

平行光間の角度不変性に基づく反射屈折撮像系の ミラー位置姿勢校正

中森 雄哉[†] 青木 伸也[†] 佐川 立昌[†] 越後 富夫[†] 八木 康史[†]

[†] 大阪大学 産業科学研究所

〒 567-0047 大阪府茨木市美穂ヶ丘 8-1

E-mail: †{nakamori,aoki,sagawa,echigo,yagi}@am.sanken.osaka-u.ac.jp

あらまし 反射屈折撮像系において射影座標と実世界での座標系とを対応させるためには、ミラーの位置姿勢を正確に測定することが必要となる。位置姿勢の校正手法は様々なものが提案されてきたが、対象物を利用する方法では校正すべき未知パラメータが多くなるため、校正精度が下がってしまう問題があり、各ミラー形状固有の特徴量を用いた校正手法ではミラーの形状・位置に制約があるという問題があった。本論文では、相対角度が固定された平行光線を利用したミラーの位置姿勢校正手法を提案する。角度が不変な2つの平行光線を用いるためミラーの外部変数のみを考えれば良く、他のパラメータは最小化問題から除外される。提案手法はミラーの形状・取り付け位置に仮定をおかないため、2つの平行光線を観測すると、どのような形状のミラーでもその位置姿勢を推定することができる。最後に、提案手法の校正精度をシミュレーションにより評価する。

Mirror Localization of Catadioptric Imaging System using Multiple Parallel Lights of Constant Angle

Yuya NAKAMORI[†], Nobuya AOKI[†], Ryusuke SAGAWA[†], Tomio ECHIGO[†], and
Yasushi YAGI[†]

[†] The Institute of Scientific and Industrial Research, Osaka University
8-1 Mihogaoka, Ibaraki, Osaka, 567-0047, JAPAN

E-mail: †{nakamori,aoki,sagawa,echigo,yagi}@am.sanken.osaka-u.ac.jp

Abstract This paper describes a method of mirror localization to calibrate a catadioptric imaging system. While the calibration of a catadioptric system includes the estimation of various parameters, we focus on the localization of the mirror. We propose a method that uses multiple parallel lights of constant angle to simplify the geometry of projection to estimate the position of the mirror and so does not restrict the position and shape of the mirror. We omit the translation between a camera and calibration objects from the parameters to be estimated by observing two parallel lights of constant angle. Since we obtain the constraints about the angle between them, we can compute the error between the model of the mirror and the measurements. The position of the mirror is estimated by minimizing the error. Finally, we evaluate the accuracy of our method by simulation.

1. はじめに

本論文では、鏡面により反射した光を撮像するシステ

ム、すなわち反射屈折撮像系を校正するために、それに含まれる鏡面の位置姿勢を計測する手法について述べる。反射屈折撮像系は、鏡面での光線反射を観測する撮像系

であり、様々な視野範囲を得るためにしばしば用いられている。特に、反射屈折撮像系を用いた全方位視覚システム [10,17,15] は、ロボット誘導、監視、バーチャルリアリティーなど様々な分野で用いられている。

反射屈折光学系は、大きく分けて単一視点系と非単一視点系の2つに分類される。前者は単一の視点を持ち、後者は複数の視点を持つ。単一視点の反射屈折光学系は、得られた画像を通視投影画像にするには都合が良いが、鏡面の形状と位置に強い制約がある。例えば、テレセントリックカメラと放物面鏡を用いる場合、カメラの光軸と放物面鏡の軸が一致している必要がある。そのため、鏡が正しい位置に設置されないと、単一視点特性が失われる。一方、色々な目的のために、いくつかの非単一視点の反射屈折光学系 [2,5,7,6] が提案されている。

これらの反射屈折光学系の幾何学的な分析のためには、カメラと鏡面の両方を校正することが必要である。例えば、カメラの内部変数、外部変数、ミラーの外部変数などがあるが、ここでは鏡面の位置姿勢の推定に着目する。単一視点の反射屈折光学系に対して、いくつかの校正手法が提案されている。Geyer and Daniilidis [3] は、3本の直線を用いて焦点距離や鏡面中心位置を求めた。Ying and Hu [18] は直線と球をパラメータの校正に使った。しかしながら、これらの手法は光学系が単一視点方式であることを想定しているため、非単一視点方式の反射屈折光学系には適用できない。

一方、非単一視点方式の反射屈折光学系の校正のためにも、いくつかの手法が提案されている。Aliaga [1] は既知の3次元点を用いて、パースペクティブカメラと放物面鏡を用いた反射屈折光学系のパラメータを推定した。Strelow ら [13] は既知の3次元点を用いて、光軸の一致していない鏡面の位置を推定した。Micusik と Pajdla [9] は鏡面の輪郭を楕円に近似し、非単一視点カメラを単一視点カメラに近似することにより校正を行った。Mashita ら [8] は双曲面鏡の輪郭を用いて、光軸の一致していない鏡面の位置を推定した。しかしながら、これらの手法は全て、全方位視界を得ることを目的とした反射屈折光学系に制限されている。より一般的な光学系の校正手法としては、次のようなものがある。

Swaminathan ら [16] は、既知のカメラ運動から得られる複数の画像間の点の対応から、火面 (caustic surface) を推定することにより、非単一視点反射屈折光学系のパラメータを求めた。Grossberg と Nayar [10] は一般化撮像モデルを提案し、既知の3次元空間中の2枚の平面を用いて、画像の各画素に対応する光線方向を求めることにより、校正を行った。Sturm と Ramalingam [14] は既知の物体と未知のカメラ運動から、一般化撮像モデルの校正を行う手法を提案した。Pless [12] は structure from motion (SFM) 手法に基づいて複数カメラシステムの位置を推定した。これらの手法は撮像系の内部および外部のパラメータを推定するため、測定値の誤差は全てのパラメータの推定誤差に影響を与える。

これに対し青木ら [19] は、平行光線を用いて校正する手法を提案した。平行光線は無限遠方にある点光源から照射されたものとみなされるため、光源から撮像系への座標変換を考慮する必要がないという利点がある。撮像

系と観測対象の幾何学関係を単純化し鏡面の位置・形状の制約を取り除いたが、平行光線の正確な角度を測定することが必要であった。角度測定のためにカメラを測定器具に取り付けることが必要であるため、撮像系自体の形状に制約を受ける。それに対し本提案手法は平行光線を用いて撮像系と観測対象との幾何学的関係を単純化し、平行光線の相対関係を用いることにより、鏡面の位置と形状の制約を緩和する手法を提案する。校正するための基準として、撮像系に対して平行光線を投影することにより、撮像系と観測対象間の平行移動と回転を考慮しなくて済むようになる。また、未知パラメータを含む鏡面のモデルから予測される観測対象の射影像と、2つの平行光線の相対関係との誤差を最小化することにより、鏡面の位置姿勢を推定する。従って、本論文では鏡面の位置・形状のみならず、撮像系の形状についても柔軟な手法といえる。本論文では鏡面の位置姿勢推定に注目するため、以下では次のような仮定をおく。

- カメラの内部変数は既知とする。
- 鏡面の形状は既知であるとする。

2. 平行光線による未知パラメータの削減

本節では、光源として近距離の点光源を用いた場合と、平行光線を用いた場合による未知パラメータの差異について述べる。本手法では、内積を用いるのでそのときの未知パラメータ数についても言及する。

2.1 点光源を用いた場合の未知変数

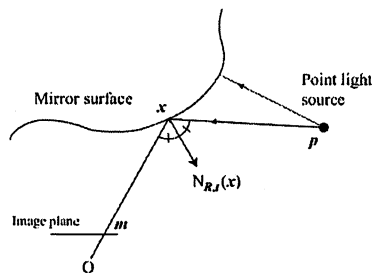


図1 点光源から反射屈折撮像系への光の入射

撮像系において物体あるいは特徴点が投影される時、それは有限の距離にある点光源からの投影と見なされる。したがって、校正に用いられる物体は、通常は点光源と考えられる。図1は点光源からの投影を示す。点光源の3次元位置は p である。点光源からの光線は鏡面上の点 x において反射される。反射した光線は撮像面 m を通過してカメラの主点 O に到達する。鏡面において光線の入射角と反射角は等しいので、次式が成り立つ。

$$\frac{p-x}{\|p-x\|} - \frac{m}{\|m\|} = aN_{R,t}(x) \quad (1)$$

ここで、 $N_{R,t}(x)$ は点 x における鏡面の法線ベクトルである。 R と t はそれぞれ鏡面の回転と平行移動を表し、 a はスケール係数である。(1)式からスケール係数を除くことにより、二つの方程式が得られる。

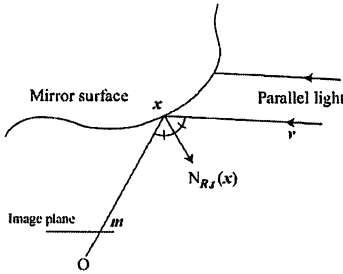


図2 反射屈折系に入射する平行光線

未知パラメータに関して、次の3通りの場合が考えられる。

- (1) 全ての点の3次元位置が未知である場合
- (2) 点同士の3次元空間中における相対位置は既知であるが、カメラと点との相対位置は未知である場合
- (3) カメラと点の相対位置が既知である場合

最初のケースは、カメラと3次元点の位置を同時に推定するSFMに対応する。もし光源位置 p が未知であるなら、推定されるパラメータは $\mathbf{R}, t, \mathbf{R}_c, t_c, p$ である。ただし \mathbf{R}_c と t_c はそれぞれ映像を取得したときのカメラの回転と位置を表すパラメータである。 n 点が k 枚の画像によって観測されるとき、求めるべき未知パラメータの個数は $6 + 6k + 3n$ 個であり、方程式の数は $2kn$ 個である。方程式の数は少なくとも未知数の個数だけ必要であるので、 $k = 3, n = 8$ あるいは $k = 4, n = 6$ とすると、未知パラメータは少なくとも48個ある。実際に求めたいパラメータは \mathbf{R} と t だけであるにもかかわらず、推定しなければならないパラメータの個数は極めて大きい。

2番目のケースは、チェッカーボードや直線、円など、構造化された観測対象を使った校正に対応する。観測対象上の被測定点の相対位置が既知であれば、推定すべき未知パラメータは $\mathbf{R}, t, \mathbf{R}_c, t_c$ である。取得する画像の枚数が k 枚であるとき、未知パラメータの個数は $6 + 6k$ となるが、制約条件の数は観測対象と投影モデルの両方によって変化する。未知パラメータの最小個数は12個であるが、投影モデルを単一視点であると仮定しないため、一般化した反射屈折撮像系の校正に必要な未知パラメータの個数はもっと大きい。

3番目のケースは、カメラ座標系における観測対象の位置が既知の場合であり、推定されるパラメータは \mathbf{R} と t のみである。未知パラメータの個数は6個となる。しかしながら、被測定点の位置 p は、世界座標系において未知のカメラ原点からの相対位置であるから、実際には測定することは難しい。したがって、この方法での精度はよくない。

2.2 平行光線を用いた場合の未知変数

次に、平行光線からの投影を用いることにより、推定すべき未知パラメータの個数を減らせることを示す。

図2は平行光源からの投影を示す。図1との違いは、光源が方向ベクトル \mathbf{v} を持つ平行光になっている点である。平行光が無窮遠にある点光源からの照射に等しいことから、 \mathbf{v} は次式のように表される。

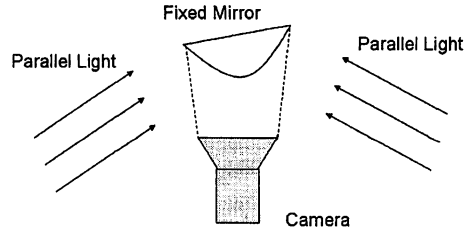


図3 鏡面位置姿勢校正装置の概要

$$\mathbf{v} = - \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{s\mathbf{p} - \mathbf{x}}{\|s\mathbf{p} - \mathbf{x}\|} \quad (2)$$

したがって、投影に関する方程式は次のようになる。

$$-\mathbf{v} - \frac{\mathbf{m}}{\|\mathbf{m}\|} = a\mathbf{N}_R, t(\mathbf{x}) \quad (3)$$

ここで、 $\mathbf{N}_R, t(\mathbf{x})$ は反射点 \mathbf{x} における鏡面の法線ベクトル、 \mathbf{R} と t は鏡面の回転および平行移動パラメータ、 a はスケール係数である。(1)式と同様にスケール係数を除去すると、2つの方程式が得られる。

平行光線を用いた場合、光源の平行移動に関するパラメータが除去されることがわかる。光線ベクトル \mathbf{v} はカメラ座標系に対する相対的な方向であるから、 \mathbf{v} は実際には2個のパラメータで構成される。そのため、カメラを回転させて k 枚の映像を取得し、 n 個の異なる平行光線を観測するとき、未知パラメータの個数は $6 + 3k + 2n$ 個となる[19]。

次節で提案する手法では、鏡面の位置を推定するために内積が既知である2つの平行光線を用いて、それらを1枚の画像に撮像する。光線間の角度が不変という拘束条件によって鏡面位置を推定するため、2つの光線間の相対角度が計算できればよい。従って、カメラの回転行列と光線ベクトルそのものを求める必要がなく、未知パラメータは6個となる。

3. 平行光線の角度不変性に基づく鏡面の位置姿勢校正

本節では鏡面の位置姿勢を推定するための手順について説明する。図3に鏡面位置姿勢推定のためのシステムの概要を表す。2つの平行光線を照射し、その交差位置にカメラとミラーを置くようにする。このカメラとミラーの相対位置は固定されているが全体としては自由に動かされるものとする。なお、2つの平行光線の相対位置関係は既知であるものとする。カメラ・ミラー系を平行光線の交差位置で動かすと、この反射屈折撮像系にはさまざまな方向から平行光線が照射される。

2つの平行光線の角度は一定であるということから、2つの光を同時に観測すると、カメラの位置姿勢にかかわらず、観測した光の間の相対角度は不変であるという拘束条件が得られる。すなわち、観測した2つの光ベクトルの内積と、仮定した光ベクトルの内積の誤差を計算することによりパラメータの誤差を評価することができる。既知の内積を用いたミラーの位置姿勢を推定する間

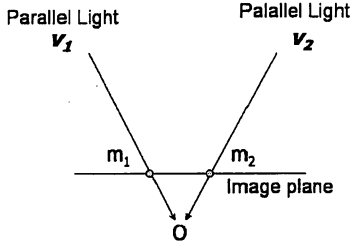


図4 2つの平行光線の画像上への撮像モデル

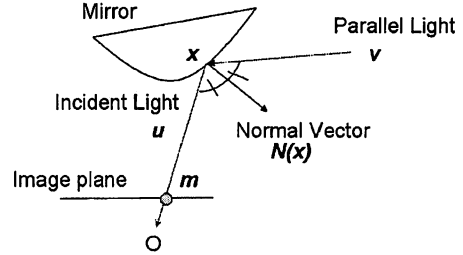


図5 反射屈折撮像系への平行光線の入射モデル

題は、以下の評価関数の最小値探索問題に帰着できる。

$$\sum_{i=1}^n (\mathbf{V}(\mathbf{m}_{1i}) \cdot \mathbf{V}(\mathbf{m}_{2i}) - \mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{v}_2)^2 \quad (4)$$

ここで、 n は画像枚数であり、 $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2$ ベクトルはそれぞれ実際の平行光線のベクトルを表し、その推定方法は3.1節で述べる。 $\mathbf{V}(\mathbf{m}_{1i}), \mathbf{V}(\mathbf{m}_{2i})$ ベクトルは、撮像された画像上の点から計算するが、その方法は3.2節で述べる。上式の最小値探索問題については3.3節で説明する。

3.1 平行光線間の内積値推定

まず、ミラーの位置推定を行う前に、2つの平行光線間の相対角度を求める方法について説明する。(図4)に示すように、キャリブレーションがなされたカメラで2つの平行光線を撮影する。その際、2つの平行光線が同時に撮影でき、なおかつ反射屈折撮像系の視野角内に収まるものとする。カメラが透視投影で表される場合カメラの内部パラメータは次の行列 \mathbf{A} で表される。

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} f_x & 0 & C_x \\ 0 & f_y & C_y \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (5)$$

ここで、 f_x, f_y はそれぞれ x 軸、 y 軸方向の焦点距離を表し、 C_x, C_y はそれぞれカメラ主点の x 軸座標、 y 軸座標を表す。平行光線の方向ベクトル $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2$ と画像平面上への撮像点 $\mathbf{m}_1, \mathbf{m}_2$ とは以下の関係式が成り立つ。

$$\mathbf{m}_1 = \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ 1 \end{pmatrix}, \mathbf{m}_2 = \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (6)$$

従って、内積の推定値は

$$\mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{v}_2 = \mathbf{A}^{-1} \mathbf{m}_1 \cdot \mathbf{A}^{-1} \mathbf{m}_2 \quad (7)$$

で求められる。2つの平行光線は画像平面上に点として射影されるが、実際には面積を持つ小さな領域となる。投影される位置 $\mathbf{m}_1, \mathbf{m}_2$ はその領域の重心を計算することによって求める。

3.2 鏡面の位置姿勢の推定

以下では、カメラの内部変数、ミラーの形状は既知であると仮定する。カメラの内部変数が既知であることからカメラに撮像された画像上の点 \mathbf{m} に対応する入射光の

ベクトル \mathbf{u} を計算することができる(図5)。ここで仮に、ミラーの外部変数(回転行列 \mathbf{R} 、平行移動ベクトル \mathbf{t} が既知であるとする)、 \mathbf{u} とミラーとの交点 \mathbf{x} を求めることができる。ミラーの形状が既知であることから、 \mathbf{x} における法線ベクトル $\mathbf{N}(\mathbf{x})$ を計算することができる。鏡面への入射角と反射角は等しくなるため、ミラー上の点 \mathbf{x} に入射し、かつカメラ画像上の点 \mathbf{m} に撮像される平行光線 $\mathbf{V}(\mathbf{m})$ は以下の式によって計算することができる

$$\mathbf{V}(\mathbf{m}) = -2(\mathbf{u}(\mathbf{m}) \cdot \mathbf{N}(\mathbf{x}))\mathbf{N}(\mathbf{x}) + \mathbf{u}(\mathbf{m}) \quad (8)$$

ここで、 $\mathbf{u}, \mathbf{V}, \mathbf{N}(\mathbf{x})$ は正規化されているものとする。

式(4)は、この反射屈折撮像系に入射される全ての平行光線について成り立つため、2つの平行光線間の内積 $\mathbf{V}(\mathbf{m}_1) \cdot \mathbf{V}(\mathbf{m}_2)$ を計算する。

以上により、ある \mathbf{t}, \mathbf{R} に対して式(4)によって表される誤差が計算可能となった。その誤差を最小化する \mathbf{t}, \mathbf{R} を求める方法を次節で説明する。

3.3 評価関数の最小探索問題について

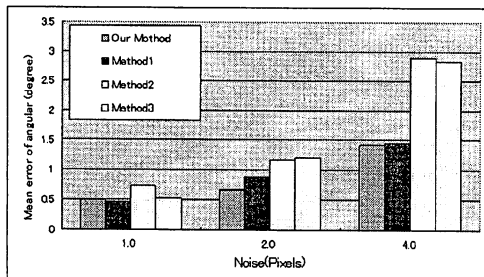
上式の最小値探索は非線形の最小化問題であるため、本論文では、Levenberg-Marquardt アルゴリズムによって、 \mathbf{R}, \mathbf{t} を推定する。ミラーの位置姿勢推定アルゴリズムは以下のようなになる。

- (1) \mathbf{R}, \mathbf{t} の初期パラメータを設定する。
- (2) 3.2節の手法で入射ベクトル間の内積を推定する。
- (3) 式(4)で表される評価関数の値を計算する。
- (4) Levenberg-Marquardt アルゴリズムを用いて \mathbf{R}, \mathbf{t} の値を更新する。
- (5) 収束するまで2-4を繰り返す。

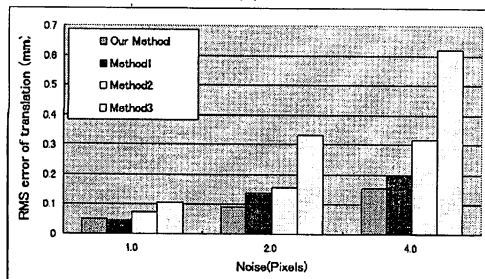
4. シミュレーションによる校正精度評価

Method	Calibration Objects	# of pictures	# of unknown parameters
Our Method	2 Parallel Lights (The relative angle is measured)	6	6
Method1	A Parallel Light (The angle of the light is measured)	6	9
Method2	4 Parallel Lights (The positions between points are known)	6	30
Method3	4 Parallel Lights (The positions of points are unknown)	6	48

表1 未知パラメータ数



(a)



(b)

図6 鏡面位置姿勢推定における誤差の比較。(a) ミラーの回転行列の誤差 (b) 平行移動ベクトルの RMS 誤差

放物面鏡と正射影カメラによる反射屈折撮像系について、シミュレーション実験により、校正精度の評価を行う。本実験ではカメラに対するミラーの相対位置姿勢を推定し、真値との誤差を評価する。鏡面は放物面形状であり、曲率半径は9.0mm、半径 r は12.88mm、取り付け位置はカメラ主点の前方9.0mmとした。以上の条件で生成したシミュレーション画像上の光像位置に正規分布ノイズを加えたものを元に、鏡面の位置姿勢の推定を行い誤差を算出した。ノイズの標準偏差は1.0, 2.0, 4.0[pixels]の3通りとした。本手法の精度を確かめるために従来手法との比較を行う。比較に用いた手法は、以下のようなものである。

(1) 提案手法

(2) 青木らの手法(角度が既知である平行光線を使用するもの)

(3) 点光源を使用し、対象物の全ての点の相対位置が既知であるもの

(4) 点光源を使用し、対象物の全ての点の3次元位置が未知であるもの。

最初の手法は、カメラと3次元点の位置を同時に推定するSFMに対応する。2つめの手法は、チェッカーボードや直線・円など、構造化された観測対象を使用した校正手法に対応する。また3つめの手法は、平行光線の角度を測定し、その平行光とミラーの交差点における法線ベクトルと、写像点から推測される平行光線から求まる法線を比較する個により校正されるものである。以上の手法における未知パラメータ数については表1に表す。また、それぞれの実験結果については図6に表す。位置

の計測及び姿勢の計測はそれぞれ100回の試行を行った。姿勢計測の精度の評価については、放物面鏡の中心軸の傾斜角度の真値と推定値の平均誤差を用いた(図6(a))。位置計測の精度の評価には、位置の真値と推定値の平均二乗偏差を用いた(図6(b))。シミュレーションの結果より、誤差の大きさは未知パラメータ数に依存していると言え、未知パラメータがもっとも少ない本手法が一番良い結果となった。

5. おわりに

本論文では、反射屈折撮像系において、それに含まれる鏡面の位置姿勢を校正する手法について述べた。本手法では、撮像系と基準になる被観測物の幾何学的関係を単純化するため、被観測物として2つの平行光線を用いた。これにより、撮像系と被観測物の距離に関する未知パラメータを減らすことができた。本手法では、平行光線の角度が不変であるということを利用し、その撮像点を用いて鏡面の位置姿勢を推定した。シミュレーションによって提案手法の精度評価を行い、従来手法と比べて精度が良いことを確認した。今後の課題としては、内視鏡と双曲面鏡を用いた反射屈折撮像系のミラー位置姿勢推定に適用することである。

文 献

- [1] D. Aliaga. Accurate catadioptric calibration for real-time pose estimation of room-size environments. In Proc. IEEE International Conference on Computer Vision, volume 1, pages 127-134, 2001.
- [2] J. Gaspar, C. Decco, J. O. Jr., and J. Santos-Victor. Constant resolution omnidirectional cameras. In Proc. the Third Workshop on Omnidirectional Vision, pages 27-34, 2002.
- [3] C. Geyer and K. Daniilidis. Paracatadioptric camera calibration. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 24(5):687-695, May 2002.
- [4] M. Grossberg and S. Nayar. A general imaging model and a method for finding its parameters. In Proc. IEEE International Conference on Computer Vision, volume 2, pages 108-115, 2001.
- [5] R. Hicks and R. Perline. Equi-areal catadioptric sensors. In Proc. the Third Workshop on Omnidirectional Vision, pages 13-18, 2002.
- [6] Y. Kojima, R. Sagawa, T. Echigo, and Y. Yagi. Calibration and performance evaluation of omnidirectional sensor with compound spherical mirrors. In Proc. The 6th Workshop on Omnidirectional Vision, Camera Networks and Nonclassical cameras, 2005.
- [7] K. Kondo, Y. Yagi, and M. Yachida. Non-isotropic omnidirectional imaging system for an autonomous mobile robot. In Proc. 2005 IEEE International Conference on Robotics and Automation, Barcelona, Spain, April 18-22 2005.
- [8] T. Mashita, Y. Iwai, and M. Yachida. Calibration method for misaligned catadioptric camera. In Proc. the Sixth Workshop on Omnidirectional Vision, 2005.
- [9] B. Micusik and T. Pajdla. Autocalibration and 3d reconstruction with non-central catadioptric cameras. In Proc. IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, volume 1, pages 58-65, Washington US, June 2004.
- [10] S. Nayar. Catadioptric omnidirectional camera. In

- Proc. IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, pages 482-488, 1997.
- [11] Open Source Computer Vision Library.
<http://www.intel.com/research/mrl/research/opencv/>.
 - [12] R. Pless, Using many cameras as one. In Proc. IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, volume 2, pages 587-593, 2003.
 - [13] D. Strelow, J. Mishler, D. Koes, and S. Singh. Precise omnidirectional camera calibration. In Proc. of IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, volume 1, pages 689-694, 2001.
 - [14] P. Sturm and S. Ramalingam. A generic camera calibration concept. In Proc. European Conference on Computer Vision, volume 2, pages 1-13, Prague, Czech, May 2004.
 - [15] T. Svoboda and T. Pajdla. Epipolar geometry for central catadioptric cameras. International Journal of Computer Vision, 49(1):23-37, August 2002.
 - [16] R. Swaminathan, M. Grossberg, and S. Nayar. Caustics of catadioptric camera. In Proc. IEEE International Conference on Computer Vision, volume 2, pages 2-9, 2001.
 - [17] K. Yamazawa, Y. Yagi, and M. Yachida. Obstacle detection with omnidirectional image sensor hyper-omni vision. In IEEE the International Conference on Robotics and Automation, pages 1062 - 1067, Nagoya, May 1995.
 - [18] X. Ying and Z. Hu. Catadioptric camera calibration using geometric invariants. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 26(10):1260-1271, 2004.
 - [19] 青木 伸也, 榎原 靖, 佐川 立昌, 向川 康博, 越後 富夫, 八木 康史. 平行光を用いた反射屈折撮像系におけるミラーの位置姿勢校正. 情報処理学会研究報告, 情報処理学会, No. 2006-CVIM-152, pp.23-30, 大阪, 1月, 2006.