

CVCV-WG 特別報告：コンピュータビジョンにおける技術評論と将来展望 (XV)
— 画像理解における統計的手法 —

栗田多喜夫 (kurita@etl.go.jp), 赤穂昭太郎 (akaho@etl.go.jp)
電子技術総合研究所

最小2乗法をはじめとする統計的手法は、コンピュータビジョンのさまざまな場面で応用されている。ここでは、最近、コンピュータビジョンで利用されるようになってきた統計手法、特に、最尤推定のためのEM法、ロバスト統計、MDL等のモデル選択手法について概観し、コンピュータビジョンへの応用例を紹介する。

CVCV-WG Special Report: Technical Review and View in
Computer Vision (XV)
— Statistical Methods in Image Understanding —

Takio KURITA (kurita@etl.go.jp), Shotaro AKAHO (akaho@etl.go.jp)
Electrotechnical Laboratory

Statistical methods such as least mean squares estimation have been used in various computer vision applications. This paper surveys the recent topics of statistical methods used in the field of computer vision, especially, EM-algorithm for Maximum likelihood estimation, robust statistics, model selection methods such as MDL.

1. まえがき

コンピュータビジョンでは、最小2乗法をはじめとする統計的手法がさまざまな場面で利用されてきた。本稿では、最近、コンピュータビジョンでよく利用されるようになってきた統計的手法として、EM アルゴリズム、ロバスト統計、モデル選択手法について概観する。

EM アルゴリズム [9] は、不完全なデータからの学習アルゴリズムのひとつであり、コンピュータビジョンにおいても非常に有効な手法と考えられる。例えば、領域分割や複数のオプティカルフローの同時推定などは混合分布モデルとして定式化でき、EM アルゴリズムが利用できる。ここでは、その基本的な考え方とアルゴリズムについて概観する。

ロバスト統計に基づく手法 [17, 16, 32, 33] を用いると、データに例外値が含まれる場合や性質の異なるいくつかのデータが含まれているような場合でも比較的安定にパラメータを推定できる。コンピュータビジョンでも主要なオプティカルフローの推定や不連続を含む滑らかさの基準などに利用されている。ここでは、その基本的な考え方と推定アルゴリズムを紹介し、いくつかの応用例について概観する。

コンピュータビジョンでも、しばしば、データをうまく説明するモデルを決定することが必要となるが、そのモデルを利用した推定などのためには、モデルはデータを正しく反映するだけでなく簡単であることが望ましい。これらの間のバランスをうまくとるための手法がモデル選択手法である。ここでは、その基本的な考え方といくつかの手法について簡単に紹介する。

2. EM アルゴリズム

2.1. 複数性のある問題

画像理解の問題を困難にしている原因の一つとして、扱う対象が複数存在するケースが多いことが挙げられる。例えば、画像中には一般に複数の物体が存在している。ひとつの物体の認識や識別は比較的易しい場合もあるが、複数存在する場合には一つ一つの物体を切り出さなければひとつの物体のみを認識する手法は使えない。しかし、まだ認識もできていない物体を切り出すのは容易なことではない。

複数物体の認識のほかにも、画像が複数の領域か

らなっているときに領域を分割する問題、あるいは、画像中の複数の物体が移動している場合にそれぞれのモーションパラメータやオプティカルフローを求める問題などはいずれも複数性によって困難が生じている。

このような問題を解く方法として考えられるのは、まず、適当に(あるいは何らかの事前の知識に基づいて)対象領域を分割し、それぞれの領域でひとつの物体のみを扱うアルゴリズムを適用して近似解を得て、その近似解をもとに領域分割をやり直す方法である。これを繰り返していけば、複数性をもつ問題もある程度解くことができそうである。ただし、このようにして得られる解がどのような解なのかかわからないし、果たしてアルゴリズムが収束するかも一般にはわからない。

EM アルゴリズムでは複数対象の認識の問題を、確率分布の混合分布の最尤推定問題としてとらえ、(局所最適解ではあるが)アルゴリズムの収束性を示すことができる。また、上に述べたよりもより柔軟な形の分割を行うアルゴリズムになっている。

2.2. 混合分布と隠れた変数

複数の対象があって、それぞれが確率分布の形であらわされているとする。複数の対象全体はその(重み付きの)和

$$p(x; \theta) = \sum_{i=1}^k \xi_i p_i(x; \psi_i) \quad (1)$$

で表現することができる。ここで k は対象の個数、 $p_i(x; \psi_i)$ は i 番目の対象の確率分布、 ξ_i はその重みをあらわす。この形の分布は(有限)混合分布と呼ばれている。最尤推定では、 x のサンプル点に基づいて、尤度を最大にするようなパラメータ θ を求めることが目的であるが、一般にこのままでは複雑すぎて解けない。

そこで、もし仮に、各サンプル点がどの対象に属しているかがわかったとすれば、あとはそれぞれの対象ごとの確率分布の推定を行えばよくなる。どの対象に属しているかというのを観測できない変数(または隠れた変数)とみなすと以下で述べるように EM アルゴリズムが適用可能となる。

2.3. EM アルゴリズム

EM アルゴリズムは、混合分布のように観測できない変数をもつような最尤推定の局所最適解を求めるための反復アルゴリズムである。

ここで、観測される変数を x 、観測できない変数を z とすると、EM アルゴリズムは次の 2 つのステップの計算を $t = 0, 1, 2, \dots$ に対して繰り返し行なうアルゴリズムである。まず、パラメータを適当な値に $\theta = \theta^{(0)}$ 初期化しておく。

1. (E(xpectation) step) (x, z) の対数尤度の (与えられたデータ x とパラメータ $\theta^{(t)}$ に対する) 条件つき期待値を計算する。つまり、

$$Q(\theta | \theta^{(t)}) = E[\log p(x, z; \theta) | x, \theta^{(t)}] \quad (2)$$

を計算する。

2. (M(aximization) step) $Q(\theta | \theta^{(t)})$ を最大にする θ を $\theta^{(t+1)}$ とおく。

この各繰り返しステップで得られるパラメータは尤度を単調に増加させることが知られている。

混合分布の場合に EM アルゴリズムを適用してやると、 ξ に関しては Q の最大化が陽に解けて、 ψ_i は各対象に関する重み付きの最適化問題となり、対象ごとに独立に解くことができる。

EM アルゴリズムのコンピュータビジョンへの応用として、例えば、Akaho[1] は複数物体に対して EM アルゴリズムを適用する枠組を示した。Sekita[39] は複数直線のあてはめに対して EM アルゴリズムを適用した。また、複数モーシヨンの推定に対しては Fan[13] などの研究例がある。Ayer et al[4] はモーシヨンパラメータから領域分割を行なっている。

2.4. 隠れマルコフモデル

コンピュータビジョンで対象を確率的に表現する方法として、マルコフ連鎖やランダムマルコフ場 (MRF) を用いることがある。例えば、手書き文字のストロークの認識やドキュメント認識などでは、マルコフ連鎖が用いられる。また、領域分割などでは画像全体を MRF であらわすことがある。このとき、マルコフ連鎖や MRF の状態は陽に観測できないのが普通であり、隠れマルコフモデルと呼ばれている。これらの問題では状態数が複数あることによって複数性の問題が生じている。どの状態にいるかという値を

隠れた変数とみなすことによって混合分布と同じように EM アルゴリズムを適用することができる。

特に、マルコフ連鎖に対する EM アルゴリズムに対しては E ステップにおける条件付き平均を効率的に行う方法が知られている (Baum-Welch アルゴリズム)。

応用例としては、例えば、Bose et al[7] はテキスト認識のモデルとして隠れマルコフモデルを用いている。また、Starner et al[40] は手書きサインの認識に隠れマルコフモデルを用いている。

2.5. EM アルゴリズムの問題点

EM アルゴリズムは局所最適解に収束するアルゴリズムであり、大域的な収束は保証されていない。従って、初期値の選び方は他の探索アルゴリズム同様重要である。ただし、多くの実例では他の手法に比べて良い解に収束することが知られており、しかも繰り返しの初期には Newton 法と同程度に速い。ただし解の近くでは収束が遅くなるので、精度の高い解が必要な場合には適当な加速法が必要となる。

また、一般には E と M のそれぞれステップが単純になるとは限らないので、計算量を減らすためのいろいろなテクニックが研究されている [42]。例えば、E ステップは積分 (離散の場合は総和) 計算なので計算が大変な場合には、Gibbs サンプルングなどのモンテカルロ法で近似計算することがよく行なわれる。Zhang[48] では MRF による領域分割問題に対して統計力学的な手法である平均場近似による近似計算を試みている。一方、M ステップは基本的に最適化問題なので解が陽に書き下せない場合には Newton 法などの反復法がよく用いられる (もとの問題を直接 Newton 法で解くよりは単純な最適化になっていることが多い)。

画像処理においては対象がいくつあるのか、あるいはマルコフ連鎖の状態がいくつなのかということも未知であることが多いが、EM アルゴリズムそのものには対象や状態の数を推定するメカニズムは含まれていない。従来の研究の多くは MDL を用いたモデル選択を行なっている [4]。

3. ロバスト統計

3.1. ロバスト推定

最小2乗法は、データからモデルを推定するための基本的な道具として、コンピュータビジョンでも様々な用途に利用されている。モデルとデータとの誤差が平均0の正規分布に従うならば最小2乗法によって推定されたモデルは最適となるが、データに例外値が含まれているような場合には、得られた結果は信頼できないものになってしまう。

コンピュータビジョンでも、データに例外値が含まれていることを前提にしてデータからモデルを推定できれば便利ことが多い。例えば、複数の動きを含んだデータから主な動きを推定する場合には、異なる動きのデータを同時に処理し、データの主要な部分のみからモデルを推定できれば便利である。

ロバスト統計を用いると、例外値をある程度含むようなデータからでも比較的安定にモデルのパラメータを推定できる。以前は、メディアンフィルタなどの画像の平滑化以外では、それほど利用されていなかったが、1990年代に入って、急速に、様々な用途で使われるようになり、現在では、モデル推定のための標準的な手法とみなされるようになってきた。ロバスト統計の画像解析への応用に関する初期の解説には、Meerら[26]や栗田[20]などがある。

3.2. M-estimator

M-estimatorは、最も良く利用されるロバスト推定手法のひとつであり、最小2乗法で用いられる最小2乗(LMS)基準

$$LMS = \min \sum_i r_i^2 \quad (3)$$

の代わりに、それをちょっとだけ変形した評価基準を用いる。ここで、 r_i はデータと推定値との誤差である。最小2乗基準はすべての誤差を均等な重みで扱っているために、ひとつの大きな例外値によって大きな影響を受ける。M-estimatorでは、これを例外値には小さな重みを与えるように変形した基準

$$M = \min \sum_i \rho(r_i) \quad (4)$$

が使われる。ここで、 $\rho(x)$ は、 $x=0$ で唯一の最小値を持つ対称な正定値関数である。この基準は、も

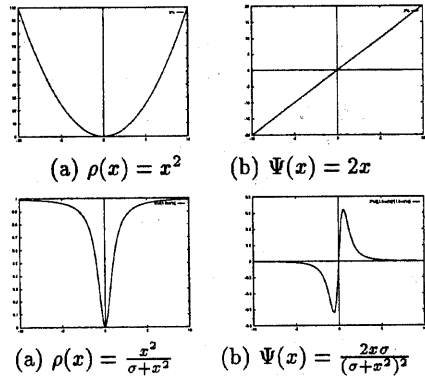


図1. Examples of ρ and Ψ functions.

し $\rho(x) = x^2$ ならば、平均2乗誤差基準と同じになり、その意味で最小2乗法の拡張になっている。

関数 ρ によってモデルからずれたデータに対してどれくらいの重みが与えられるかを見るためには、 ρ の微分 $\Psi(x) = \frac{\partial \rho(x)}{\partial x}$ を取ってみればよい。 Ψ は、influence function と呼ばれている。平均2乗誤差に対する influence function は、図1(a), (b) のようになり、データがモデルから離れるにつれてその影響が線形に増大する。一方、図1(c), (d) のような Geman と McClure の ρ 関数では、データがモデルからある程度離れるとその影響はほとんどなくなり、0に近づく。

M-estimator による推定のためのアルゴリズムは、式(4)を最小化する最適化問題として求めることができ、重み付き最小2乗問題となる。このアルゴリズムは、 ρ 関数によっては必ずしも最適解に収束することは保証されないので、良い初期値から出発する必要がある。

3.3. LMedS 推定

Rousseeuw が提案した LMedS 基準は、

$$LMedS = \min \text{med } r_i^2 \quad (5)$$

で定義される。ここで med は、中央値を取ることを表す。こうした評価基準が例外値に対してどれくらい強いのか(例外値に対するロバストネス)を評価するためには、breakdown point と呼ばれる指標が用いられている[17, 33]。それは、例外値がない場合の結果と例外値を含む場合の結果が非常に大きくずれることなく、全データの内の何割までのデータを非常に

大きな例外値に置き換えることができるかを測るものである。最小2乗基準の breakdown point は0であるが、この基準の breakdown point は0.5であり[32]、全データの内の50%が例外値でも結果が大きくずれることがなく、考えられる最大の breakdown point を達成する基準である。ただし、漸近有効性 (asymptotic efficiency) の観点からは、この基準はそれほど良いとは言えない。

3.3.1. LMedS 推定のためのアルゴリズム

LMedS 基準によるパラメータ推定は非線形の最適化問題となる。1次元のデータに対して位置を推定するには比較的効率的なアルゴリズムが知られているが[33]、多次元の場合には最適解を見つけるのはかなり難しい。そこで、準最適解をランダムサンプリングによって探索するアルゴリズムが開発されている。例えば、データに p 個のパラメータ $\beta_j, j = 0, \dots, p-1$ を持つ線形モデル $z_i = \sum_{j=1}^{p-1} \beta_j x_j(i)$ を当てはめる場合を考えよう。この時、ランダムサンプリングを用いた推定アルゴリズムは以下のようになる。

1. 全データから p 個のデータをランダムに選ぶ。
2. p 個のデータを用いてモデルのパラメータを推定する。
3. LMedS 基準によりそのパラメータのモデルを評価する。

以上を繰り返して、最良のパラメータを選択する。

このアルゴリズムは、単純なランダムサンプリングによるアルゴリズムであるが、これを遺伝的アルゴリズムを使って高速化する試みも報告されている[34]。

3.4. コンピュータビジョンへの応用

3.4.1. 局所曲面の推定への応用

画像データや距離画像データの局所的な微分値や曲率などは、局所領域内のデータに曲面のモデルをあてはめることにより推定できる。最小2乗法により1次や2次の曲面を当てはめる場合には、モデルの各パラメータは局所領域内のデータとマスクパターンとの内積により求めることができる。局所領域内のデータがひとつのモデルで近似できる場合にはこ

の方法でも問題は無いが、エッジ部分などの画像の性質が急に変化している部分では、正確な推定値が得られない。このような領域でも正確な推定値を得るためには、局所領域内のデータの内の主要な部分のみを用い、残りの部分を例外値とみなしてモデルを当てはめる必要がある。このためには、ロバスト推定は、非常に都合がよい。Mainguy 等 [23] は、M estimator を用いて、3つのモデルの候補 (定数、平面、2次曲面) の内から最も当てはまりの良いモデルを選択する方法を提案し、エッジ部分でも正確な推定値が得られることを示している。

3.4.2. オプティカルフローの推定への応用

オプティカルフローの推定のための勾配法は、ある領域 \mathcal{R} 内で運動の前後での輝度の2乗誤差

$$E_D(\mathbf{a}) = \sum_{(x,y) \in \mathcal{R}} \{(\nabla I)^T \mathbf{u}(x,y,\mathbf{a}) + I_t\}^2 \quad (6)$$

を最小とするパラメータ \mathbf{a} を求める問題として定式化される。ここで、 $\mathbf{u}(x,y,\mathbf{a})$ は、例えば、アフィンフローの場合には、

$$\mathbf{u}(x,y,\mathbf{a}) = \begin{bmatrix} a_0 + a_1x + a_2y \\ a_3 + a_4x + a_5y \end{bmatrix} \quad (7)$$

のようになる。ここでも、考えている領域内にすべての画素が同時に同じ運動をしている場合には問題は無いが、領域内に複数の運動が含まれている場合、隠れがある場合や影が写っていたりする場合には、正確な推定値が得られない。ロバスト推定を用いると主要な運動のみにモデルをあてはめることができる。例えば、Black 等 [5] は、M-estimator を用いる方法を提案している。また、梅山 [45] は、LMedS 推定を用いる方法を示している。Sawhney 等 [38] は、ビデオ映像からの主要な動きを推定に M-estimator を利用してしている。また、Black 等 [6] は、あらかじめ輝度情報で領域分割し、ロバスト推定を用いて各領域に複数のモデルの内の最もあてはまるものを選択することにより、オプティカルフローを推定する方法を示している。

3.4.3. Epipolar 制約の推定への応用

ステレオで奥行情報を復元する場合には、二つのカメラの間の epipolar 制約を利用することにより、対応点の探索領域を制限している。Zhang 等 [49] では、

そのような制約がわからない場合、つまり、同じシーンを撮影した2枚の画像から奥行情報を復元する場合の epipolar 制約の推定にロバスト推定を利用して [46]。そこでは、まず、曲率の大きな点を候補点として、2枚の画像間の相関と relaxation により対応点の候補を見つける。こうして求めた対応点の候補には誤った対応が含まれているが、誤った対応を例外として自動的に取り除くことができるロバスト推定を用いることにより、Fundamental matrix が精度良く推定できる。Olsen[29] は、ステレオの場合の epipolar 制約の推定問題に対して、M-estimator を用いた方法を提案している。

3.4.4. 2枚の距離画像からの運動パラメータの推定への応用

2枚の距離画像から3次元剛体運動パラメータを推定する問題は、複数始点からの距離画像の統合、距離画像を用いた運動解析、距離画像を用いた物体認識などに応用できる。この問題ではセンサのノイズや運動の前後での隠蔽の影響などのため信頼できる結果を得ることは容易ではない。増田等は2枚の距離画像から3次元剛体運動パラメータを推定するために LMedS 規準を利用している [24, 25]。ロバスト統計の考え方を取り入れることによりノイズや隠蔽の影響が自動的に例外値として処理されるようになり比較的安定な結果が得られている。

3.4.5. 不連続を含むデータの復元への応用

最後に、ちょっと変わったロバスト統計の考え方の応用例として、不連続性を例外とみなす滑らかさの評価について述べる。

正則化 [37, 47, 3] は、与えられたデータだけでは解が一意に定まらないような問題(不良設定問題)を「滑らかさ」などの適切な条件を付加することにより、良設定問題に変換して、近似解を安定に得るための手法である。コンピュータビジョンでも、奥行情報の復元やオプティカルフローの推定、スネークス [19] など盛んに利用されている。しかし、正則化の条件として「滑らかさ」を用いた場合、不連続な部分までもが滑らかになり、不連続性の復元ができない。この問題に対して、Geman 等 [14] は、ライン過程 (line process) を導入して、不連続性を解決しようとしている。ロバスト推定の考え方を適用すると、比較的簡単に、不連続な部分を例外値として

自動的に除外し、それ以外の部分を滑らかに復元することが可能となる [44]。

正則化では、未知の量 z から観測過程 A を通して観測されたデータ y から、観測データと解の差を表すペナルティー項と滑らかさ等の制約を与える安定化項との重み付き和

$$E = \sum_i \|Az_i - y_i\|^2 + \lambda \sum_i \|(Pz)_i\|^2 \quad (8)$$

を最小化することにより z を推定する。ここで、重み λ は、正則化パラメータと呼ばれている。2乗誤差で定義されているこれらの項を M-estimator の考え方を適用して、

$$E = \sum_i \rho(Az_i - y_i) + \lambda \sum_i \rho((Pz)_i) \quad (9)$$

のように変形すると、第1項でデータに含まれる例外値を自動的に除外し、第2項で不連続点を例外値として自動的に除外することができる。

Black 等 [5, 6] は、オプティカルフローの推定にこの方法を利用し、良好な結果を得ている。また、梅山 [44] では、スネークスへの適用も試みられている。

4. モデル選択手法

4.1. モデル選択

コンピュータビジョンの応用でも、例えば、画像の領域分割における分割数の決定、オプティカルフローの推定のためのモデルの決定、正則化手法における正則化パラメータ λ の決定などのように、複数のモデルの中からデータをうまく説明するモデルを選択しなければならないことがある。

統計では、このようなモデル選択の問題は古くから議論されており、特に有名なのは赤池の AIC (An Information Theoretical Criterion)[2, 36] や Rissanen の MDL (Minimum Description Length)[30, 31] などの情報量基準、jackknife 法 [28, 41] や bootstrap 法 [10, 11] などのリサンプリングに基づく手法、Bayes 法 [22] などである。

コンピュータビジョンの応用では、MDL が頻繁に用いられているが、場合によってはそれ以外のモデル選択手法も適用してみる価値があると考えられる。

4.2. モデル選択手法の応用

画像の領域分割では、MDLがよく利用されている。Leclerc[21]は、画像の領域分割の問題をMDLの観点から定式化し、連続変形法によるアルゴリズムを提案している。Kanungo等[18]は、準最適解を高速に求めるために、領域統合に基づく手法を提案している。また、Zhu等[51, 52]は、それらをさらに発展させ、マルチバンドの画像の領域分割に適用している。さらに、Zheng等[50]は、動画画像圧縮への応用のための動きによる領域分割にMDLを用いている。

複数の動きのモデルの中からデータに最もあうモデルを選択に関して、Gu等[15]は、MDLを利用している。また、Ayer等[4]やSawhney等[38]では、EMアルゴリズムにより複数の動きを推定する際のモデルの選択(動きの数の決定)にMDLを用いている。

MLD以外のモデル選択手法のコンピュータビジョンへの応用は、まだ、それほど活発には試みられていないようであるが、Cabrera等[8]は、特徴点の集合に楕円をあてはめる際のバイアスの削減にbootstrap法を応用している。また、正則化手法における正則化パラメータ λ の決定に関して、Thompson等[43]がTotal Predicted Mean Square ErrorやGeneralized Cross-Validationなどのいくつかの基準の比較を行っている。MacKey[22]は、Bayes推定の観点から、正則化パラメータ λ の決定法を導出している。

5. むすび

本稿では、コンピュータビジョンにおける統計的手法の最近の話題として、EMアルゴリズム、ロバスト統計、モデル選択について概観した。これらの手法は、コンピュータビジョンに応用した場合、かなり有効に働いているように感じる。今後、標準的な手法として定着して行くものと期待される。また、これらの手法の背後にある考え方(不完全なデータの扱い方、例外値への対処法、データから何とかしてパラメータを決めようとする姿勢など)は、実データを扱うコンピュータビジョンの手法を考える時にも非常に参考になると思う。

参考文献

- [1] S.Akaho: The EM algorithm for multiple object recognition. In *Proc. of ICNN'95*, pp. 2426-2431, Perth, 1995.
- [2] H.Akaike: A new look at the statistical model identification, *IEEE Trans. on Automatic Control*, Vol.AC-19, NO.6, pp.716-723, 1974.
- [3] 天野: CVCV-WG 特別報告: コンピュータビジョンにおける技術評論と将来展望(IV) - 正則化(Regularization) -, 情報研資, CV95-9, 1995.
- [4] S.Ayer and J.S.Sawhney: Layered Representation of Motion Video using Robust Maximum-Likelihood Estimation of Mixture models and MDL Encoding, *ICCV'95*, pp. 777-784, 1995.
- [5] M.J.Black and P.Anandan: The robust estimation of multiple motions: parametric and piecewise-smooth flow fields, *Computer Vision and Image Understanding*, Vol.63, No.1, pp.75-104, 1996.
- [6] M.J.Black and A.D.Jepson: Estimating optical flow in segmented images using variable-order parametric models with local deformations, *IEEE Trans. on PAMI*, Vol.18, No.10, pp.972-986, 1996.
- [7] Bose, C. B. and Kuo, S.-S: Connected and Degraded Text Recognition Using Hidden Markov Model.
- [8] J.Cabrera and P.Meer: Unbiased estimation of ellipses by bootstrapping, *IEEE Trans. on PAMI*, Vol.18, No.7, pp.752-756, 1996.
- [9] A.Dempster, N.Laird, and D.Rubin: Maximum likelihood from incomplete data via the EM algorithm. *J. Roy. Statist. Soc. B*, Vol. 39, pp. 1-38, 1977.
- [10] B.Efron: Bootstrap methods: another look at the jackknife, *The Annals of Statistics*, Vol.7, NO.1, pp.1-26, 1979.
- [11] B.Efron: Estimating the error rate of a prediction rule: improvements in cross-validation, *Journal of American Statistical Association*, Vol.78, pp.316-331, 1983.
- [12] B.Efron: The bootstrap method for assessing statistical accuracy, *Behaviormetrika*, Vol.17, pp.1-35, 1985.
- [13] C. M.Fan and P. B.Penafiel: A New Image Motion Estimation Algorithm Based on the EM Technique, *IEEE Trans. on PAMI*, Vol. 18, No. 3, 1996.
- [14] S.Geman and D.Geman: Stochastic relaxation, Gibbs distribution, and the Bayesian restoration of images, *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol.6, No.6, pp.721-741, 1985.
- [15] H.Gu, Y.Shirai, and M.Asada: MDL-based segmentation and motion modeling in a long image sequence of scene with multiple independently moving objects, *IEEE Trans. on PAMI*, Vol.18, No.1, pp.58-64, 1996.
- [16] F.R.Hampel, E.M.Ronchetti, P.J.Rousseeuw, and W.A.Stahel: *Robust Statistics: An Approach Based on Influence Functions*, John Wiley & Sons, 1986.
- [17] P.J.Huber: *Robust Statistics*, John Wiley & Sons, 1981.

- [18] T.Kanungo, B.Dom, W.Niblack and D.Steele: A fast algorithm for MDL-based multi-band image segmentation, Proc. of CVPR'94, pp.609-616, 1994.
- [19] M.Kass, A.Witkin, and D.Terzopoulos: Snakes: Active contour models, International Journal of Computer Vision, pp.321-331, 1988.
- [20] 栗田: ロバスト統計に基づく画像解析, 電子情報通信学会誌, Vol.76, No.12, pp.1293-1297, 1993.
- [21] Y.G.Leclerc: Constructing simple stable descriptions for image partitioning, International Journal of Computer Vision, Vol.3, pp.73-102, 1989.
- [22] D.J.C.MacKey: Bayesian Interpolation, Neural Computation, Vol.4, pp.415-447, 1992.
- [23] Y.Mainguy, J.B.Birch, and L.T.Watson: A robust variable order facet model for image data, Machine Vision and Applications, Vol.8, pp.141-162, 1995.
- [24] 増田, 横矢: 2枚の距離画像からの物体の3次元剛体運動パラメータの推定, 計測自動制御学会第22回パターン計測部会研究会資料, pp.17-24, 1993.
- [25] T.Masuda and N.Yokoya: A robust method for registration and segmentation of multiple range images, Computer Vision and Image Understanding, Vol.61, No.3, pp.295-307, 1995.
- [26] R.Meer, D.Mintz, A.Rosenfeld, and D.Y.Kim: Robust regression methods for computer vision: a review, International Journal of Computer Vision, Vol.6, No.1, pp.59-70, 1991.
- [27] J.V.Miller and C.V.Stewart: MUSE: Robust surface fitting using unbiased scale estimates, Proc. of CVPR'96, pp.300-306, 1996.
- [28] R.G.Miller: The jackknife - a review, Biometrika, Vol.61, No.1, pp.1-15, 1974.
- [29] S.I.Olsen: Epipolar line estimation, Proc. of ECCV'92, pp.307-311, 1992.
- [30] J.Rissanen: A universal prior for integers and estimation by minimum description length, The Annals of Statistics, Vol.11, No.2, pp.416-431, 1983.
- [31] J.Rissanen: Stochastic complexity and modeling, The Annals of Statistics, Vol.14, No.3, pp.1080-1100, 1986.
- [32] R.J.Rousseeuw: Least median of squares regression, Journal of American Statistics Association, Vol.79, pp.871-880, 1984.
- [33] R.J.Rousseeuw, and A.M.Leroy: *Robust Regression and Outlier Detection*, John Wiley & Sons, 1986.
- [34] G.Roth and M.D.Levine: Geometric primitive extraction using a genetic algorithm, Proc. of IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, pp.640-643 (1992).
- [35] G.Roth and M.D.Levine: Extracting geometric primitives, CVGIP:Image Understanding, Vol.58, No.1, pp.1-22, 1993.
- [36] 坂本, 石黒, 北川: 情報量統計学, 共立出版, 1983.
- [37] 坂上, 横矢: 弛緩法と正則化, 情報処理, Vol.30, No.9, pp.1047-1057, 1989.
- [38] H.S.Sawhney and S.Ayer: Compact representations of videos through dominant and multiple motion estimation, IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol.18, No.8, 1996.
- [39] I.Sekita: On Fitting Several Lines Using the EM Algorithm, CVVC'94, pp. 107-109.
- [40] T.Starner and A.Pentland: Real-Time American Sign Language Recognition from Video Using Hidden Markov Models, M.I.T. Media Lab. Perceptual Computing Section Technical Report No. 375, 1995.
- [41] M.Stone: Cross-validatory choice and assessment of statistical predictions, Journal of Royal Statistical Society, Vol.B36, pp.111-147, 1974.
- [42] M. A.Tanner: *Tools for Statistical Inference: Methods for the Exploration of Posterior Distributions and Likelihood Functions*. Springer-Verlag, 1993.
- [43] A.M.Thompson, J.C.Brown, J.W.Kay and D.M.Titterton: A study of methods of choosing the smoothing parameter in image restoration by regularization, IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol.13, No.4, pp.326-339, 1991.
- [44] 梅山: ロバスト統計の考え方をを用いた正則化における不連続の検出について, 信学技報, PRMU95-217, 1996.
- [45] 梅山: ロバスト回帰に基づく多重オプティカルフローの推定について, 信学技報, PRMU96-108, 1996.
- [46] G.Xu and Z.Zhang: *Epipolar Geometry in Stereo, Motion and Object Recognition: A Unified Approach*, Kluwer Academic Publishers, 1996.
- [47] 横矢, 坂上: 画像理解と最適化原理, 電子情報通信学会誌, Vol.74, No.4, pp.326-334, 1991.
- [48] J.Zhang: The mean field theory in EM procedures for Markov random fields. *IEEE Trans. on Signal Processing*, Vol. 40, No. 10, pp. 2570-2583, 1992.
- [49] Z.Zhang, R.Deriche, O.Faugeras, and Q.T.Luong: A robust technique for matching two uncalibrated images through the recovery of the unknown epipolar geometry, Artificial Intelligence, Vol.78, pp.87-119, 1995.
- [50] H.Zheng and S.D.Blostein: motion-based object segmentation and estimation using the MDL principle, IEEE Trans. on Image Processing, Vol.4, No.9, pp.1223-1235, 1995.
- [51] S.C.Zhu, T.S.Lee and A.L.Yuille: Region competition: Unifying snakes, region growing, energy/Bayes/MDL for multi-band image segmentation, Proc. of ICCV'95, pp.416-423, 1995.
- [52] S.C.Zhu and A.L.Yuille: Region competition: Unifying snakes, region growing, and Bayes/MDL for multiband image segmentation, IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol.18, No.9, pp.884-900, 1996.