

## ボクセルからサーフェスへのデータ変換

永江 孝規 安居院 猛 長橋 宏  
東京工業大学像情報工学研究施設

不定形物体の表現は主に医用画像の分野においてCT(computed tomography)から得られる3次元データを視覚化する必要から研究が進められてきた。視覚化されたデータの画質は近年改善されてきているが、適切な位相を持つ表面を構成する技術は未だに研究が続けられている段階であるといつてよい。3次元物体の表面は物体の内部と外部を分ける境界であるから、その曲面には端や穴がなく、また、重複もない閉曲面でなくてはならない。本稿では、ボクセルデータをそのような位相を持つサーフェスデータに変換する方法について述べる。

### VOXEL-TO-SURFACE DATA CONVERSION

Takanori Nagae Takeshi Agui Hiroshi Nagahashi

Imaging science and Engineering Laboratory, Tokyo Institute of Technology  
4259 Nagatsuta, Midori-Ku, Yokohama 227, Japan

The study of representing unfixed objects is required mainly to visualize three-dimensional data obtained from computed tomography (CT) in the field of medical imaging. The resolution and quality of the visualized data has been improved. It should be noted, however, that the technique for reconstructing the surface with adequate topology is still a subject of study. The surface of a three-dimensional object is supposed to be a boundary separating the outside from the inside. Therefore, there should exist no holes, borders, nor overlaps on it.

We present in this article a method for converting voxel data into surface data with such topology.

# 1 まえがき

不定形の物体の表現は主に CT(computed tomography) から得られる骨格や内臓などの 3 次元データを視覚化する必要性から研究が進められてきた [1][2]. CAD(computer assisted design) に代表される, ソリッドモデルによる幾何学的な形状の設計とは異なり, いくつかの限られたプリミティブの合成として不定形物体を構成することは有効ではない. また, 従来のサーフェスモデルによる物体の表現は, 平面や円筒など, 特定の曲面の位相を持つ物体表面を滑らかに補間して表すことには有効であるが, ボクセルデータから再構成される複雑な位相をもつ物体表面を扱うことにはあまり適していない [3]. また, ボクセルデータから完全な位相を持つ曲面を再構成する方法も現在研究が進められている段階であるといつてよい [4].

本報告では, 任意形状を表すボクセルデータから完全な曲面の位相を持つサーフェスモデルを構成する方法を示す.

## 2 曲面の位相を持つサーフェスモデル

サーフェスモデルは多角形の面の集まりとして表される. サーフェスモデルの視覚化ではそれらの多角形面を一つずつシェーディングするために, 多角形面の全体が実際に曲面を表しているかどうかは考慮されない. 曲面の位相を持たないサーフェスモデルには欠損や重複が存在するために, そのようなサーフェスモデルをシェーディングすると不自然な影ができることがある.

一つの連結した有限の大きさの物体の場合, その表面は物体の内部と外部を分ける境界であると考えられるから, そのような物体表面は表と裏の区別がある一つの閉曲面であると仮定することができる. 物体の一部に内部と外部の区別がない場合, 即ち, 物体が 1 次元や 2 次元の部分を持つ場合にはその表面は閉曲面にはならないが, 本報告ではこのような場合を除外する.

図 1(a) に示すように, 曲面の位相を持つサーフェスモデルの多角形面の一つの辺が属する面の個数は 1, または 2 である. 同図 (b) のように, 一辺が三つ以上の面に属することがある場合にはそのサーフェスモデルは曲面の位相を持たない. 一辺がただ一つの面に属する場合にはその辺は閉曲面の縁にあたる. 従って, 物

体の表面を表すサーフェスモデルの場合には, 一辺が属する面の個数は必ず 2 でなくてはならない.

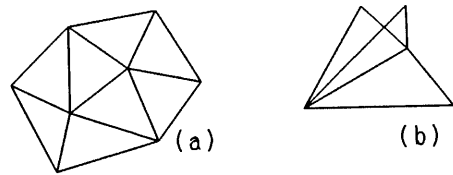


図 1 サーフェスモデルと多角形面

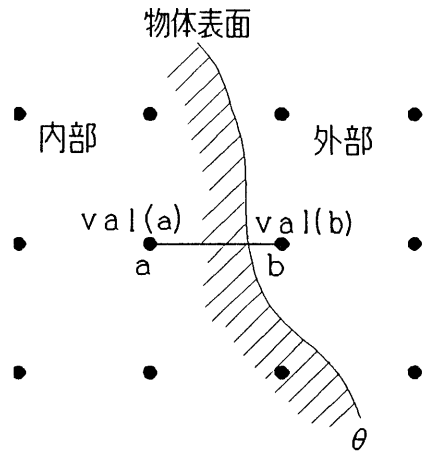


図 2 境界対

## 3 多角形面の構成

### 3.1 境界対と境界点

点の座標がすべて整数であるとき, この点を格子点と呼ぶ. 3 次元の格子点に値が割り当てられているとき, この点をボクセルと呼ぶ. ボクセルを  $a, b, \dots$  と書き, その値を  $val(a), val(b), \dots$  と書く. あるしきい値  $\theta$  を決めると, ボクセルを  $\theta$  以上の値を持つものとそうでないものとに分けることができる.  $\theta$  以上の値を持つボクセルは物体の内部に属すると仮定し, 内部ボクセルと呼ぶ. また, 内部ボクセル以外のボクセルは物体の外部に属すると仮定し, 外部ボクセルと呼ぶ. 内部ボクセル  $a$  と外部ボクセル  $b$  が距離 1 で隣接すると

き、 $a$  と  $b$  の組  $(a, b)$  を境界対と呼ぶ。図2に境界対を示す。一つのボクセルに0個以上6個以下の境界対が対応する。境界対  $(a, b)$  において、 $a$  は物体の内部、 $b$  は外部に属するので、 $a$  と  $b$  を結ぶ線分はボクセルデータが表す物体の表面と交わると考えられる。この交点を次式で定める。

$$I(a, b) = \frac{(\text{val}(a) - \theta)b + (\theta - \text{val}(b))a}{\text{val}(a) - \text{val}(b)} \quad (1)$$

即ち、 $I(a, b)$  は  $a$  と  $b$  を  $(\text{val}(a) - \theta)$  対  $(\theta - \text{val}(b))$  に内分する点である。

### 3.2 単位格子と境界対の循環

ボクセルを頂点とする一辺の長さが1の立方体を単位格子と呼ぶ。単位格子の一辺の両端の一方が内部ボクセル  $a$  であり、他方が外部ボクセル  $b$  であるときに、その辺は境界対  $(a, b)$  に対応する。一つの単位格子に0個以上12個以下の境界対が属する。

次に、一つの単位格子  $L$  に属する境界対に向き (orientation) を与える。まず、 $L$  の任意の境界対  $F$  にその次の境界対  $G$  を  $L$  の境界対の中から定める。同様に、 $L$  の任意の境界対  $G$  にその先の境界対  $F$  を  $L$  の境界対の中から定める。即ち、 $G$  が  $F$  の次の境界対であれば、 $F$  は  $G$  の先の境界対であるとする。 $L$  に属する境界対の個数は有限であるから、境界対を次から次にたどっていくと必ずもとの境界対にもどることができる。即ち、境界対は循環する。境界対の循環は  $L$  にただ一つ存在するとは限らないが、 $L$  のどの境界対も  $L$  のどれかの循環に一意に属する。即ち、循環は  $L$  の境界対を類別する。一つの循環に属する境界対を順につないでいくと一つの多角形面を得る。

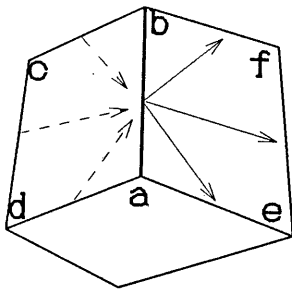


図3 単位格子

今、図3に示すようにボクセル  $a, b, c, d, e, f$  が単位格子  $L$  に属するとする。このうち、 $a$  は内部ボクセルであり、 $b$  は外部ボクセルであるとする。即ち  $(a, b)$  は  $L$  における境界対である。 $(a, b)$  の次の境界対と先の境界対を次のように定める。

- (1)  $e$  が外部ボクセルならば、境界対  $(a, e)$  が存在して、 $(a, e)$  が次の境界対である。
- (2)  $e$  が内部ボクセル、 $f$  が外部ボクセルならば、境界対  $(e, f)$  が存在して、 $(e, f)$  が次の境界対である。
- (3)  $f$  が内部ボクセルならば、境界対  $(f, b)$  が存在して、 $(f, b)$  が次の境界対である。
- (4)  $d$  が外部ボクセルならば、境界対  $(a, d)$  が存在して、 $(a, d)$  が先の境界対である。
- (5)  $d$  が内部ボクセル、 $c$  が外部ボクセルならば、境界対  $(d, c)$  が存在して、 $(d, c)$  が先の境界対である。
- (6)  $c$  が内部ボクセルならば、境界対  $(c, b)$  が存在して、 $(c, b)$  が先の境界対である。

ここで、(1) と (2) は同時に成り立たず、(1) と (2) がいずれも成り立たないとき (3) が必ず成り立つ。同様に、(4) と (5) は同時に成り立たず、(4) と (5) がいずれも成り立たないとき (6) が必ず成り立つ。これらは、ボクセル  $c, d$  及び  $e, f$  が内部か外部であるかのすべての場合を調べれば示すことができる。

一つの単位格子の中には一つ以上四つまでの循環が存在する。循環の周期は3以上7以下である。従って、三角形から七角形までの5種類の多角形が生成される。図4に単位格子内の境界対の向きと多角形の辺を示す。図5は単位格子内の循環の一つの循環を表す。同図において、(a)は三角形、(b),(c)は四角形、(d)は五角形、(e),(f),(g)は六角形、(h)は七角形を表す。これらの多角形の各辺は単位格子の一つの面に属する。各単位格子面は二つの単位格子に属するから、多角形の各辺は必ず二つの多角形に属し、従って、多角形の全体が閉曲面の位相を持つことが言える。また、この閉曲面に表と裏の区別があることは、次の定理から導かれる。

[定理]

多角形の一辺  $S$  の両端が境界対  $F, G$  であり、 $S$  が属する一方の単位格子  $L$  において  $G$  が  $F$  の次の境界対で

あるとすると、 $S$ が属するもう一方の単位格子  $M$  においては  $G$  は  $F$  の先の境界対である。

[証明]

図3に示したように、 $(a, b)$  の次の境界対が属する格子面と先の境界対が属する格子面とは左右対象である。また、図6に示すように、多角形の一边  $S$  を共有する二つの単位格子  $L, M$  は、 $S$  が属する格子面に関して左右対象である。従って、一方の単位格子  $L$  において、 $G$  が  $F$  の次の境界対であれば、他方の  $M$  では  $G$  は  $F$  の先の境界対である。

[証明終]

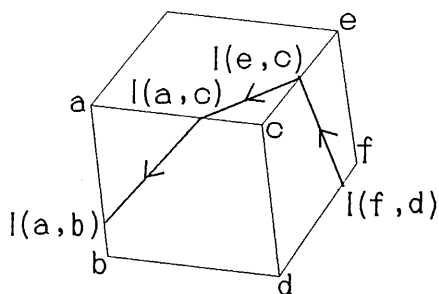


図4 単位格子内の境界対の向き

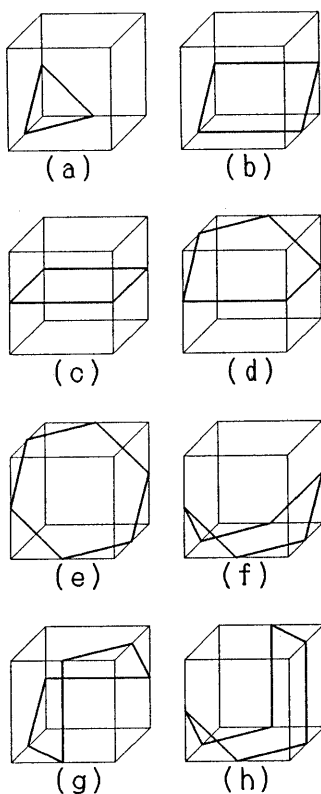


図5 単位格子内の循環

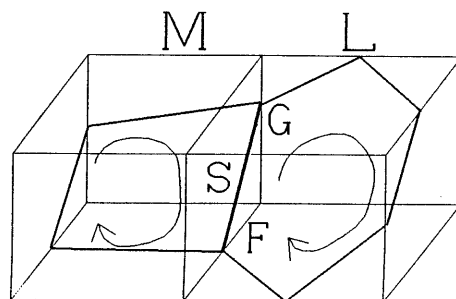


図6 多角形の辺を共有する単位格子

二つの多角形が一边を共有していて、その辺における向きが逆向きであるとき、それらの多角形は同調している (coherent) という [5]。また、曲面の位相を持つ多角形の集合が同調しているとき、表と裏の区別があることが知られている。図7は同調して向き付けられている多角形を图示したものである。

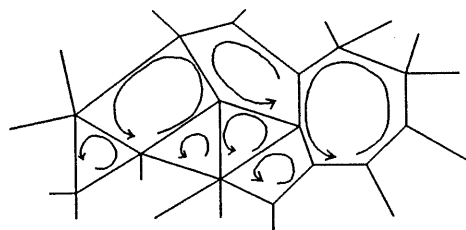


図7 同調して向き付けられた多角形

## 4 境界点の補正

ボクセルがとる値が制限されている場合、特に、0と1の2値だけの場合、ボクセルの値だけでは十分に滑らかな表面を得ることができない。従って、式(1)で定めた境界点  $I(a, b)$  に対してその補正值  $J$  を緩和法を用いて求めることにする。まず、 $J$  の初期値を  $I(a, b)$  とする。また、境界対  $(a, b)$  に対して、その周囲に32個の境界対  $N_0, \dots, N_{31}$  を図8のように定める。 $0 \leq i < 32$  として、 $N_i$  が存在するときには、 $N_i$  と物体表面との交点の補正值を  $J_i$  として、 $J$  と  $J_i$  の間にその距離に比例する弾性力を仮定する。同様に  $I(a, b)$  と  $J$  の間にも弾性力を仮定する。即ち、 $\hat{I}$  に働く力  $T$  は次式で表される。

$$T = I(a, b) - J + \sum (J_i - J) \quad (2)$$

$T$  を用いて、 $J$  は次のように更新される。

$$J \leftarrow J + \alpha T \quad (3)$$

ここで  $\alpha$  は定数で、今回は  $\alpha = 0.05$  とした。式(2),(3)を数回繰り返すことで、境界点  $J$  はより滑らかに配列すると考えられる。

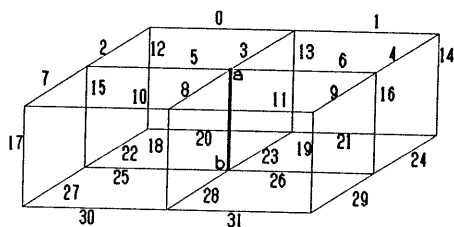


図8 周囲の境界対

## 5 作図例

図9はボクセルデータをさまざまな方法でシェーディングしたものである。各ボクセルは0か1のいずれかの値をとり、しきい値は0.5である。即ち値0のボクセルが外部ボクセル、値1のボクセルが内部ボクセルである。内部ボクセルの個数は5175、境界対の個数は9386である。同図(a)は内部ボクセルの位置に立方体を置いたものである。同図(b)は緩和法を施さずに、多角形面を生成して、フラットシェーディングしたものである。同図(c),(d)は緩和法を5回施して、

三角形から七角形までの多角形を異なる色でフラットシェーディングしたものである。各多角形の個数を表1に示す。

表1 多角形の個数

三角形	2057
四角形	5638
五角形	1332
六角形	352
七角形	7

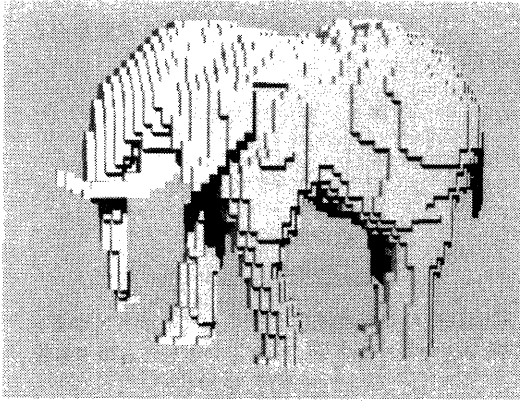
同図(e),(f)は緩和法を5回施して、すべての多角形を同じ色でスムーズシェーディングしたものである。

## 6 まとめ

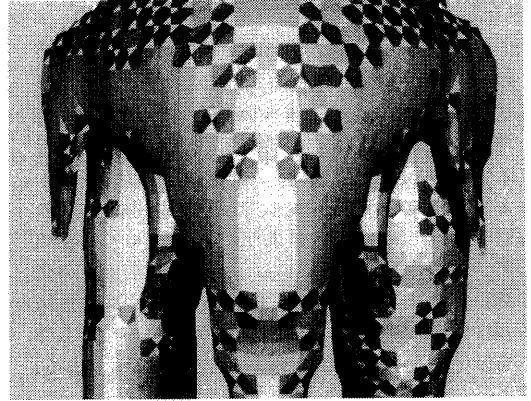
物体表面の完全な位相を持つサーフェスモデルをボクセルデータから得る方法を示した。

## 文献

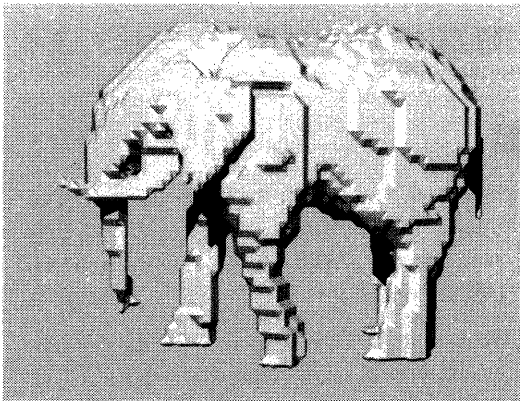
- [1] Chen, L. S., Herman, G. T., Reynolds, R. A., and Udapa, J. K.: "Surface shading in the cuberille environment", *IEEE CG & A*, 5(12), pp. 33-43, (Dec. 1985).
- [2] Webber, R. E.: "Ray tracing voxel data via bi-quadratic local surface interpolation", *The Visual Computer*, 6(1), pp. 8-15 (Feb. 1990).
- [3] Heffernan, P. B. and Robb, R. A.: "A new method for shaded surface display of biological and medical images", *IEEE Trans. on Medical Imaging*, MI-4(1), pp. 26-38, (March 1985).
- [4] Lorensen, W. E., Cline, H. E.: "Marching cubes: a high resolution 3D surface construction algorithm," *Computer Graphics* 21, pp. 163-169 (1987).
- [5] 鈴木 晋一: "数学選書 曲面の線型トポロジー", 上巻, p. 184, 槇書店(1986).



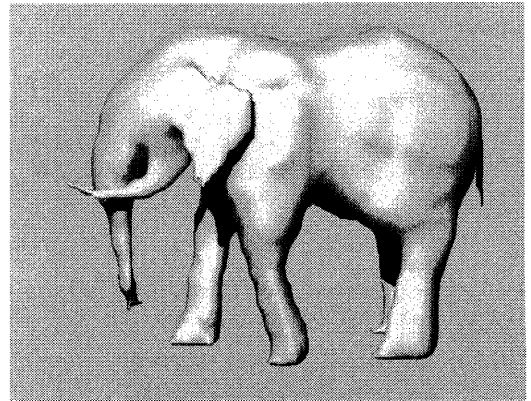
(a)



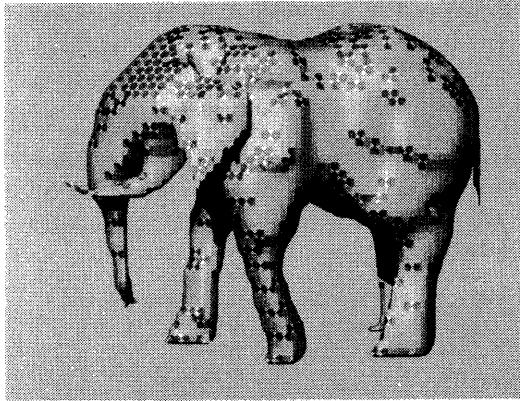
(d)



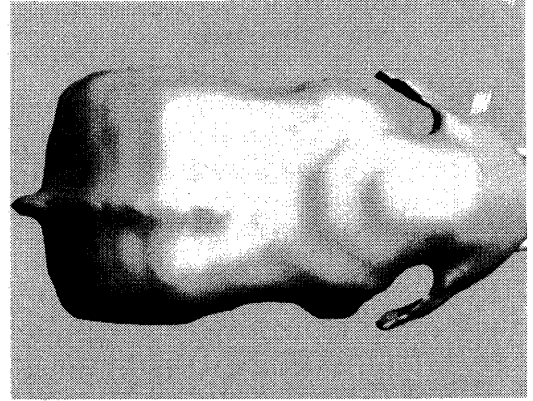
(b)



(e)



(c)



(f)

图9 作图例