

2次元可変フィルタによる高精度 Hough 変換

A High-Resolution Hough Transform using 2D Variable Filter

森本 正志 赤松 茂 末永 康仁
Masashi Morimoto Shigeru Akamatsu Yasuhito Suenaga
NTT ヒューマンインタフェース研究所
NTT Human Interface Laboratories

Abstract The ability of line extraction from a image by the Hough transform is strongly affected by the quantization error of the image and the Hough space. This paper proposes a new method to use Variable Filters into the Hough space in order to improve the ability. The filter is based on the probability distribution of the quantization error on the Hough space, and 2D Gaussian Variable Filter is constructed. The filter reduces the influence of the quantization error on voting. Consequently, stable line extraction is possible on any quantization size, and the accuracy of the extraction can be increased only by making the quantization size of the Hough space fine. Statistical experiments shows that the filter can improve the hit ratio, the error ratio and the accuracy of line extraction even in noisy images.

1 はじめに

Hough 変換^[1]は、画像処理やコンピュータビジョンにおいて画像内の直線成分を抽出するためによく用いられる方法である。Duda and Hart の方法によれば^[2]、画像内の各画素 (x, y) に対しその画素を通る直線群のパラメータである (ρ, θ) を

$$\rho = x \cos \theta + y \sin \theta \quad (1)$$

により求め、それらに従い ρ - θ 空間に集積 (voting) を行ない、最終的に集積値のピークを検出することにより直線成分を抽出する。

この Hough 変換に対し、様々な改良の試みが行なわれており^{[3],[4]}、Hough 変換の誤差や高精度化に関する研究も進められている^{[5],[6]}。筆者らは以前、 x - y 空間 (画像空間) および ρ - θ 空間 (Hough 空間) における量子化誤差がピークの形成に及ぼす影響について考察を行なうとともに、Hough 空間 ρ 方向へのフィルタリング手法を提案した^[7]。

今回の報告では、さらに θ 方向の誤差がピーク形成に及ぼす影響について考察し、 ρ 及び θ 方向へのフィルタリングによる Hough 変換の高精度化手法を提案する。フィルタ

処理自体は最近でも数多く検討されているが^{[8],[9],[10]}、本報告では量子化誤差の大きさ・分布に基づきフィルタ形状やフィルタパラメータの決定を定量的に行なっている。

以下、2)において量子化誤差についての検討を行ない、3)において高精度化手法である2次元可変フィルタについて述べる。4)において実験結果を示す。

2 Hough 空間における誤差

2.1 ρ の量子化誤差

連続画像空間上の直線 l を考える。 l の直線式として、

$$\rho_0 = x \cos \theta_0 + y \sin \theta_0 \quad (2)$$

を用いる (ρ_0 は画像空間座標系の原点と直線 l との距離、 θ_0 は直線 l の垂線と座標系の x 軸との間の角度)。

この直線 l が量子化されて、離散画像空間上のデジタル直線 \hat{l} が得られるとする。デジタル直線 \hat{l} は、画素集合 $\hat{l} = \{(\hat{x}, \hat{y})\}$ として表すことができる。ここで (\hat{x}, \hat{y}) は、離散画像空間の量子化点を表す。画像空間の量子化サイズを Δs とすれば、 $\hat{x} = n_x \cdot \Delta s$ および $\hat{y} = n_y \cdot \Delta s$ と表すことができる (n_x, n_y は整数)(図1参照)。

Hough 変換は、上記の量子化点の集合 \hat{l} より直線 l を復

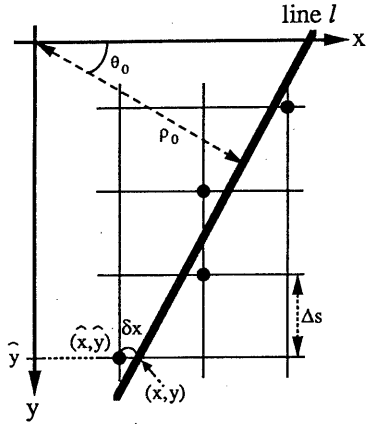


図 1: 量子化

元する手続きである。通常は、各量子化点 (\hat{x}, \hat{y}) に対しパラメータ θ の集合を与え、対応するパラメータ ρ の集合を (1) 式により算出する。どの量子化点においても直線 l のパラメータ (ρ_0, θ_0) が算出されれば、Hough 空間への集積およびピーク検出により、直線 l を復元することができる。

ここで、ある量子化点 (\hat{x}, \hat{y}) に対しパラメータ θ_0 が与えられたとする。このとき、対応するパラメータ ρ_0 の推定値 $\hat{\rho}_0$ は、(1) 式より

$$\hat{\rho}_0 = \hat{x} \cos \theta_0 + \hat{y} \sin \theta_0 \quad (3)$$

となる。パラメータ ρ の量子化誤差 $\delta\rho = \hat{\rho}_0 - \rho_0$ は、(3) 式から (2) 式を引くことにより

$$\delta\rho = \delta x \cos \theta_0 + \delta y \sin \theta_0 \quad (4)$$

となる ($\delta x = \hat{x} - x, \delta y = \hat{y} - y$)。量子化過程を考慮することにより、この量子化誤差の絶対値 $|\delta\rho|$ がとりうる最大値 $\delta\rho_{max}$ は、

$$\delta\rho_{max} = \frac{\Delta s}{2} \max(|\cos \theta_0|, |\sin \theta_0|) \quad (5)$$

となる^[7]。つまり、Hough 変換の手続きによって算出されたパラメータ $\hat{\rho}$ は、最大 $\delta\rho_{max}$ の量子化誤差を持つことがわかる。

この量子化誤差 $\delta\rho$ の確率分布形状は $\tan \theta_0$ に依存し、 $\tan \theta_0$ が無理数である場合は一様分布に、有理数である場合は楕円分布になる (図 2)。一様分布の場合、 $\delta\rho$ の確率分布関数 $P(t)$ を

$$P(t) = \begin{cases} \frac{1}{2\delta\rho_{max}} & [|t| \leq \delta\rho_{max}] \\ 0 & [\text{otherwise}] \end{cases}$$

と表すことができる。また、 $\theta = \theta_0$ における Hough 空間 ρ 方向の集積の分布関数 (以下、ヒストグラムとする) $D(t)$ を、

$$D(t) = N \cdot P(t - \rho_0) \quad (6)$$

と表すことができる (N は総量子化点数)。

実際には Hough 空間も量子化されているので、 $D(t)$ の大きさがピークの高さになるとは限らない。 $\Delta\rho$ を ρ の量子化サイズとしたとき、 $\Delta\rho \gg 2\delta\rho_{max}$ ならばピークの高さ $h = N$ 、 $\Delta\rho \ll 2\delta\rho_{max}$ ならば

$$h = \frac{N \cdot \Delta\rho}{2\delta\rho_{max}} \quad (7)$$

と考えることができる。

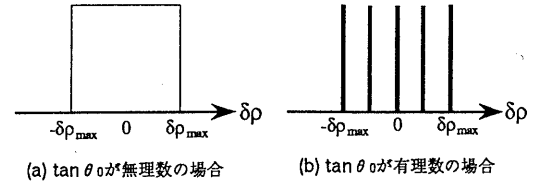


図 2: $\delta\rho$ の確率分布形状

2.2 θ の変化に基づく誤差

2.1 では、Hough 変換の手続きとして $\theta = \theta_0$ が与えられた場合の ρ における量子化誤差について検討してきた。ここでは更に、 θ における量子化誤差が及ぼす影響、即ち $\theta \neq \theta_0$ の場合について検討する。

(1) 式による Hough 変換過程において (x, y) および $\theta = \theta_0$ を代入する際に、 θ 方向に微小誤差 $\delta\theta$ が生じたとする。この時 ρ 方向に生じる誤差 $\delta\rho'$ は、(1) 式および (2) 式より、

$$\begin{aligned} \delta\rho' &= \frac{\partial\rho}{\partial\theta} \Big|_{\theta=\theta_0} \cdot \delta\theta \\ &= (-x \cos \theta_0 + y \sin \theta_0) \cdot \delta\theta \\ &= \left(-\frac{x}{\sin \theta_0} + \frac{\rho_0}{\tan \theta_0} \right) \cdot \delta\theta = \left(\frac{y}{\cos \theta_0} - \rho_0 \tan \theta_0 \right) \cdot \delta\theta \end{aligned}$$

となる。 $\delta\rho'$ は $\delta\theta$ に比例すると同時に、 (x, y) の値に依存していることがわかる。ここで実際に代入される (x, y) は量子化点 (\hat{x}, \hat{y}) である。したがって、 $\delta\rho'$ の値は量子化点が異なると不連続に変化する。 $\delta\rho'$ の最小変化幅 $\Delta\rho'$ は、

$$\Delta\rho' = \begin{cases} \left| \frac{\partial\rho}{\partial\theta} \right| \cdot \Delta s & (|\theta_0| \leq \frac{\pi}{4}) \\ \left| \frac{\partial\rho}{\partial\theta} \right| \cdot \Delta s & (\frac{\pi}{4} < |\theta_0| \leq \frac{\pi}{2}) \end{cases} \quad (8)$$

で求められる。

ここでは $|\theta_0| \leq \frac{\pi}{4}$ の場合 (変数 y) を考える。誤差 $\delta\rho'$ は変数 y の線形関数であるが、実際には画像平面は有限であるから、その上限・下限が存在する。また、Hough 空間も量子化されているので、 ρ の量子化サイズ $\Delta\rho$ の大きさや y の定義域によってはピーク形成も起こりうる。そこで y の定義域を $\{y \mid y_1 \leq y \leq y_2\}$ とした時、微小誤差 $\delta\theta$ が生じた場合の Hough 空間上の ρ 方向のヒストグラム $D'(t)$ を求めると、(8) 式より

$$D'(t) = \begin{cases} \Delta\rho/\Delta\rho' = \left| \frac{\cos\theta_0}{\delta\theta} \right| \cdot \frac{\Delta\rho}{\Delta s} & [\rho_1 \leq t \leq \rho_2] \\ 0 & [\text{otherwise}] \end{cases} \quad (9)$$

($\rho_1 = \rho_0 + \delta\rho'_{y=y_1}$, $\rho_2 = \rho_0 + \delta\rho'_{y=y_2}$) と表され、一般に矩形となることがわかる。 $\frac{\pi}{4} \leq |\theta_0| \leq \frac{\pi}{2}$ の場合 (変数 x) も同様である。

2.3 量子化誤差の重畳による実際の誤差

実際の ρ 方向のヒストグラムは、2.2 で求めたヒストグラム $D'(t)$ に 2.1 で述べた量子化誤差 $\delta\rho$ が重畳することにより形成される。したがって、ヒストグラム $D''(t)$ は $D'(t)$ に量子化誤差の確率分布関数 P を畳み込むことで、

$$D''(t) = D'(t) * P(t) = \begin{cases} \left| \frac{1}{\delta\theta} \right| \cdot \frac{\Delta\rho}{\Delta s^2} \cdot (t - \rho_1 + \delta\rho_{max}) & [\rho_1 - \delta\rho_{max} \leq t \leq \rho_1 + \delta\rho_{max}] \\ \left| \frac{\cos\theta_0}{\delta\theta} \right| \cdot \frac{\Delta\rho}{\Delta s} & [\rho_1 + \delta\rho_{max} \leq t \leq \rho_2 - \delta\rho_{max}] \\ \left| \frac{1}{\delta\theta} \right| \cdot \frac{\Delta\rho}{\Delta s^2} \cdot (\rho_2 + \delta\rho_{max} - t) & [\rho_2 - \delta\rho_{max} \leq t \leq \rho_2 + \delta\rho_{max}] \\ 0 & [\text{otherwise}] \end{cases} \quad (10)$$

と表される。

この台形形状になるための条件は、最大量子化誤差 $\delta\rho_{max}$ が (8) 式の変化幅の $\frac{1}{2}$ より大きいとき、即ち、

$$\frac{1}{2} \left| \frac{\delta\theta}{\cos\theta_0} \right| \cdot \Delta s < \delta\rho_{max} = \frac{\Delta s}{2} |\cos\theta_0|$$

したがって、

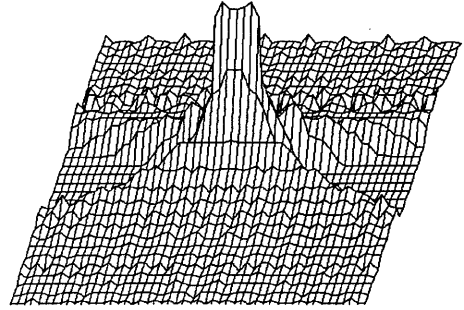
$$|\delta\theta| < \cos^2\theta_0$$

のときである。以上は $|\theta_0| \leq \frac{\pi}{4}$ の場合であったが、上記の条件は一般に

$$|\delta\theta| < \max(\cos^2\theta_0, \sin^2\theta_0) \quad (11)$$

と表すことができる。以上より、 $|\delta\theta|$ が微小の場合 $\theta \neq \theta_0$ であってもピークが形成されることがわかる。

$\rho_0 = 0$, $\theta_0 = 30^\circ$ の直線に対して Hough 変換を施した際の、Hough 空間上でのヒストグラムを図 3 に示す (量子化サイズはそれぞれ $\Delta s = 1$, $\Delta\rho = \frac{1}{8}$, $\Delta\theta = \frac{1^\circ}{8}$)。矩形および台形形状のピークが形成されていることが分かる。



(横軸: ρ , 縦軸: θ)

図 3: Hough 空間上のヒストグラム

3 可変フィルタ

3.1 可変フィルタ概要

(5) 式は、画像空間の量子化サイズ Δs と ρ の最大量子化誤差との関係を表しており、Hough 空間 ρ 方向の量子化サイズ $\Delta\rho$ の目安として用いることができる。しかしそれは、同一直線上の点が同一の Hough 空間上の位置 (Hough 空間配列の同一セル) に集積されることを保証するものではない。 $\Delta\rho$ を大きくすれば同一セルへの集積確率は高くなるが、得られるパラメータ ρ の精度は悪化する。また、画像空間のサブピクセル化などにより Δs を小さくすることで誤差 $\delta\rho$ を見かけ上小さくした場合も、そのピクセルサイズに見合ったパラメータ ρ の精度が得られるわけではない。

同様に、(11) 式を Hough 空間 θ 方向の量子化サイズ $\Delta\theta$ の目安として用いることはできるが、 ρ 方向の場合と同様に精度の悪化やピークの形成そのものを避けることはできない。

これらの量子化に基づく誤差自体は避けられないものであるから、逆にこの誤差を考慮してできるだけ同一位置へ集積を行なう方法を考える。

ある量子化点 (\hat{x}, \hat{y}) に対し、パラメータ値 $\hat{\rho}$ を与えて (1) 式によりパラメータ $\hat{\rho}$ を計算する。このとき、 $\hat{\rho}$ に対する真の値 ρ は $\hat{\rho} - \delta\rho_{max}$ から $\hat{\rho} + \delta\rho_{max}$ までのどこかに存在すると考えられる。したがって、Hough 空間への集積を行なう際には $\hat{\rho}$ に対応する Hough 空間上の位置だけでなく、 $\hat{\rho} - \delta\rho_{max}$ から $\hat{\rho} + \delta\rho_{max}$ のすべての位置に対する集積を考慮するのが妥当であると考えられることができる。

可変フィルタは、この考え方に従いパラメータの値をパラメータ値の分布に変換するためのフィルタである。可変フィルタにより得られた分布に基づいて Hough 空間への集

積を行なうことで正しいピークの形成を行なおうとするのが、このフィルタ処理の目的である（“可変”とは、 ρ, θ の値に応じてフィルタのサイズが変化してくるところから来ている）。

3.2 可変フィルタ処理過程

まず、 ρ 方向へのフィルタリングについて述べる。

可変フィルタは、 $\hat{\rho}$ に対する畳み込み (convolution) の形式で施される。可変フィルタ式を $f(x)$ と表す。また、 $\hat{\rho}$ を便宜的に関数形式 $u(t)$:

$$u(t) = \begin{cases} \hat{\rho} & [t = \hat{\rho}] \\ 0 & [\text{otherwise}] \end{cases}$$

で表す。このとき可変フィルタ処理は、

$$f * u = \int f(t - \tau) \cdot u(\tau) d\tau = \hat{\rho} \cdot f(t - \hat{\rho})$$

で表される。 $f * u$ は f と同型の関数であり、パラメータ値の分布式である。畳み込みにより、 f はひとつの値から値の分布への変換を行なったと言える。

このようにして得られた分布に従って、Hough 空間への集積が行なわれる。パラメータ ρ の量子化サイズを $\Delta\rho$ とする。このとき、 ρ_i から $\rho_i + \Delta\rho$ までの値に対応するセル c_i に集積される度数は、

$$\int_{\rho_i}^{\rho_i + \Delta\rho} f(t - \tau) \cdot u(\tau) d\tau$$

で求められる。

一般に、Hough 空間上での ρ 方向のヒストグラムを式 $D(t)$ で表すと、この分布全体に対する可変フィルタ処理は、

$$f * D = \int f(t - \tau) \cdot D(\tau) d\tau$$

で表すことができる。また、このとき Hough 空間上のセル c_i に集積される度数は、

$$\int_{\rho_i}^{\rho_i + \Delta\rho} f(t - \tau) \cdot D(\tau) d\tau$$

で求められる。

3.3 可変フィルタ形状

2.1で述べたように、 $\hat{\rho}$ が得られたときその真の値 ρ は $\hat{\rho} - \delta\rho_{max}$ から $\hat{\rho} + \delta\rho_{max}$ の間にゼロ以上の確率で存在する。この確率の分布が一様分布であるとしたとき、その確率分布関数 $P(t)$ に基づいて得られる可変フィルタ特性式 f として、

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2\delta\rho_{max}} & [|x| \leq \delta\rho_{max}] \\ 0 & [\text{otherwise}] \end{cases} \quad (12)$$

で表される矩形可変フィルタを用いることができる (図 4(a))。この矩形可変フィルタ f を施すことにより、パラメータ値 $\hat{\rho}$ は確率分布関数と同型の一様分布に変換されることになり、量子化誤差を考慮した集積が可能となる。また、ヒストグラム $D(t)$ に f を施した場合には、その形状は三角分布に変換され、真の値 ρ 上に頂点が形成されることにより、正しい直線抽出が可能になることがわかる。なお、この矩形可変フィルタによる値から値の分布への変換は、[5]における ρ の離散化法と等価である [4]。

前回の報告において [7]、正規可変フィルタが一様分布と楕状分布両方に適用できるフィルタとして最も優れていることを示した。正規可変フィルタの特性式 f_g は、

$$f_g(x, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right) \quad (13)$$

で表される (図 4(b))。ここでは $\sigma = \delta\rho_{max}/2$ とする。これは、正規可変フィルタによる処理の範囲が矩形可変フィルタとほぼ同じく最大量子化誤差 $\delta\rho_{max}$ となるように設定したものである。一様分布 $D(t)$ に正規可変フィルタ f_g を施すと、

$$f_g * D = N \cdot \frac{\operatorname{erf}\left(\frac{t - \rho + \delta\rho_{max}}{\sqrt{2}\sigma}\right) - \operatorname{erf}\left(\frac{t - \rho - \delta\rho_{max}}{\sqrt{2}\sigma}\right)}{2}$$

が得られる ($\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x \exp(-t^2) dt$ (誤差関数))。楕状分布に施した場合も、滑らかなピークを持つ似た形状の分布に変換される。

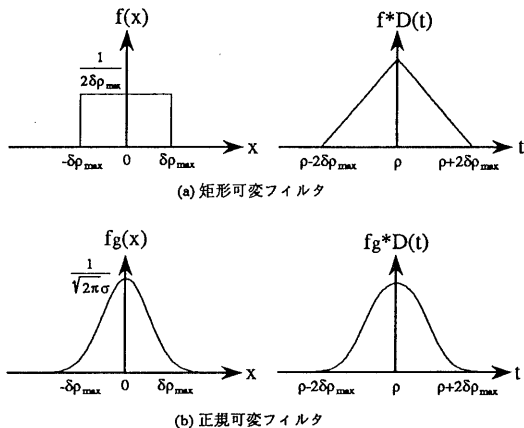


図 4: 可変フィルタ

3.4 2次元可変フィルタ

次に、3.3で述べた ρ 方向のフィルタリングの考え方を拡張して、 θ 方向にもフィルタリングを行なう 2次元可変

フィルタについて述べる。

2.2で述べたように、 $\theta = \theta_0$ の近傍にも台形ピークが形成される。特に、(7)式と(10)式より、

$$|\delta\theta| < \frac{\max(\cos^2\theta_0, \sin^2\theta_0)}{N} \quad (14)$$

の場合には台形ピークの方が高くなるのが導かれる。そこで、 ρ 方向と同様に θ 方向のヒストグラムの形状も変形して、正しいピークを形成しやすくする方法が考えられる。2次元可変フィルタは、この考え方に従いパラメータ値をパラメータの2次元分布に変換するためのフィルタである。

ここでは、 θ 方向のフィルタ形状として、 ρ 方向と同様に正規分布フィルタを用いることにする。 ρ 方向へのフィルタを $f_\rho = f_g(\rho, \sigma_\rho)$ ($\sigma_\rho = \delta\rho_{max}/2$)、 θ 方向へのフィルタを $f_\theta = f_g(\theta, \sigma_\theta)$ として、2次元可変フィルタは

$$f(\rho, \theta) = f_\rho \cdot f_\theta \quad (15)$$

と表すことができる(図5)。この際、 ρ 方向のフィルタリングと θ 方向のフィルタリングは独立に処理することができる。また、 θ 方向のフィルタサイズ σ_θ として(11)式を目安に用いることができる。4の実験では $\sigma_\theta = 0.5$ としている。

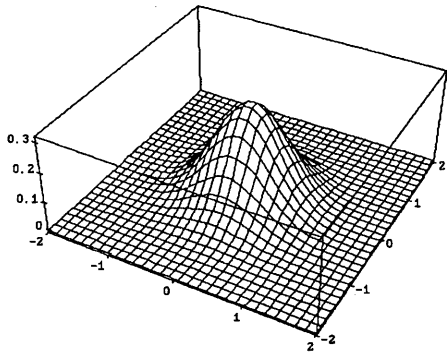
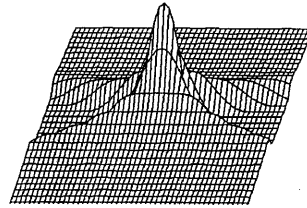


図5: 2次元正規可変フィルタ

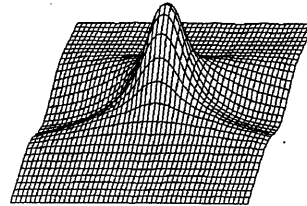
図3に示した Hough 空間上のヒストグラムに対し、可変フィルタ処理を行なった結果を図6に示す。

4 実験

2次元可変フィルタを用いた統計実験結果を図7に示す。



1次元正規可変フィルタ処理後



2次元正規可変フィルタ処理後

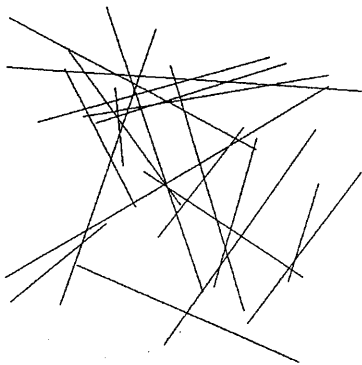
(横軸: ρ 、縦軸: θ)

図6: 可変フィルタ処理後の Hough 空間上のヒストグラム

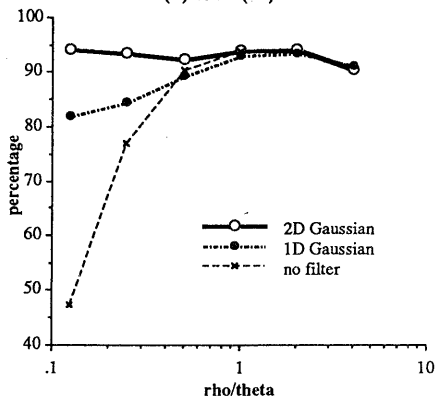
ρ, θ の量子化サイズ $\Delta\rho, \Delta\theta$ を変化させて、各々の量子化サイズに対して100回の試行を行なっている。図7(a)は、ランダムな位置に描いた20本の線分の例である。この画像に対しHough変換を行ない、高い順に20個のピークを選んだときの正しい直線本数の割合(正答率)を図7(b)に示す。可変フィルタを施さない場合には量子化サイズが小さくなるにつれて正答率が急落するが、可変フィルタを施した場合にはある程度の正答率を保つことができることがわかる。一方、正しい直線をすべて得るために取り出される総直線本数の割合(誤り率)を図7(c)に示す。可変フィルタを施さない場合には、量子化サイズが小さくなるにつれて極端に多くのピークを検出しなければならない。これは正しい直線成分を得ることが難しいことを表している。しかし、可変フィルタを施した場合には誤り率を抑えることができることがわかる。

2次元可変フィルタを施した場合には、正答率はほぼ一定のパーセンテージを保ち、1次元の可変フィルタよりさらに優れた性能を示している。

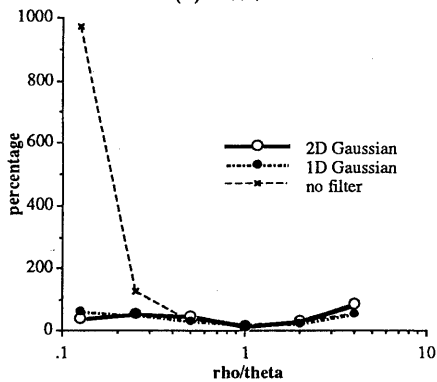
可変フィルタは理想直線を持つ量子化誤差を基に構築されたフィルタである。しかし、実際の画像は様々な種類の誤差を含んでいる。そこで、画像に雑音を重畳した上で前述の統計実験を行なった結果を図8に示す。ここでは、線



(a) 原図 (例)



(b) 正答率



(c) 誤り率

図 7: 2次元可変フィルタ統計実験結果

分の各画素が存在すべき位置に対して、正規分布確率に基づいた誤差量だけ画素位置を動かしている。つまり、直線の各画素は量子化誤差の範囲以上に位置の誤差を持っている(図8では $\sigma = 4.0$)。これはエッジオペレータのエラーなどをシミュレートしていると考えられる。結果を見ると、それぞれ理想直線の場合よりパーセンテージは落ちるものの、前述の実験と同様の結果が得られていることがわかる。したがって、可変フィルタは雑音成分が重畳された実際の直線抽出においても効果があるといえることができる。また、図8(d)は抽出された直線と実際の直線とのパラメータの平均誤差を表している。可変フィルタ処理により、量子化サイズに比例して抽出する直線の精度を向上させることができることがわかる。

最後に、実際の情景画像に対して処理を行なった例を図9に示す。可変フィルタを施さない場合には、必要な直線成分(この場合上部の水平線)を抽出するために多くの不必要な直線まで抽出しなければならない。しかし、可変フィルタを施した場合にはそのようなことが抑えられることが分かる。

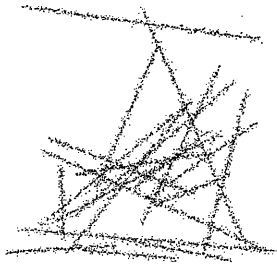
5 むすび

本論文では、各画素に対する Hough 変換のパラメータ ρ, θ が包含しうる量子化誤差の値の確率分布を基に、Hough 空間への集積に可変フィルタ処理を施す手法を提案した。

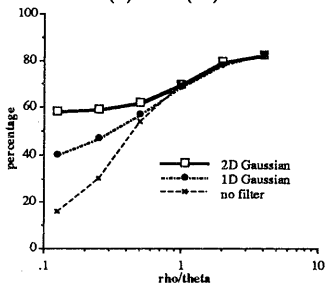
(5) 式、(11) 式は、それぞれ ρ, θ の量子化サイズの目安として用いることができる。しかし、それだけでは量子化誤差による集積誤りを避けることはできない。また、画像空間のサブピクセル化などにより Δs を小さくすれば誤差 $\delta\rho$ などを小さくすることができるが、それに見合った精度の直線検出結果を得ることができなくなる。

本論文で提案した可変フィルタ手法によれば、直線検出における画像空間や Hough 空間の量子化誤差の影響を除去することができる。したがって、それらの空間の量子化のサイズによらない安定した直線検出が可能となり、画像に依存して量子化のサイズを変更する必要などがなくなる。また、画像内に雑音成分が重畳している場合でも、可変フィルタをかけることにより直線抽出の性能が向上することが分かった。したがって、センサ系の歪み等による画素位置の歪みに対しても、ある程度の位置復元の効果が期待できると考えられる。この可変フィルタ処理は (Hough 変換そのものも含め) 基本的に並列処理であるので、パイプライン処理等による高速な実行が可能である。

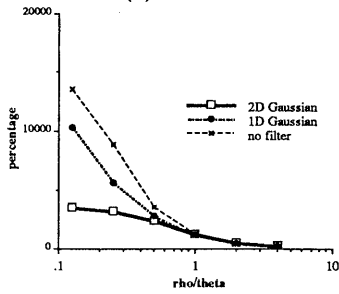
今後の課題としては、可変フィルタ形状の最適化や、フィルタパラメータの最適化があげられる。



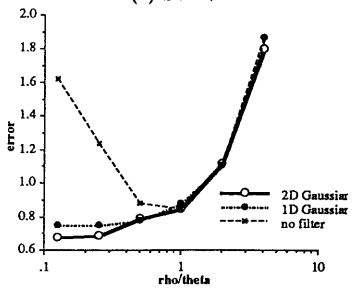
(a) 原図 (例)



(b) 正答率



(c) 誤り率

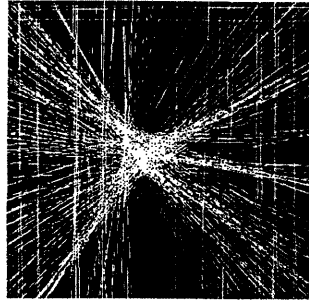


(d) 抽出精度

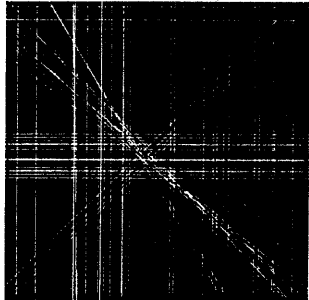
図 8: 雑音重畳画像に対する統計実験結果



(a) 原図



(b) フィルタなし



(c) 2次元正規可変フィルタ処理後

図 9: 情景画像に対する実験結果

参考文献

- [1] P.V.C.Hough: "Method and means for recognizing complex patterns", U.S.Patent, **3069654**, (1962).
- [2] R.O.Duda and P.E.Hart: "Use of the hough transformation to detect lines and curves in pictures", *Comm.ACM*, **15**, 1, pp. 11-15(1972).
- [3] 興水大和: "Hough 変換に関する最近の研究動向", *情報研資*, **CV51-1**, pp. 1-8(1987).
- [4] 興水大和: "Hough 変換に関する最近の研究動向(2)", *信学技報*, **PRU91-15**, pp. 25-32(1991).
- [5] 藤井高広, 和田俊和 松山隆司: "Hough 変換における歪みのない $\rho - \theta$ パラメータ空間の構成法", 91 春期信学全大, **D-562**, (1991).
- [6] 美細津忠之, 平栗滋人, 伊東晋 宇都宮俊男: "可変増分による hough 変換の高精度化", 91 春期信学全大, **D-563**, (1991).
- [7] 森本正志, 尺長健 末永康仁: "量子化を考慮した hough 変換", *信学技法*, **PRU89-89**, pp. 1-8(1990).
- [8] W.Niblack and T.Truong: "Finding line segments by surface fitting to the hough transform", *MVA'90(IAPR Workshop on Machine Vision Applications)*, pp. 237-240(1990).
- [9] J. J.Princen and J.Kittler: "Hypothesis testing: A framework for analysing and optimising hough transform performance", *ICCV'90*, pp. 427-434(1990).
- [10] N.Kiryati and A.M.Bruckstein: "Antialiasing the hough transform", *CVGIP*, **53**, 3, pp. 213-222(1991).