} \cdot \frac{dp}{dt} \end{aligned} \quad (16)$$

5. 3. 第2基本式

dv/dy も前節と同様に求める。このようにして求めた(17)を第2基本式とする。すなわち速度の空間微分から K_p, K_q を比例定数として、勾配速度 ζ, η を拘束することができる。

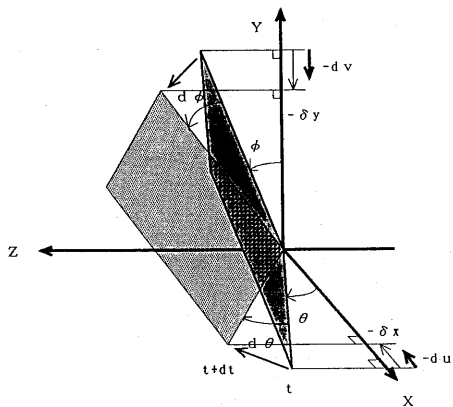


図7 速度 u, v と勾配 $p, q(\theta, \phi)$ との関係

$$\frac{du}{dx} = K_p \cdot \frac{dp}{dt}$$

$$\frac{dv}{dy} = K_q \cdot \frac{dq}{dt}$$

(17)

K_p, K_q は

$$K_p = -\frac{1+p^2}{p}, \quad K_q = -\frac{1+q^2}{q}$$

である。

第2基本式から(6)は次のようになる。

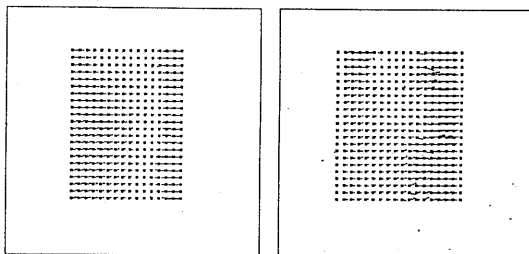
$$\frac{dE}{dt} = \frac{\partial E}{\partial x} \cdot u + \frac{\partial E}{\partial y} \cdot v + K_p \cdot \frac{\partial E}{\partial p} \cdot \frac{du}{dx} + K_q \cdot \frac{\partial E}{\partial q} \cdot \frac{dv}{dy} + \frac{\partial E}{\partial t}$$

これを簡略表現すると、(20)のようになる。

$$E_x \cdot u + E_y \cdot v + K_p \cdot E_p \cdot \frac{du}{dx} + K_q \cdot E_q \cdot \frac{dv}{dy} + E_t = \frac{dE}{dt}$$

(18)

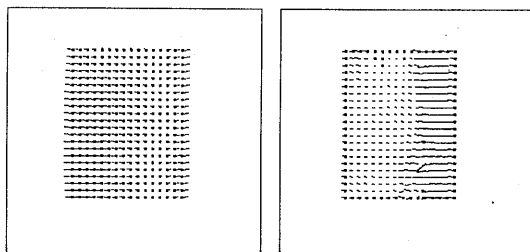
これをもとに、2次元濃淡画像から平面の回転に伴う、3次元回転場における面の勾配の速度 ζ, η と、2次元速度場における速度 u, v を求めることができる(図8)。



(1)速度 u, v

(2)勾配速度 ζ, η

(a) +p の方向での回転速度



(1)速度 u, v

(2)勾配速度 ζ, η

(b) -p の方向での回転速度

図8 平面の回転運動に伴う、3次元回転場における面の勾配の速度 ζ, η と、2次元速度場における速度 u, v .

(2)で \cdot は -p の勾配速度を表すし、
 \cdot は +p の勾配速度を表す。

6. 物体形状と画像強度関数

本節では前節と異なり、画像強度関数を $E[p(x, y, t), q(x, y, t)]$ とする。これは、画像強度が面の向きのみ依存することを示している。また、 $x = x(t)$ 、 $y = y(t)$ である。

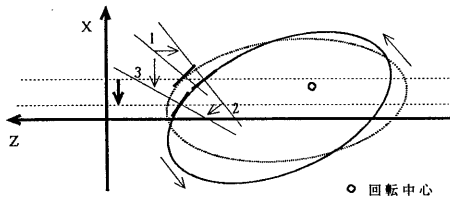
このとき、

$$\frac{dE}{dt} = \frac{\partial E}{\partial p} \cdot \frac{dp}{dt} + \frac{\partial E}{\partial q} \cdot \frac{dq}{dt} \quad (19)$$

また、

$$\begin{aligned} \frac{dp}{dt} &= \frac{\partial p}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dt} + \frac{\partial p}{\partial y} \cdot \frac{dy}{dt} + \frac{\partial p}{\partial t} \\ \frac{dq}{dt} &= \frac{\partial q}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dt} + \frac{\partial q}{\partial y} \cdot \frac{dy}{dt} + \frac{\partial q}{\partial t} \end{aligned} \quad (20)$$

dE/dt 、 dp/dt 等はそれぞれ対象物体上の特定点の明るさ変化および勾配変化を表す。また $\partial p/\partial x$ 等は対象物体の形状に関するものである。 $\partial p/\partial t$ 等は画像上の特定点の勾配変化を表す(図9)。このとき観測値は物体の特定点を follow して求まる dE/dt である。本来ならば前節の方法よりもこのようなアプローチの方が望ましいと思われるが、今後の検討課題である。



$$1. \frac{\partial p}{\partial t} \cdot dt \quad 2. \frac{\partial p}{\partial x} \cdot dx \quad 3. \frac{dp}{dt} \cdot dt$$

図9 勾配の変化

7. むすび

面の向きは3次元形状の特徴を表現するのに重要で、この面の向きによる表現は2 1/2次元表現とも呼ばれる。画像からこのシーンの特徴すなわち、面の向きがうまくとれば、提案した第1基本式から回転による u 、 v 、 ξ 、 η を求め、3次元運動の解析ができる。また、これを実験により確かめた。しかし、平面のように一枚の濃淡画像では面の向きが一意的に求められない時にも、回転による ξ 、 η の方向は比例定数 K_p 、 K_q に依存するが、導いた第2基本式からその値を u 、 v の空間微分値に拘束することが可能であることを実験により確かめた。

また、提案した基本式では z 軸に対する並進速度や回転速度を求めることはできない。

今後の課題としてはつぎのようなものがある。

1. 剛体条件が成立するときには (p, q) 表現よりも (θ, ϕ) 表現のほうが物体の回転角を直接表現できてよいと思われる。さらに (θ, ϕ) は投票法で求めることができよう。

2. 物体の運動によって見え方が異なってくるため、 $d\theta/dx$ 、 dp/dx 等の物体形状に関する視点中心座標表現は不適切となり、物体中心座標表現を用いたほうがよいと思われる。

8. 参考文献

- [1] A.R.Bruss & B.K.P.Horn, Passive navigation, Comput. Vision Graphics and Image Proc., vol.21, no.1, pp.3-20, 1983.
- [2] H.C.Longuet-Higgins and K.Prazney, The interpretation of a moving retinal images, Proc. Roy. Soc. London. Ser. B 208, pp.385-397, 1980.
- [3] 八木, 浅田, 谷内田, 辻: 動画像処理を用いた移動ロボットの環境認識, 電子通信学会論文誌, vol. J69-D, no. 6, pp.967-974, 1986.
- [4] K.Kanatani, Detecting the Motion of a Planar Surface by Line and Surface Integrals, Comput. Vision Graphics and Image Proc., vol.29, no.1, pp.13-22, 1985.
- [5] 池内: 反射率地図に基づき, 二次元濃淡画像より三次元形状を再構成する2手法, 電子通信学会論文誌, vol. J65-D, no. 7, pp.842-849, 1982.