

面クラスタ分割に基づく幾何形状の階層型データ構造と高速描画処理

辻 徳生[†] 査 紅彬^{††}
倉 爪 亮^{†††} 長谷川 勉^{†††}

3次元測定技術の性能向上により、実物体の詳細な3次元形状モデルを容易に計算機内に取り込めるようになった。しかし一方で、PCの描画処理能力がデータ量の増加に対応できず、対象によっては描画が不可能、あるいは描画速度が極端に低下するという問題が生じている。この問題を解決するために、本論文では面クラスタ再帰分割に基づく新たな3次元形状モデルの階層型データ構造生成手法を提案する。提案する階層型データ構造は連結したメッシュである面クラスタをノードとする木構造を有し、描画処理の計算高速化に有効である。その有効性を、他手法との比較実験により確認した。

Face Clusters Partitioning for Hierarchical Data Structure and High Speed Rendering

TOKUO TSUJI,[†] HONGBIN ZHA,^{††} RYO KURAZUME^{†††}
and TSUTOMU HASEGAWA^{†††}

Many graphics applications rely on hierarchical surface representations to efficiently process very complex models. We propose an algorithm for creating hierarchical surface representations. The hierarchical data structure is composed of face clusters, which are connected sets of faces. We show effectiveness of our method in a radiosity calculation by comparing with other methods.

1. はじめに

レンジファインダ、医療画像機器などの3次元形状測定装置を利用することで、実物体の3次元形状データを高速かつ高精度に計算機内に取り込むことができる。また、3Dモデラ及び処理ハードウェアの性能向上により、複雑で詳細な仮想物体を計算機内に容易に生成することができる。これらの詳細な幾何モデルを使用することで、高品質な3次元コンピュータグラフィクス(CG)画像を容易に生成できるようになったが、リアルタイムで画像を生成し表示する場合、計算機の描画処理の能力はデータの増加に対応できず、描画速度が低下するという問題が生じている。

この問題を解決するために、描画時の要求精度に応じて適切な解像度のモデルを選択し、描画速度を向上

させる研究がなされてきた。特に、エッジ潰し処理に基づくプログレッシブメッシュ法¹⁾²⁾³⁾⁴⁾⁵⁾⁶⁾は、簡単な操作の繰り返しで階層型データ構造が生成できること、描画時に階層のノードを選択することで任意の部分の詳細度を自由にコントロールできることなどの特徴から、幅広く用いられている。

また、高品質なCG画像を生成するためのレンダリング手法であるラジオシティ法の計算高速化を実現するには、再帰的に分割された構造を持つ階層型のデータ構造の利用が有効である⁹⁾¹⁶⁾¹⁷⁾¹⁸⁾。ラジオシティ法は、物体表面が光を拡散する特質を持つときに、相互反射を考慮した光のエネルギー分布を計算する手法である。モデルの影や明るさなどを光学的に整合のとれた形で再現し、リアリティの高い3次元シーンを描画することが可能である。しかし、膨大なデータ量を有する3次元形状モデルのラジオシティ法計算を正確に行おうとすると、非現実的な計算時間を必要とする。そのため、一度に正確なエネルギー分布を求めるのではなく、階層的なデータを利用し、木構造の各ノードでその子孫の領域から放射される光の量を近似することで、エネルギー分布の近似解を高速に求める手法が提案されている。また、木構造の各ノードに包含立体

[†] 九州大学大学院システム情報科学府
Graduate School of Information Science and Electrical
Engineering, Kyushu University

^{††} 北京大学情報科学センター
Center for Information Science, Peking University

^{†††} 九州大学大学院システム情報科学府
Graduate School of Information Science and Electrical
Engineering, Kyushu University

を予め生成し、各面から放射された光が他の面に達するかどうかの判定も行う。

本論文では、面クラスタ再帰分割に基づく、階層型データ生成法を提案する。提案手法では、オリジナルの形状モデルから、連結した面の集合である面クラスタを再帰的に分割する操作を繰り返し、クラスタの階層を生成する。ラジオシティ法の計算に利用すると、各ノードが子孫の領域の放射する光をよく近似し、精度の高い計算を行うことができる。また、分割操作においてモデルを平面で切断するため、クラスタの形や境界線を整えやすい。したがって、包含立体をクラスタに密着させることができる。Garland も、面クラスタによる階層型データを生成する手法として、面クラスタ併合法を提案している⁸⁾。しかし、提案手法に比べると、包含立体がデータに密着していないという問題がある。

また、従来クラスタ分割を行う際、頂点をベースに行われていた主成分分析法¹⁹⁾を拡張し、面をベースにした主成分分析法を提案する。従来の手法ではメッシュ上で頂点の密度が異なる場合、主成分分析が正確に行えないという問題があったが、面をベースにすることでより正確な主成分分析を行うことができる。

本論文では、生成された面クラスタから解像度の異なる一連のモデルを生成し、高速な描画処理に適用できることを示す。また、ラジオシティ法による高速描画処理実験を行い、手法の有効性を他手法と比較し確認する。

2. 関連手法

本論文では、クラスタの再帰分割処理により、階層的な面クラスタを生成する。ただし、クラスタの分割の際にクラスタ成長法を用いる。そこで、関連手法として、

- (1) 標準的な階層型データ生成法であるプログレッシブメッシュ法、
- (2) 提案手法と同様に再帰分割により階層データ生成する再帰分割によるクラスタリング法、
- (3) 提案手法と同様のデータ構造を生成するクラスタ併合法、
- (4) クラスタ成長法である *superfaces* 法について説明する。

階層型モデルを生成する標準的なプログレッシブメッシュ法では、エッジ潰し処理の繰り返しを用いている¹⁾²⁾³⁾⁴⁾⁵⁾⁶⁾。これはまずモデル内のエッジを適当な評価基準に従って一つ選択し、その両端の点を1点にまとめてエッジを消去していく操作を、事前に定め

られた単純化基準を満たすまで繰り返す。このとき、消去されるエッジ両端の点を子ノード、エッジが消去されて新たに生成される頂点を親ノードとする木構造を作成する。本手法により生成されたモデルを用いて、描画時にアクセスするデータの階層を制御し、モデルの詳細度を容易に変更することができる。しかし、データ構造は頂点の階層になっているため、ラジオシティ法などの面の再帰分割構造が望まれる描画処理の高速化には用いることができない。

再帰分割によりデータのクラスタリングを行う手法のほとんどは、メッシュの隣接関係の情報を利用せずにデータの分割を行う¹⁴⁾¹⁵⁾¹⁶⁾¹⁷⁾¹⁸⁾。これらの手法では、各ノードが連結していないメッシュを含み、その結果、各ノードの含む面が様々な向きを持ちうる。典型的な再帰分割によるクラスタリング手法では、オクツリーに基づいて分割を行う。オクツリー分割に基づく手法は、空間を単純に8等分していくため、木構造の各ノードが連結していないメッシュを含む可能性が高い。また、主成分分析を行い適応的に分割する手法もある¹³⁾。これらはデータ点の集合が平面で近似されるように分割するため、オクツリー分割に基づく手法よりデータに適応したクラスタを生成できる。しかし、隣接関係の情報を利用せずに分割するため、複雑なモデルにおいては、木構造の下位においてさえも、必ずしも連結したメッシュにはなっていない。各ノードが連結していないメッシュを含むと、そのノードの含む面が様々な向きを持ちうる。その結果、ラジオシティ法の計算において、各ノードは子孫が放射する光を精度良く近似できない。したがって、精度よく計算するためには、階層のより深いところまで処理する必要がある、より長い計算時間が必要になる。

Garland は、クラスタ併合に基づき階層的に面クラスタリングを行う手法を提案した⁸⁾。この手法は、オリジナルの形状モデルから、隣接する面を併合する操作を繰り返していくことで、面の集合の階層を生成する。各ノードは連結したメッシュからなり、ラジオシティ法の計算において、子孫が放射する光を精度良く近似する⁹⁾。しかし、クラスタ併合法によって生成されたデータは、木構造の上位に行くにつれて、クラスタの形が複雑になりやすく、かつ境界が滑らかではなくなる。結果として、包含立体がデータに密着せず、包含立体が互いに重なる部分が多くなり、ラジオシティ法計算による描画処理の効率が低下する。

Kalvin と Taylor によって提案された *superfaces* 法¹⁰⁾では、オリジナルの形状は、互いに素で連結した集合であるクラスタ (*surface*) に分割される。こ

のアルゴリズムは、ランダムに選んだシード面の周りに、平面性の閾値を超えるまでクラスタ近傍の面を加えるクラスタ成長法に基づいている。提案手法でも、連結したクラスタを生成するために、同様のクラスタ成長法を用いる。しかし、superfaces 法では、提案手法と異なり、単一のクラスタの集合を生成し、クラスタの階層を生成しない。

3. 階層的なクラスタリング

3.1 手法の概要

入力データは、連結した一枚のメッシュによって表現されているものとする。まず、初期状態では、入力データが含む面すべてを1つのルートクラスタとする。次に、ルートクラスタから始めて、各クラスタを繰り返し2つに分割する。最終状態では、各クラスタは、三角パッチを一つを含むものとする。この繰り返し処理において、分割されたクラスタを親ノード、新しく生成された2つのクラスタを子ノードとすることで、2分木構造を生成する。

3.2 主成分分析

従来より、階層型モデル生成に、データ点の主成分分析¹⁹⁾が用いられてきた。1) クラスタに含まれるデータ点の集合から主成分分析により主軸を求め、主軸と垂直でデータ点の中心を通る平面によりクラスタを分割する手法が提案されている¹³⁾。また、2) 面クラスタ併合法では、併合クラスタの選択に、主成分分析により導出されたデータ点の分散を用いている⁸⁾。また、3) プログレッシブメッシュ法では、主成分分析を用いて、潰されるエッジを選択する手法が提案されている⁵⁾⁶⁾。

これらの手法では、点に対する主成分分析を行っているが、形状データは点以外にも面として連続的に存在することから、面の情報を用いることで、より正確な主成分分析を行うことができる。なぜなら、データ点の密度がクラスタ内で異なっている場合、点に対する主成分分析では、密度の高い方に主成分が偏ることが考えられるからだ。したがって、より正確な解を得るためにも、点ではなく面を単位とした主成分分析を行うことが望ましい。

データ点 $\{v_1, \dots, v_k\}$ が存在するときに、分散共分散行列は次式で表せる。

$$\mathbf{Z} = \frac{1}{k-1} \sum_{i=1}^k (v_i - \bar{v})(v_i - \bar{v})^T \quad (1)$$

$$= \frac{1}{k-1} \left(\sum_{i=1}^k v_i v_i^T - k \bar{v} \bar{v}^T \right) \quad (2)$$

ただし、 $\bar{v} = (\sum_{i=1}^k v_i)/k$ である。

この式を面上の点に拡張する。メッシュ上の点を r とすると、分散共分散行列 Z_f は次式で表せる。

$$\mathbf{Z}_f = \frac{1}{A} \int_R (r - \bar{r})(r - \bar{r})^T dS \quad (3)$$

$$= \frac{1}{A} \left(\int_R r r^T dS - A \bar{r} \bar{r}^T \right) \quad (4)$$

ただし、 A はメッシュの総面積、 $\bar{r} = \frac{1}{A} \int_R r dS$

すべてのポリゴン面は、三角パッチに分割できるため、三角パッチを単位として、 Z_f を求めることができる。三角パッチ f_i が3つの頂点 $\{v_1, v_2, v_3\}$ を持つとき、各三角パッチ上の点を次式で表すことができる。

$$r_i = s(v_2 - v_1) + t(v_3 - v_1) + v \quad (5)$$

ただし、 $0 \leq s \leq 1, 0 \leq t \leq 1, 0 \leq s + t \leq 1$ である。ここで、 $r_i r_i^T$ を三角パッチ上で積分すると次式のようになる。

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_i &= \int \int_D r_i r_i^T \left| \frac{\partial r_i}{\partial s} \times \frac{\partial r_i}{\partial t} \right| ds dt \\ &= A_i \left\{ \frac{1}{6} (v_1 v_1^T + v_2 v_2^T + v_3 v_3^T) \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{12} (v_1 v_2^T + v_2 v_3^T + v_3 v_1^T \right. \\ &\quad \left. + v_2 v_1^T + v_3 v_2^T + v_1 v_3^T) \right\} \quad (6) \end{aligned}$$

ただし、 A_i は、三角パッチの面積である。

また、 r_i を三角パッチ上で積分すると

$$\begin{aligned} \bar{r}_i &= \frac{1}{A_i} \int \int_D r_i \left| \frac{\partial r_i}{\partial s} \times \frac{\partial r_i}{\partial t} \right| ds dt \\ &= \frac{1}{3} (v_1 + v_2 + v_3) \quad (7) \end{aligned}$$

三角パッチ $\{f_1, \dots, f_k\}$ 上の点における分散共分散行列 Z_f は、次式で表せる。

$$\mathbf{Z}_f = \frac{1}{A} \left(\sum_{i=1}^k \mathbf{M}_i - A \bar{r} \bar{r}^T \right) \quad (8)$$

ただし、 $A = \sum_{i=1}^k A_i$ 、 $\bar{r} = (\sum_{i=1}^k A_i \bar{r}_i)/A$ である。

Z_f の3つの固有値を値の小さい順に $\lambda_{min}, \lambda_{mid}, \lambda_{max}$ とし、固有値に対応する固有ベクトルをそれぞれ $x_{min}, x_{mid}, x_{max}$ とする。ここで、 x_{max} が主成分方向となる。

3.3 クラスタ分割

クラスタ分割は、クラスタの重心を通り主成分に垂直な平面で切断することにより行う。ただし、クラスタが連続した領域を保つように、クラスタ成長法を利用する。まず、切断平面から最も離れた2つのシード面を選択し、次に、シード面から切断平面に達するま

でクラスタを成長させる。この時、クラスタの形状によっては、新しく生成される2つのクラスタに含まれない領域が存在する。この領域を接している方のクラスタに組み込むことにより、連続したクラスタを生成する。

3.3.1 2つのシード面の選択

まず、2つのシード面をクラスタ上に選択する。2つのシード面は、主成分分析で求めた主軸に沿って最も離れた面とする。

$$R_i = \mathbf{x}_{max} \cdot (\bar{\mathbf{r}}_i - \bar{\mathbf{r}}) \quad (9)$$

R_i が最大を取る面と R_i が最小をとる面の2つをシード面として選択する。ここで、 f_{s1} 、 f_{s2} をシード面、 $R_{s1} = \max(R_i)$ 、 $R_{s2} = \min(R_i)$ とする。

3.3.2 クラスタの成長

シード面からクラスタを成長させて、2つのクラスタ生成を行う(図1)。初期状態では、クラスタはシード面のみを含んでいる。 C_{s1} 、 C_{s2} をそれぞれ、 f_{s1} 、 f_{s2} に対応するクラスタとし、初期状態で、 $f_{s1} \in C_{s1}$ 、 $f_{s2} \in C_{s2}$ とする。

Step. 1: C_{s1} に含まれる面に隣接する面の中で、 $R_i > 0$ を満たす面を C_{s1} に加える。すべての隣接面を調べたときに終了する。

Step. 2: C_{s2} に含まれる面に隣接する面の中で、 $R_i < 0$ を満たす面を C_{s2} に加える。すべての隣接面を調べたときに終了する。

Step. 3: 2つのクラスタに含まれない領域を、接している方のクラスタに組み込むことで、クラスタを完全に分割する。

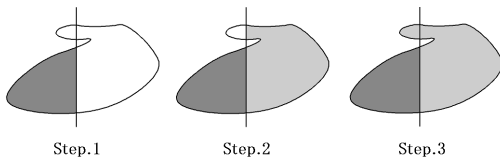


図1 面クラスタ分割
Fig.1 Face cluster partitioning

4. プログレッシブ表現生成

膨大なデータ量を有する3次元形状モデルを描画する際、異なる解像度を持つモデルを予め準備し、描画の際には必要に応じてモデルを切り替えていくことで、描画の高速化を図ることができる。この異なる解像度の一連のモデルをプログレッシブ表現と呼ぶ。

前章で示したクラスタリング手法により生成された階層型データから、単純な頂点除去処理の繰り返しに

よりプログレッシブ表現を生成する手法を示す。主成分分析での最小主成分分析の固有値 λ_{min} はメッシュの法線方向の分散を表すことから、プログレッシブ生成手法におけるクラスタの誤差値として用いる。まず、最初にクラスタ分割手続きを経て、クラスタを誤差値の大きい方から順にソートする。ソートした逆順にクラスタ併合を行っていく。クラスタ併合する際に、3つ以上のクラスタと隣接していない頂点を検出する。その頂点をクラスタ境界に沿って移動し、最も近い頂点に重ねる。

図2で、頂点除去処理を説明する。まず、(a)では、3つのクラスタが存在する。(b)において上部の2つのクラスタが併合されたとき、2つのクラスタしか隣接していない頂点が生成される。この時、その頂点は境界に沿って移動し、左側の頂点と重ねる(c)。この処理の繰り返しによりプログレッシブ表現を実現する。

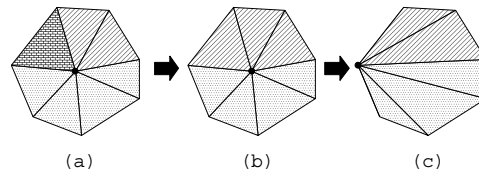


図2 頂点除去処理
Fig.2 Vertex removal

5. 実験

5.1 階層型データ生成

提案した手法を計算機 (CPU: Intel Pentium IV 2.0GHz, Memory: 2.0Gb, OS: Windows 2000) 上に実装し、他の手法と比較実験を行った。使用したデータは、"bunny", "dragon" (Stanford University), "bottle", "sphere" である(図3)。

クラスタ生成にかかる計算時間を表1に示す。結果から、100万ポリゴン程度のモデルなら、1分以内で階層データを生成できることが分かる。面クラスタ階層データ生成結果と面クラスタからプログレッシブ表現を生成した結果を図7、8に示す。

表1 面クラスタ分割の計算時間

Table 1 Calculation time of face clusters partitioning

objects	faces	vetices	time (sec.)
dragon	871414	437645	23.125
bunny	69473	34835	1.992
bottle	34445	17224	0.906
sphere	8192	4092	0.156

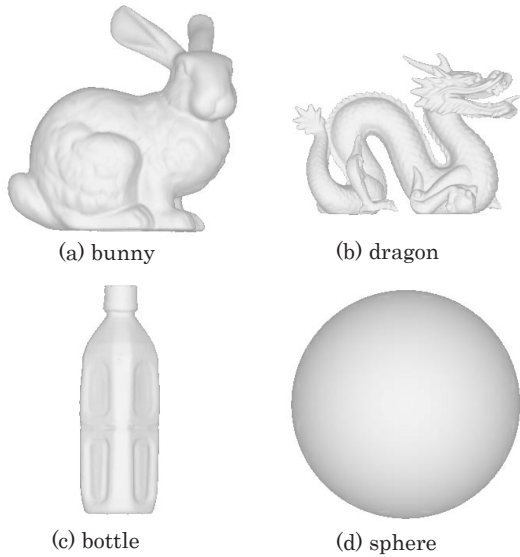


図 3 実験に用いたモデル
Fig.3 Input data

また、提案手法と、面併合法によるクラスタの生成結果の比較を、図 4、5 に示す。ただし、クラスタが 2 つのときの結果である。面クラスタ併合法では、クラスタの形が複雑になり、また境界が滑らかではない。一方、面クラスタ分割法では、切断平面上に境界が存在するため、境界が滑らかであることが分かる。



図 4 面クラスタ分割法における境界
Fig.4 Boundary by face clusters partitioning

5.2 ラジオシティ法描画実験

提案手法により生成された階層型データを用いて、ラジオシティ法の描画計算を行った。ラジオシティ法の計算結果により生成されるシーンを、図 6 に示す。3次元シーンでは、三角パッチにより表現された床上に、モデルを浮かした状態で複数配置し、上部から照明を当てている。モデルの影や明るさなどが光学的に整合がとれた形で再現されていることが分かる。

提案手法と、面クラスタ併合法、オクツリー法との

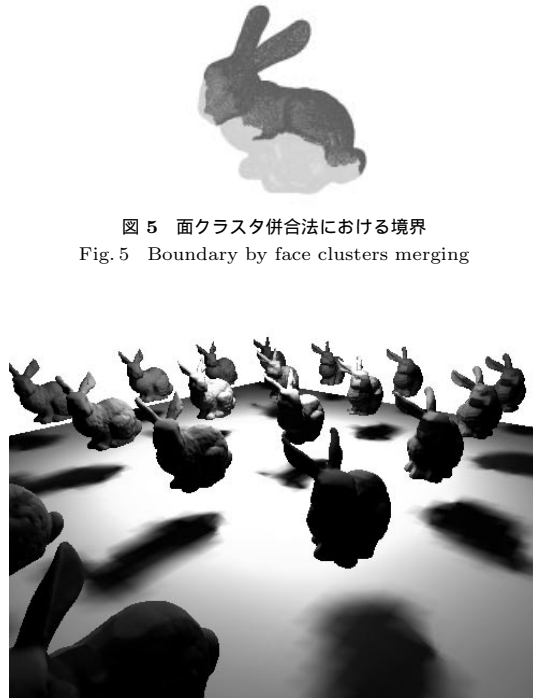


図 5 面クラスタ併合法における境界
Fig.5 Boundary by face clusters merging

図 6 ラジオシティ法による描画処理結果
Fig.6 Result of radiosity method rendering

計算時間の比較を表 2 に示す。これより、提案手法は、Garland によって提案された面クラスタ併合法よりも高速であることが確認された。

表 2 ラジオシティ法の計算時間
Table 2 Calculation time of radiosity method

Polygon($\times 1000$)	70	348	695	1737
クラスタ分割 (秒)	0.58	1.80	3.11	6.52
クラスタ併合 (秒)	0.61	1.95	3.39	7.07
オクツリー (秒)	3.64	32.9	63.0	143.2

6. おわりに

本論文では、面クラスタ再帰分割による階層型データ構造生成法を提案した。生成された階層型データは、木構造の上位においてクラスタの形が整っており、データに密着した包含立体を生成することができる。また、各ノードは連結したメッシュからなるため、それぞれのノードはその領域の面の向きを精度良く近似する。

クラスタ分割を行う際の切断平面の決定のために面をベースにした主成分分析を行う手法を提案した。従来の手法ではメッシュ上で頂点の密度が異なる場合、

主成分分析が正確に行えないという問題があったが、面をベースにすることでより正確な主成分分析を行うことができる。

本手法の有効性を、プログレッシブ表現生成実験を行い確認した。また、ラジオシティ法による高速描画処理実験を行い、手法の有効性を確認し、さらに他の手法よりも高速に計算できることを確認した。

参 考 文 献

- 1) H. Hoppe, "Progressive Meshes", *Computer Graphics (SIGGRAPH '96 Proc.)*, pp.99-108, 1996
- 2) H. Hoppe, "View-Dependent Refinements of Progressive Meshes", *Computer Graphics (SIGGRAPH '97 Proc.)*, pp.189-198, 1997
- 3) D. Luebke, C. Erikson, "View-Dependent Simplification of Arbitrary Polygonal Environments", *Computer Graphics (SIGGRAPH '97 Proc.)*, pp.199-208, 1997.
- 4) J.C. Xia, A. Varshney, "Dynamic View-Dependent Simplification for Polygonal Models", *Proc. IEEE Visualization '96*, pp.327-334, 1996.
- 5) "Michael Garland. Quadric-Based Polygonal Surface Simplification", *PhD thesis, Carnegie Mellon University*, CS Dept., 1999. Tech. Rept. CMU-CS-99-105.
- 6) Michael Garland and Paul S. Heckbert, "Surface simplification using quadric error metrics", *Computer Graphics (SIGGRAPH '97 Proc.)*, pages 209-216, August 1997.
- 7) Michael Garland, "Multiresolution modeling: Survey & future opportunities", *In State of the Art Report*, pp.111-131. Eurographics, September 1999.
- 8) M. Garland, A. Willmott, P. Heckbert "Hierarchical Face Clustering on Polygonal Surfaces", *ACM Symposium on Interactive 3D Graphics*, March 2001
- 9) Andrew J. Willmott, Paul S. Heckbert, and Michael Garland, "Face cluster radiosity", *Eurographics Workshop on Rendering*, June 1999.
- 10) Alan D. Kalvin and Russell H. Taylor, "Surfaces: Polygonal mesh simplification with bounded error", *IEEE Computer Graphics and Application*, May 1996
- 11) Michael Lounsbery, Tony D. DeRose, and Joe Warren, "Multiresolution analysis for surfaces of arbitrary topological type", *ACM Trans. on Graphics*, 1997
- 12) M. Soucy, D. Laurendeau, "Multi-Resolution Surface Modeling Based on Hierarchical Triangulation", *Computer Vision and Image Understanding*, Vol.63, pp.1-14, 1996.
- 13) Bjoern Heckel, Antonio E. Uva, Bernd Hamann, "Clustering-based generation of hierarchical surface models", *Late Breaking Hot Topics Proceedings, Visualization '98*, pp 41-44, 1998
- 14) Jarek Rossignac and Paul Borrelm, Multi-resolution 3D approximations for rendering complex scenes, B. Falcidieno and T. Kunii, editors, *Modeling in Computer Graphics: Methods and Applications*, pp 455-465, 1993.
- 15) Kok-Lim Low and Tiow-Seng Tan, "Model simplification using vertex-clustering" *1997 Symposium on Interactive 3D Graphics. ACM SIGGRAPH*, 1997.
- 16) Per H. Christensen, Dani Lischinski, Eric J. Stollnitz, and David H. Salesin, "Clustering for glossy global illumination" *ACM Transactions on Graphics*, 16(1):333, January 1997.
- 17) S. Gibson and R. J. Hubbard, "Efficient hierarchical refinement and clustering for radiosity in complex environments" *Computer Graphics Forum*, 1996.
- 18) Francois Sillion, G. Drettakis, and Cyril Soler, "A clustering algorithm for radiance calculation in general environments", *In Eurographics Rendering Workshop 1995 Eurographics*, June 1995
- 19) I. T. Jolliffe, "Principal Component Analysis", *Springer-Verlag*, New York, 1986.

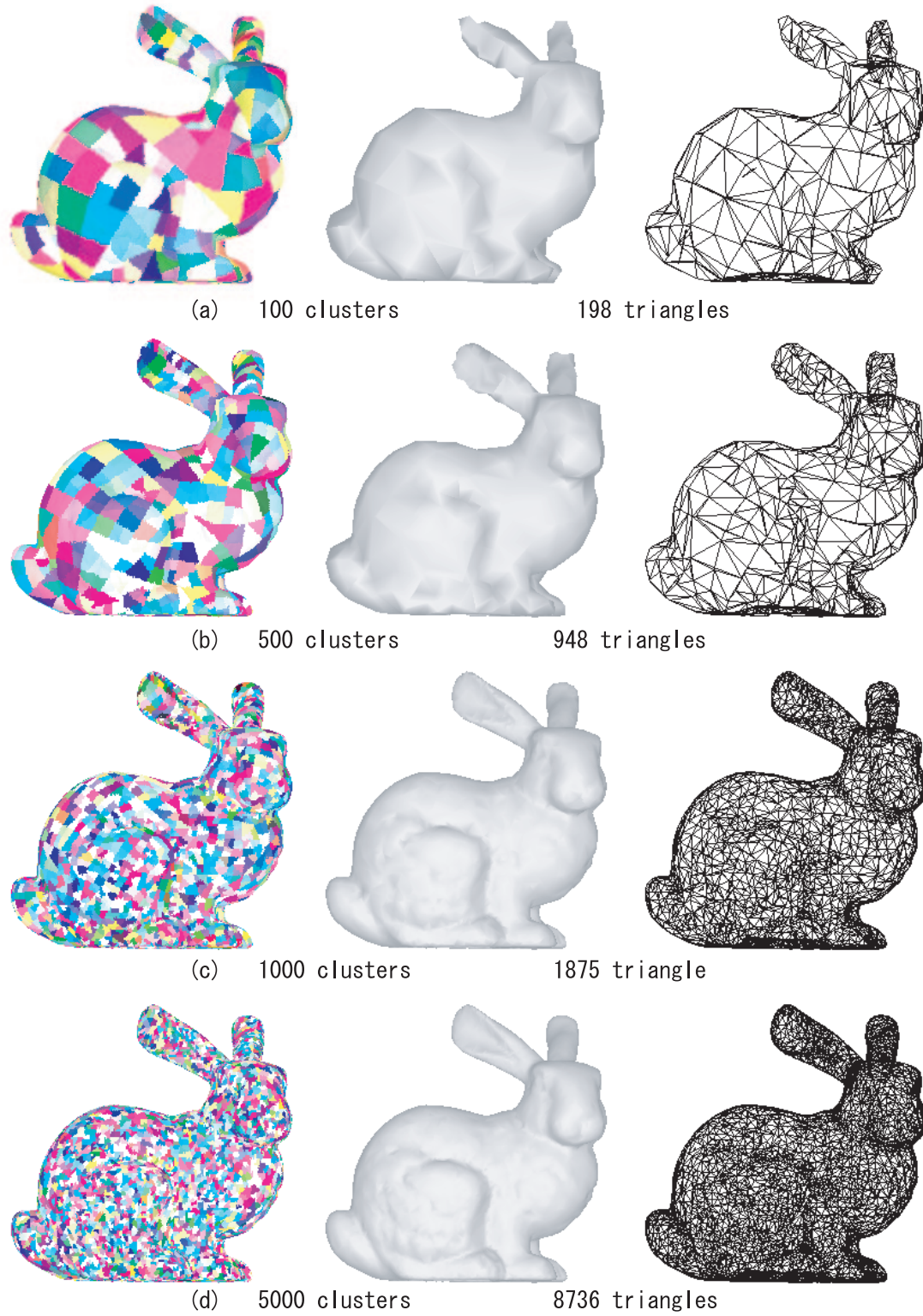
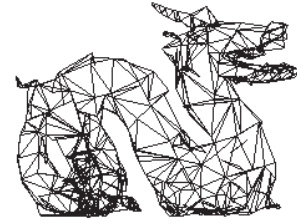


図 7 bunny の階層型モデル生成結果
 Fig. 7 Result of hierarchical data structure: bunny



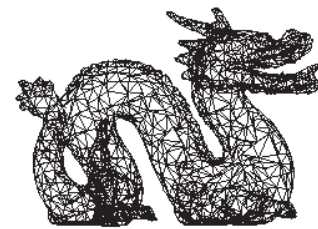
(a) 100 clusters



231 triangles



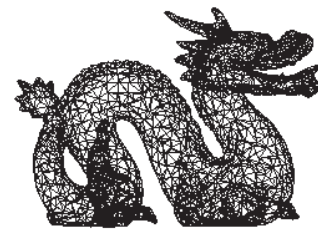
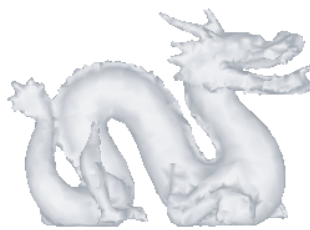
(b) 500 clusters



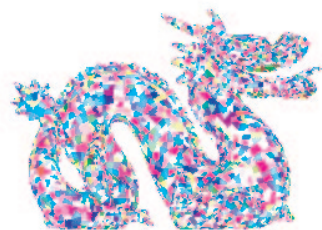
1263 triangles



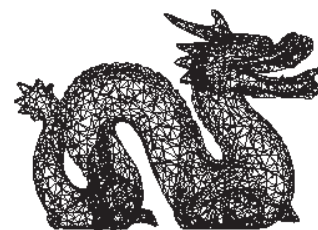
(c) 1000 clusters



2315 triangles



(d) 5000 clusters



10875 triangles

図 8 dragon の階層型モデル生成結果

Fig. 8 Result of hierarchical data structure: dragon