

アフィンスケールスペース解析による 画像の構造記述

守田 了 田中 稔

山口大学工学部

宇部市常盤台 2557

粗さ, 方向性が人間の受ける印象を決めるテクスチャの主な特性であるといわれている。そのため, 方向性と粗さからテクスチャの違いが識別でき, さらに類似するテクスチャの特徴がわかることが重要である。そこで, 我々は非等方性ガウスを核にもつスケールスペース解析とそれに基づく画像の構造記述法を提案する。特に, 少ないスケールの観測から非等方性ガウススケールスペースの零交差表面を構築するために, 零交差面の形態解析を行なう。零交差面のトポロジーが変化する点をスケールスペースにプロットし, トポロジー変化面が囲む領域が最大の点をフィルタの係数として選ぶ。非等方性ガウススケールスペースの最適フィルタ係数表面の解析をもとに, 疎にサンプルされた画像から画像中のすべての最適フィルタを決定する。実画像に最適フィルタをかけた画像および記述を生成し, 微妙に変動したり雑音を含むテクスチャ画像の認識に有効であることを示す。

キーワード スケールスペース, 非等方性ガウス核関数, テクスチャ解析

Image Structure Description using Affine Scale-Space Analysis.

Satoru MORITA Minoru TANAKA

Faculty of Engineering, Yamaguchi University

2557 Tokiwadai, Ube, 755, Japan

Coarseness and directionality provides important sources of information for texture image recognition. Especially, it is important to distinguish between the textures and understand characters of similar texture. So we proposed new scale-space analysis generated by non-uniform Gaussian kernels in order to find stable image for coarseness and directionality. We analyze zero-crossing surfaces to generate non-uniform Gaussian scale-space from observations of a limited number. Singular points, where the topology of zero-crossing surfaces changes are plotted in new scale-space. A filter parameter for the biggest size of chunk enclosed by topology change surface is selected as an optimal parameter of a pixel. Optimal surface parameters for all pixels are calculated from observation of a limited scale using parameter surface analysis of optimal filter in scale-space. Optimal filter and the image description are calculated by this approach for natural image. We show that this method is suited for texture image recognition.

keyword: scale-space analysis, non-uniform Gaussian kernel, texture analysis

1 はじめに

粗さ、方向性が人間の受ける印象を決めるテクスチャの主な特性であるといわれている。そのため、方向性と粗さが異なるテクスチャを識別し、さらに類似するテクスチャの特徴がわかることが重要である。Marr[7]はさまざまな尺度で一枚の画像をみることの重要性について述べている。この立場から種々の解像度で観測された零交差をもとに波形を記述するスケールスペース解析が提案されている [4]。画像に対する等方性のガウス関数に基づくスケールスペースの性質が解析されている [13]。非等方性の核関数 [8] のスケールスペース解析がテクスチャ解析やエッジ検出に有効であることが述べられている [12][9]。Witkin は一次元波形の安定波形の生成のために、核関数の選択をスケールスペースの区間木を作り、区間が最も大きいスケールが安定であることを利用して、フィルタの各スケールの最適値を選択している [4]。

テクスチャの解析のために、種々の方向性を持つ Gabor フィルタ [1] を用いた画像のセグメンテーションの研究が行なわれている [3][2]。一方、テクスチャから表面を復元する研究が行なわれている [5]。テクスチャから表面を復元するために必要な等方性ガウス関数のスケールの選択を、画像の 2 次モーメントの観測から行なう方法が提案されている [10]。

そこで、我々はテクスチャのもつ粗さ、方向性を考慮したフィルタの選択のために、一次元波形に対する Witkin の区間木のアプローチを非等方性ガウスを核とするスケールスペースに拡張する。一次元波形に対する一つのスケールのアプローチを二次元画像に対する 3 つのスケールのアプローチに拡張するため、5 次元の変数を同時に決定するために必要な新しいスケールスペースを定義づける。少ないスケールの観測から零交差面を構築するために、新しいスケールスペースに発生するさまざまな零交差面の形態を解析する。

従来のスケールスペースのアプローチでは一枚の画像に対して一つのスケールの選択を行なっていたが [10]、本アプローチでは画像の各画素ごとスケールの選択を行なう。本手法では、最適フィルタの係数面を解析することにより、最適フィルタの選択と画像のセグメンテーションを同時に行なう。

2. では非等方性ガウスを核とするスケールスペースフィルタリングを定義する。3. では非等方性ガウスを核とするスケールスペースの零交差表面の形態を分類し、その性質を明らかにする。4. では非等方性ガウススケールスペース解析を用いてテクスチャを考慮した

画像中の最適フィルタの決定を行なう。最適フィルタ係数表面の解析をもとに、疎にサンプルされた画像から画像中のすべての最適フィルタを決定する。5. では実画像を用いて手法の有効性を示す。

2 非等方性ガウススケールスペースフィルタリング

テクスチャのもつ粗さおよび方向性を抽出するために、非等方性ガウスを核にもつスケールスペース解析とそれに基づく画像の構造記述法を提案する。本章では、一般に等方性ガウスを核関数とするスケールスペース解析を非等方性ガウスを核関数とするスケールスペース解析に拡張する。

2.1 スケールスペースフィルタリング

任意の次元 N の連続信号に対して、スケールスペースの概念は以下のように定義されている。信号 $f: R^N \rightarrow R$ が与えられた時、 $L: R^N \times R \rightarrow R$ のように与えられるスケールスペース表現は原信号に等しい。 $L(\cdot; 0) = f$ として粗いレベルの表現は増加幅 L のガウス核関数の畳み込みによって与えられる。 $L(\cdot; t) = g(\cdot; t) * f$ 畳み込み操作の結果は以下のようにかけられる。

$$L(x; t) = \int_{r \in R^n} g(a; t) f(x - a) da$$

但し、 $x = (x_1, \dots, x_N)^T$, $g: R^N \times R_+/0 \rightarrow R$, $g(x; t) = \frac{1}{(2\pi t)^{\frac{N}{2}}} e^{-\frac{x^2}{2t}}$ である。通常のスケールスペース解析に用いられる 2 次元画像に対して等方性ガウス関数は以下のように定義される。

$$g(x, y; \sigma) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left\{-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}\right\}$$

L は以下の拡散方程式を満足する。

$$\partial_t L = \frac{1}{2} \nabla^2 L = \frac{1}{2} (\partial_{xx} + \partial_{yy}) L$$

2.2 非等方性ガウス核関数に基づくスケールスペースフィルタリング

等方性のフィルタがかけられた画像を解にもつ拡散方程式は、非等方性フィルタがかけられた画像を解にもつ拡散方程式に拡張される。

$$\partial_t L = \frac{1}{2} \nabla^2 L = \frac{1}{2} (\sigma_x \partial_{x_1 x_1} + \sigma_y \partial_{y_1 y_1}) L$$

Lは上の拡散方程式を満足する.

$$L(x; t) = \int_{x \in \mathbb{R}^n} g(a; t) f(x - a) da$$

2次元の非等方性ガウス関数は以下のように定義される.

$$g(x, y; \sigma_x, \sigma_y) = \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left[\frac{x^2}{\sigma_x^2} + \frac{y^2}{\sigma_y^2}\right]\right\}$$

これらの式は以下のように書き換えられる.

$$g(x, y; \Psi, \Gamma, \theta) = \frac{1}{2\pi|M|} \exp\left(-\frac{x_1^2 + y_1^2}{2}\right)$$

但し,

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{\Gamma}{\Psi}} & 0 \\ 0 & \sqrt{\frac{1}{\Gamma\Psi}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$\Gamma = \sqrt{\frac{\sigma_x}{\sigma_y}}, \Psi = \sqrt{\sigma_x\sigma_y}$$

$$M = \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{\Gamma}{\Psi}} & 0 \\ 0 & \sqrt{\frac{1}{\Gamma\Psi}} \end{pmatrix}$$

2.3 零交差面

画像 (x, y) 上の画素値 z に対して $X(u, v) = (x(u, v), y(u, v), z(u, v))$ とおくと, $X(u, v)$ の接平面の接線は $t(u, v) = duX_u(u, v) + dvX_v(u, v)$ となる. 曲面の単位法線ベクトルを n とすると, $\delta_1(du, dv), \delta_2(du, dv)$ を次式で与える.

$$\delta_1(du, dv) = \begin{pmatrix} du & dv \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_u X_u & X_v X_u \\ X_v X_u & X_v X_v \end{pmatrix} \begin{pmatrix} du \\ dv \end{pmatrix}$$

$$\delta_2(du, dv) = \begin{pmatrix} du & dv \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_{uu}n & X_{uv}n \\ X_{uv}n & X_{vv}n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} du \\ dv \end{pmatrix}$$

但し

$$X_u = \frac{\partial X}{\partial u}, X_v = \frac{\partial X}{\partial v}, X_{uu} = \frac{\partial^2 X}{\partial u^2}, X_{uv} = \frac{\partial^2 X}{\partial v \partial u}$$

とする. $X(u, v)$ における (du, dv) 方向の曲率は次のように求まる.

$$\lambda(du, dv) = \frac{\delta_2(du, dv)}{\delta_1(du, dv)}$$

曲面上の一点 p で, 曲面の法線ベクトルを含む平面で切った切り口の曲率 κ の値が最大または最小となる方向ベクトルを $(\zeta_1, \eta_1), (\zeta_2, \eta_2)$ とすると, それぞれ曲率は次のように定義できる.

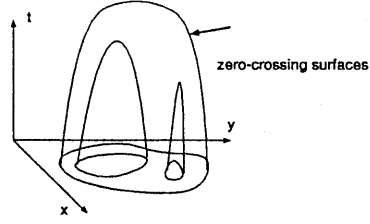


図 1: スケールスペースの零交差面

- a) p 点に於ける極大曲率 $\kappa_1 = \lambda(\zeta_1, \eta_1)$
- b) p 点に於ける極小曲率 $\kappa_2 = \lambda(\zeta_2, \eta_2)$
- c) p 点に於ける平均曲率 $H = \frac{\kappa_1 + \kappa_2}{2}$
- d) p 点に於けるガウシアン曲率 $K = \kappa_1 \kappa_2$
- e) $H=0$ 輪郭線 $H=0$ f) $K=0$ 輪郭線 $K=0$

画像を曲面とみなし, ガウシアン曲率 K と平均曲率 H の正負に注目し, 領域分けを行ない, 要素間の関係を記述する. 本稿では, $K=0, H=0$ を零交差輪郭とよび, (x, y, t) 空間中に零交差輪郭をプロットして生成される面を零交差面とよぶ. xy が画像であり, t がスケールである. 図 1 は等方性ガウスを核とするスケールスペースの零交差面である. KH の正負により領域わけした図を KH 画像または特異画像とよぶ. 非等方性ガウスに基づくスケールスペースをアフィンスケールスペースとよぶ.

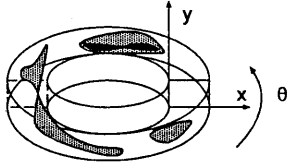
3 非等方性ガウススケールスペース解析

非等方性ガウススケールスペース解析を定義する. 2次元画像 $I(x, y)$ に対して $I(x, y) * G(\Psi, \theta, \Gamma)$ により得られる零交差輪郭を 5次元空間 $(x, y, \Psi, \theta, \Gamma)$ 中にプロットする. フィルタ $G(\Psi, \theta, \Gamma)$ の特性は歪み率 Ψ , 方向 θ , スケール Γ (面積) によって決まる. 非等方性ガウスのスケールスペースは 5次元空間 $(x, y, \Psi, \theta, \Gamma)$ であり, 5次元空間中の零交差点の集合は多様体 $S(x, y, \Psi, \theta, \Gamma)$ である.

3.1 零交差面の形態解析

3.1.1 x, y, θ による非等方性ガウススケールスペース

係数が (Γ, Ψ) のフィルタから生成される画像の零交差点を切口が四角形のドーナツの空間にプロットする. この (x, y, θ) によるドーナツ上の非等方性ガウススケールスペースに生成される零交差面 $S(\Gamma, \Psi; \theta, x, y)$ を観測する. 図 2 は (Γ_1, Ψ_1) における非等方性ガウススケールスペースである. 図 3 は非等方性ガウススケール



(Γ 11)

図 2: Γ1, Ψ1 の非等方性ガウススケールスペース

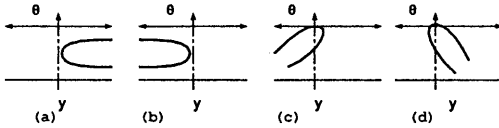


図 3: Γ1, Ψ1 の非等方性ガウススケールスペース

スペースにおける零交差面のトポロジーが異なる変化である。θの変化により、(a)は新たな零交差面が現れる場合であり、(b)は零交差面が消える場合であり、(c)は零交差面が接触する場合である。

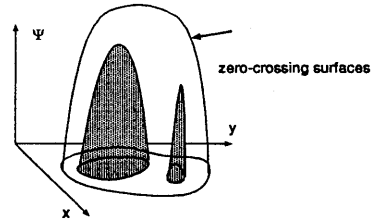
3.1.2 x, y, Ψによる非等方性ガウススケールスペース

係数が(Γ, θ)のフィルタから生成される画像の零交差点を切口が四角形の直方体の空間にプロットする。(x, y, Ψ)による直方体上の非等方性ガウススケールスペースに生成される零交差面 $S(\Gamma, \Psi; \theta, x, y)$ を観測する。Γ=1の場合は等方性ガウス核関数における二次元のスケールスペースに相当する。図1はΓ=1における通常のスケールスペースである。図4は(Γ, θ)における非等方性ガウススケールスペースである。そのため、2次元のスケールスペースにおいて観測される零交差面の性質はそのまま適合される。

図5はフィルタリングによる零交差面の形態である。零交差面のトポロジー変化の解析により、すべての零交差面のタイプは分類される。(a)は零交差面が他の零交差面と内面と外面で接触する場合であり(b)は零交差面が他の零交差面と外面同士で接触する場合である。

3.1.3 x, y, Γによる非等方性ガウススケールスペース

係数が(Ψ, θ)のフィルタから生成される画像の零交差点を、切口が(x, y)の四角形である直方体の空間にプロットする。この(x, y, Γ)による直方体上の非等方性ガウススケールスペースに生成される零交差面 $S(\Gamma, \Psi; x, y)$ を観測する。



(Γ1, θ1)

図 4: θ1, Γ1 の非等方性ガウススケールスペース

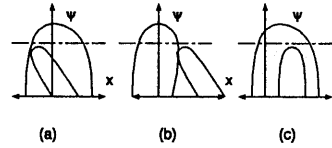


図 5: θ1, Γ1 の非等方性ガウススケールスペースのトポロジー変化。

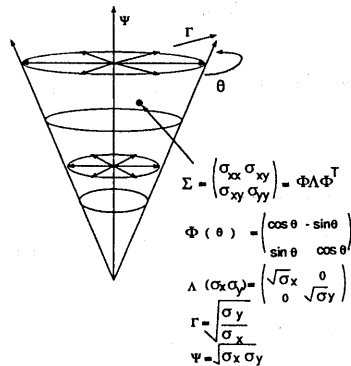


図 6: x1, y1 の非等方性ガウススケールスペース

3.2 トポロジー変化面の形態解析

3.2.1 Γ, Ψ, θ による非等方性ガウススケールスペース

画像中の一点 (x, y) から生成される画像の (Ψ, Γ, θ) の変化により生成されるトポロジー変化点を (Γ, Ψ, θ) による三角すいの空間にプロットする。この (x, y, Ψ) による直方体上の非等方性ガウススケールスペースに生成されるトポロジー変化面 $T(x, y; \Gamma, \Psi, \theta)$ を観測する。

特に画像中の一点 $I(x_1, y_1)$ における最適フィルタを決定するために、 (x_1, y_1) の非等方性ガウススケールスペースを解析する。画像中の一点 (x_1, y_1) に対して $T(x_1, y_1; \Psi, \theta, \Gamma)$ に発生する零交差面のトポロジー変化が発生する点をプロットする。トポロジー変化点の集まりにより構成される面をトポロジー変化面とよぶ。零交差面によって区切られた立体のかたまりを計算し、 n 個のかたまりの体積の最大のものを見つける。同一のかたまり中では、画像のトポロジーが等しい。但し、 Ψ は $\log_2|\Psi|$ と置き直して計算する。図 6 は (x_1, y_1) における非等方性ガウススケールスペースを表している。 Ψ が $\sigma_x * \sigma_y$ であり、 Γ が $\frac{\sigma_x}{\sigma_y}$ であり、 θ が回転方向である。

4 最適スケールの選択アルゴリズム

4.1 最適フィルタの条件

Witkin は一次元波形について最適フィルタを選択するために、スケールスペースにおけるスケールの安定性に注目している [4]。この方針に従い非等方性ガウススケールスペースにおけるスケールの安定性に注目する。すなわちフィルタの方向および大きさによらず最も安定と考えられる最適フィルタ係数をトポロジー変化面に囲まれる領域が最大の点とする。図 7 は一枚の画像に対して非等方性ガウススケールスペース解析によるフィルタリング係数の最適値を計算している。 (θ, Ψ) の非等方性ガウススケールスペースおよび (θ, Γ) のガウススケールスペースおよび (Γ, Ψ) の非等方性ガウススケールスペースを構築し、トポロジー変化面を検出する。得られたトポロジー変化点を (x, y) の非等方性ガウススケールスペースにプロットする。得られたトポロジー変化面により囲まれた領域が最も大きくかつ、 Ψ が最も小さい画像を最適画像とする。上記の処理を画像全体に対して行なう。

4.2 最適フィルタ係数面の形態解析

粗くサンプルした画像から間を補間して密な最適フィルタリング係数を求めるために、非等方性ガウススケール

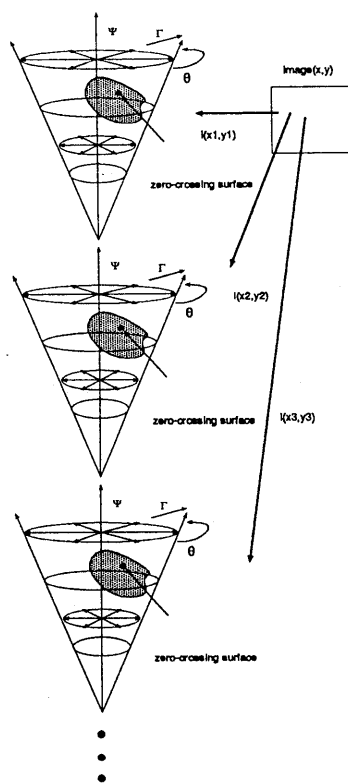


図 7: 画像に対する非等方性ガウススケールスペース分析

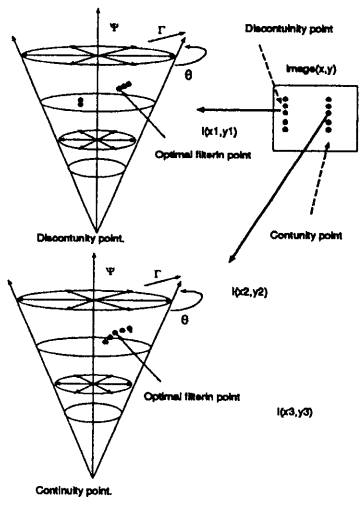


図 8: 不連続点と連続点

ルスペースにフィルタの最適値をプロットする。プロットしたフィルタの最適値 (Ψ, Γ, θ) により生成される面を最適フィルタ係数面とよぶ。信頼性の高いフィルタの最適値を求めるために、非等方性ガウススケールスペースにおける最適フィルタ係数面の形態を分類する。画像空間中の最適フィルタ係数を観測していくと、画像中で近傍の点にもかかわらず、最適フィルタ係数の値が非等方性ガウススケールスペースにおいて急激に離れる点が発生する。この点を最適フィルタ係数の不連続点と呼ぶ。図 8 は最適フィルタ係数を非等方性ガウススケールスペースにプロットしたものである。画像中では、近傍の点にもかかわらずスケールスペースで最適値が不連続に配置される点 (図中上) と連続して配置される点 (図中下) が存在する。

最適フィルタ係数が連続にかわる領域は同様の性質を有しているとみなし、領域分けを行なう。最適フィルタの係数が連続にかわる領域を同一の領域とみなし (図 9 上)、不連続に変わる線を領域の境界とみなす (図 9 中)。さらにセグメント画像における境界線が交差する点では、非等方性ガウススケールスペースにおいて急激に 2 つの固まりに分割される (図 9 下)。セグメント画像中の各画素は Type1 連続点, Type2 不連続点, Type3 不連続線の交差点の 3 つに分類される。

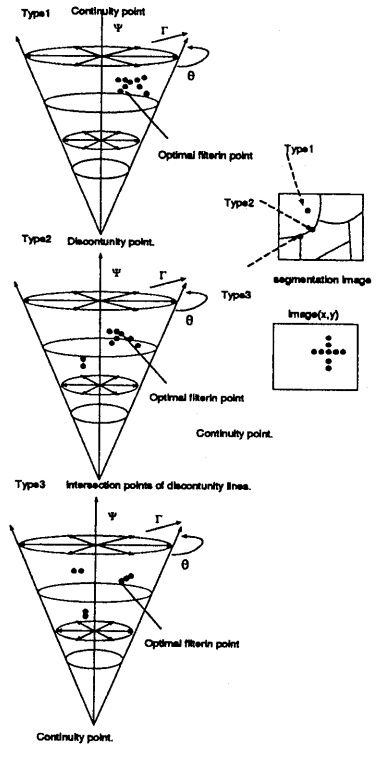


図 9: 画像の領域分割

非等方性ガウススケールスペース中に粗くプロットされた最適係数点から特徴点の分類を満足する最適係数表面を求める。このフィルタ最適値の不連続点は画像中で連続に閉じる。この性質を利用して、離散的に観測されたフィルタの最適値から観測されない間を補うフィルタの最適値を決定する。

4.3 安定画像および構造記述の生成

最適フィルタの不連続点で大きく領域を分割する。最適フィルタが連続に変化する領域をノードに、画像中で隣接しかつ最適フィルタが不連続に変化する点をアークとするグラフ構造で記述する。さらに各ノードの KH の隣接関係を記述する。

各画素に対して最適フィルタにおける画素値の画像を

生成する。生成された画像を安定画像とよぶ。粗くサンプルされた最適フィルタ係数から間を補間した密な安定画像が生成できる。

5 安定画像の生成アルゴリズム

図 10 に最適フィルタを計算するアルゴリズムを模式的に示す。以下に処理のながれを示す。

- 画像 I に $\Gamma = (\frac{1}{2^k} * 2^{3*n} (n = 1, \dots, 5), \Psi = (\frac{1}{2^k} * 2^{3*n} (n = 1, \dots, 5)\theta = 2 * \pi * \frac{n}{8} (n = 1, \dots, 8)$ のフィルタをかける。(2.2)
- フィルタ画像を KH をもとに領域分類を行なう。(2.3)
- (Γ, Ψ) によるスケールスペース, (θ, Γ) によるスケールスペースおよび (Γ, Ψ) によるスケールスペースにおける零交差点を求め, 間を補間し, 得られた零交差面からトポロジー変化点を求める。(3.1.1)(3.1.2)
- (x, y) によるスケールスペースにトポロジー変化面を構成する。(3.1.3)
- 各座標に対してトポロジーの変化面が囲む領域が最大の座標をフィルタの最適値に選ぶ。(4.1)
- 粗くサンプルした画素から求められるフィルタの最適値を (Ψ, Γ, θ) のスケールスペースにプロットし, 画像中のすべての画素の最適値を求める。(4.2)
- 不連続面から画像を分類し, 隣接関係をグラフで記述する, さらにそれぞれの連続面における KH の隣接関係をグラフで記述し, 画像の構造記述を得る。(4.3)
- 各画素に対して最適フィルタにおける画素値から画像を生成する。(4.3)

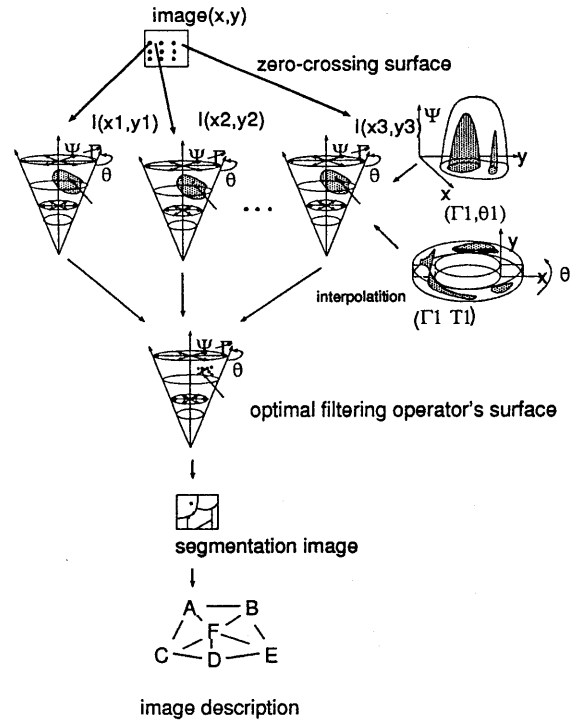


図 10: アルゴリズム

図 11 はサンプル画像である。図 12 は $\Gamma = \frac{1}{2^k} * 2^{3*n} (n = 1), \Psi = \frac{1}{2^k} * 2^{3*n} (n = 1)\theta = 2 * \pi * \frac{n}{8} (n = 1, \dots, 8)$ のフィルタを表している。図 13 は上のフィルタを図 11 にかけることによって得られた画像である。図 14 は図 13 の画像を KH をもとに分類した画像である。実際には $\Gamma = \frac{1}{2^k} * 2^{3*n} (n = 1, \dots, 5), \Psi = \frac{1}{2^k} * 2^{3*n} (n = 1, \dots, 5)\theta = 2 * \pi * \frac{n}{8} (n = 1, \dots, 8)$ の 200 枚のフィルタ画像から解析している。以下アルゴリズムにしたがって安定画像および構造記述を得た。これらの解析から比較的解像度および方向に依存しない安定画像が得られた。

6 おわりに

テクスチャのもつ粗さや方向に不変な画像を抽出するために, 非等方性ガウスを核にもつスケールスペース

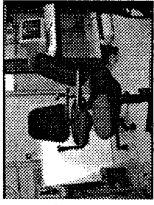


図 11: サンプル画像



図 12: フィルタ-($\Psi = 0.015, \Theta = 2\pi * 1 - 8, \Gamma = 0.015$)

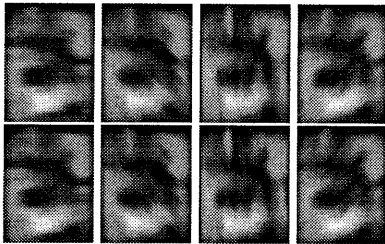


図 13: フィルタリング画像 (フィルタ- $\Psi = 0.015, \Theta = 1 - 8, \Gamma = 0.015$)

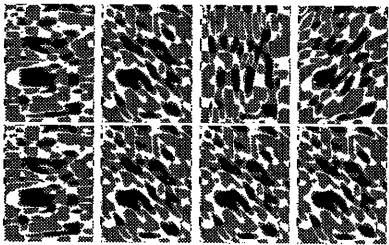


図 14: KH 画像 (フィルタ- $\Psi = 0.015, \Theta = 1 - 8, \Gamma = 0.015$)

解析とそれに基づく画像の構造記述法を提案した。テクスチャのもつ微妙な粗さ方向性によらず安定な画像および識別のための記述の生成のために、一次元波形に対する区間木のアプローチを非等方性ガウスを核とするスケールスペース解析に拡張した。特に、少ないスケールの観測から非等方性ガウススケールスペースの零交差表面を構築するために、零交差表面の形態解析を行なう。非等方性ガウススケールスペースの最適フィルタ係数表面の解析をもとに、疎にサンプルされた画像から最適フィルタを決定するアルゴリズムを述べる。実画像に対して最適フィルタに基づき画像の記述を行ない、手法の有効性を示した。微妙に変動したり雑音のあるテクスチャ画像の認識などに有効である。

参考文献

- [1] D.Gabor, "Theory of communication", J.Inst.Elect. Engr., 93, vol. 93, no. III, pp. 429-459, (1946)
- [2] A. Bovik, M. Clark and W. Geisler, "Multichannel texture analysis using localized spatial filters," IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell., vol.12, pp.55-73, Jan. (1990).
- [3] A. K. Jain and F. Farrokhnia, "Unsupervised texture segmentation using Gabor filters", Pattern Recognition, vol.23, pp.1167-1186, (1991)
- [4] A. Witkin, "Scale-space filtering" Proc. Int. Joint Conf. Artificial intelligence, Karlsruhe, West Germany, pp. 1019-1022(1983)
- [5] A. Witkin, "Recovering Surface Shape and Orientation from Texture", Artificial Intelligence, pp.17-45(1981)
- [6] R. Thom "Structural Stability and Morphogenesis", W.A. Benjamin. Inc. (1975)
- [7] D.Marr "Vision", W.H.Freeman, San Francisco, (1982)
- [8] P.Perona and J.Malik, "Steerable-scalable kernels for edge detection and junction analysis," in Proc. 2nd European Conf. on Computer Vision, pp.3-18(1992)
- [9] M.Michaelis and G.Sommer, "Junction classification by multiple orientation detection," in Proc. 3rd European Conf. on Computer Vision, pp.101-108(1994)
- [10] T.Lindeberg and J.Garding, "Shape from texture from a multi-scale perspective, 4th ICCV, 683-691,(1993)
- [11] R. Manmatha, "Measuring the Affine Transform Using Gaussian Filters," in Proc. 3rd European Conf. on Computer Vision, pp.159-164,(1994)
- [12] G. Sapiro and A. Tannenbaum, "Affine invariant scale-space", IJCV, 11(1), pp25-44, (1993)
- [13] J.Babaud, A.P.Witkin, M.Baudin, and R.O.Duda, "Uniqueness of the Gaussian kernel for scale space filtering", IEEE Trans. Pattern. Anal. & Mach. Intell.-8, 1, pp.26-33, (1986)