

局所的位置合わせと Free-Form Deformation を用いた

三次元形状解析

真川 純 高松 淳 池内 克史
東京大学

あらまし 三次元形状計測装置・データ処理技術の向上により、実物体の三次元モデルの取得が比較的容易になってきた。それに伴い、三次元モデルの解析に関する研究が盛んになってきている。これまでに提案されてきた手法は、顔・人体等を対象とし、解剖学的にその構造的特徴が既知であることを前提としていた。そこで本研究では、形状データを分割し局所的に位置あわせした結果と、Free-Form Deformation の手法を用いて、構造的特徴が未知である対象物体に対する三次元モデルの解析手法を提案する。

3D Shape Analysis by using

Local Alignment and Free-Form Deformation Methods

Jun Sanagawa, Jun Takamatsu, and Katsushi Ikeuchi
University of Tokyo

Abstract Improvement of 3D shape measuring devices and processing technologies makes it easier to acquire 3D models of real objects. Thus, the research on the 3D model analysis is becoming active. The conventional techniques are only for human face, body, etc, whose structural features were already given by their anatomical knowledge. In this research, we propose a 3D model analysis technique without limitation to target objects; the limitation is eliminated by using Free-Form Deformation and Local Alignment methods.

1 はじめに

1.1 背景

近年になり 3 次元形状を取得するデバイス、位置合わせ[1]・統合[2]等のモデリング技術が急激に発展し、高精細な 3 次元形状データが手軽に獲得できるようになってきていることから、現在では 3 次元形状データを活用する研究が注目されてきている。

3 次元データを数値的に処理することで、例えば生物学では形態の違いから生物種の系統分類を行う[3]、歴史学では銅鏡の形状の違いから複製による劣化の継承関係から親子関係を推定する[4]、文化財の経年変化を調べることで効果的な補修箇

所、補修方法を選択するなどのことが、客観的かつ高精細に行うことが可能となる。このように、形状の似たもの同士の違いについて解析することで様々な知見を得ることができる。

三次元形状データは、通常三次元座標系での点群やポリゴンメッシュモデルで与えられており、解析のためにそれらの形状の差異を表現する必要がある。以下にその代表的な手法を示す。

1.1.1 微分幾何を用いた表現

三次元形状を表現するための表現系のひとつとして法線や曲率を用いるものがある。通常、ポリゴンメッシュモデル上では微分演算は可能ではな

いが、近似的に法線や曲率を計算する方法が提案されている[5]。法線・曲率を用いて形状を表現する方法は大きく分けて3つある。1番目の手法は、三次元データ上の特徴点、または特徴点からなる曲線を抽出する方法である。例えば、ガウス曲率や平均曲率0となる等値線や umbilic point と呼ばれるすべての方向で曲率が同じになる点、曲率の変化が0となるいわゆる尾根・峰に対応する線などが提案されている[5]。ただこの方法では物体の特徴的な部分の情報のみしか利用できないと言う欠点がある。

2番目の手法は、法線の向きの出現頻度を利用した手法である。例えば Extended Gaussian Image(EGI)[6][7]と呼ばれる手法では、物体表面上ある向きの法線が出現する頻度を球面上に表現することで、物体形状を表現する。例えば、平面では球面上の1点に、円柱では球面のある大円状上にピークが現れる。この方法は、閉じた凸物体のみしか区別することができず、一般の物体の解析には不十分である。EGIには様々な変種[8]があるが、いずれも任意形状の物体の解析には不十分である。

3番目の手法は、これらの情報を改めて統一的な座標(主に球面)で表現する方法である。例えば、Spherical Attribute Image(SAI)法[9]では、物体と球面との間の単射な写像を Deformable Surface の手法を用いて構築し、Simplex Angle と呼ばれる曲率の変種を計算し、この写像を用いて球面へ射影することで物体の形状を表現している。Simplex Angle が射影された球面を SAI と呼ぶ。ちなみに写像が全射でないのは、球面と同相でない物体でも表現可能にするためである。1. SAI は並進・回転・スケールに不変であること、2. SAI から元の物体への復元が可能であるというという良い性質があり、SAI 同士の比較により任意形状の比較をすることができるというメリットがある。ただし、本手法では、写像の構築の結果により適切な SAI が得られない、あるモデルから生成された SAI とそのモデルの一部がかけたモデルから生成された SAI が、場合により大きく異なってしまうという

問題がある。

1.1.2 局所的な点情報を用いた表現

前述した微分幾何に基づく表現は、その計算法の性質上誤差に弱いといわれている。その問題を解消しつつ注目点周りの形状の局所の特徴を表現する方法として Spin Image[10]がある。

Spin Image とは、ある注目点の近傍の点の位置関係を法線に垂直な方向 α と法線方向 β で表し、その2つの方向に関して点の数で作成されたヒストグラムのことを指す。Spin Image 同士の相関を取ることにより、近傍形状の類似度を計算することができ、物体認識などを行うことができる[11][12]。

Spin Image では法線を用いて座標系を決めているため、並進・回転に不変であるという特徴はある。ただしスケールに関しては不変ではない。Spin Image は、局所的な形状の違いを比較するのが主な目的であり、3次元距離画像から、対象物体の位置・姿勢を決定する以外の、本研究で対象とする形状解析に向く表現とは言いがたい。

1.1.3 変形による表現

別の表現系として、物体形状の変形によって三次元形状を表現する手法がある。そのような手法として Free-Form Deformation(FFD)[13]を用いる手法がある。FFD では物体を中に含むような直方体を均等に分割して得られる制御格子点群をつくり、その制御格子点に囲まれた空間を設定する。制御格子点を動かすことで中の空間を歪め、それに伴って物体も一緒に変形させる手法である。

MochimaruらはこのFFDを用いて人の足の形状分布を求める研究を行った[14][15]。別の2つの物体が同じになるような変形を与える制御格子点の動きにより2つの物体の差異を表現することができる。この表現法は物体が1つしかない場合には用いることができないが、似たような形状をした物体群を解析したい場合には有効な手法である。しかし、この手法は解析対象の特徴点の抽出をあらかじめ行っておく必要があり、解析対象の知識が不可欠である。

1.2 本研究の目的

前述した FFD を用いた手法では変形による制御格子点の動きの和をとり、その値を物体間の類似度としたが、FFD による制御格子点の動きは形状の差異そのものを表現している。また、制御格子点の数やサンプリング点の数を変えることで大まかな形状誤差から細かな形状誤差まで、解析目的に合わせて多様な使い方が可能である。また、その他の座標系への変換を伴わずに、直接世界座標系で比較を行うことができるという FFD の性質は差異の可視化においては他の手法にはない優れた性質である。

しかし、前述したとおり、従来の手法では解剖学的観点から得られた特徴点を用いて行っていた。そのような解剖学的知識を用いることができることはまれであり、できたとしても、解析対象物の数が多いと、特徴点を抽出することは非常に手間がかかり、この手法の導入は容易ではない。

以上のことから、本研究では特徴点を必要としない FFD による三次元形状解析手法として、変形によって近づけるべき点である対応点を推定しながら変形させていく Alignment-based FFD(A-FFD) によって物体間の形状の差異を表現する手法を提案する。また、局所的な位置合わせを組み合わせることで、形状の差異に対してよりロバストな手法を提案する。そして、実際に鶏の頭骨の解析を通じてその手法の有用性を検証する。

2 Free-Form Deformation

2.1 Free-form Deformation による変形

FFD はコンピュータグラフィックスで三次元形状データを変形させるための手法である。三次元座標系で表されている三次元形状データを、空間を変形させることにより中のデータも一緒に変形させることができる(図 1)。この手法を使うことにより、三次元形状を滑らかに変形させることができる。なおこの図では、簡単のために二次元で行った例を示す。

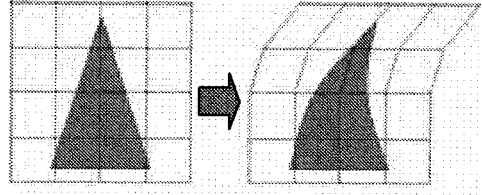


図 1:Free-form Deformation による変形

FFD の変形について説明する。まず、ある世界座標系の中に、変形させたい場所を含むような直方体を作る。直方体の頂点のひとつを \mathbf{X}_0 、その頂点から伸びる直方体の辺(ベクトル)をそれぞれ \mathbf{S} 、 \mathbf{T} 、 \mathbf{U} とすると、直方体の内部の点 \mathbf{X} は次のように表すことができる。

$$\mathbf{X} = \mathbf{X}_0 + s\mathbf{S} + t\mathbf{T} + u\mathbf{U} \quad (1)$$

ただし、 s, t, u はそれぞれ、 $0 < s < 1, 0 < t < 1, 0 < u < 1$ である。この (s, t, u) によって表される座標系を FFD 座標系と呼ぶ。

次に、制御格子点群を設置する。制御格子点は s, t, u 軸方向にそれぞれ均等に配置される。各軸上にそれぞれ $l+1, m+1, n+1$ 個の制御格子点があるとするとそれぞれの制御格子点の座標は、

$$\mathbf{P}_{ijk} = \mathbf{X}_0 + \frac{i}{l}\mathbf{S} + \frac{j}{m}\mathbf{T} + \frac{k}{n}\mathbf{U} \quad (2)$$

で表される。 \mathbf{P}_{ijk} は各軸方向にそれぞれ i, j, k 番目(0 からスタート)の制御格子点である。この制御点を動かしたとき、直方体の内部も同時に変形する。この変形は制御格子点を制御点とする Bezier 曲線を基底とした区間多項式が用いて表現される。

$n+1$ 個の制御点 $\mathbf{P}_0, \dots, \mathbf{P}_n$ があるとき、Bezier 曲線は制御点を用いて次の式で表される。

$$\mathbf{R}(t) = \sum_{i=0}^n B_i^n(t) \mathbf{P}_i \quad (3)$$

この B_i^n は Bernstein 多項式と呼ばれるもので、

$$B_i^n(t) = \frac{n!}{(n-i)!i!} t^i (1-t)^{n-i} \quad (4)$$

で定義される。 t は $[0,1]$ の媒介変数である。このとき、 n は Bezier 曲線の次数と呼ばれ、次数が高いほど、すなわち制御点が多いほど複雑な曲線を表すことができる。

これを用いると、移動後の制御格子点の座標 \mathbf{P}_{ijk} から、FFD 座標系の内部の点 $\mathbf{X}=(s,t,u)$ の、変形後の世界座標系での座標 \mathbf{X}_{ffd} は、

$$\mathbf{X}_{ffd} = \sum_i^l \binom{l}{i} (1-s)^{l-i} s^i \left(\sum_j^m \binom{m}{j} (1-t)^{m-j} t^j \left(\sum_k^n \binom{n}{k} (1-u)^{n-k} u^k \mathbf{P}_{ijk} \right) \right) \quad (5)$$

で表される。

2.2 Free-form Deformation を用いた三次元形状解析

Mochimaru[14]らはこの FFD を用いて足の形状分布を調べる研究を行った。それは以下のような手法により行われた。

まず物体の解剖学的な知見により特徴点を設定する。その特徴点の三次元位置を計測し三次元モデルを作成する。次にそのデータの位置合わせを行う。Kouchi[16]らは解剖学的知見に基づき、対象物固有の座標系を決定するために、物体の特徴点のうち特定の3点 A, B, C を選び、線分 AB の中点を原点とした。そして、三角形 ABC を含む平面を XY 平面、直線 AB を Y 軸と定めた。残りの X 軸、Z 軸はこれらから求めることができる。特徴点を用いて座標系を設定することで同じ座標系に位置合わせを行っている。

次に、FFD を用いた変形により2つの同一でない物体形状を一致させることを考える。モデルの作成に用いられた特徴点は、解剖学的な知見により得られた点であるため、それらの特徴点は2つの物体間において一対一の対応をとることができる。そのため、2つの物体形状を一致させるように変形するという事は、変形により同じ位置を表す特徴点同士を同じ位置にすることによって実現される。

このとき、一致させる特徴点よりも制御格子点の方が多いため変形は一意に決まらない。そこで、2つの物体形状の差異を、一致させるために必要な最小の変形によって表されると定義し、各制御格子点の移動距離の和が最小となるような変形を求める。このときの各制御格子点の動きの大きさの

和によって、2つの形状の類似度が求められる(図2)。

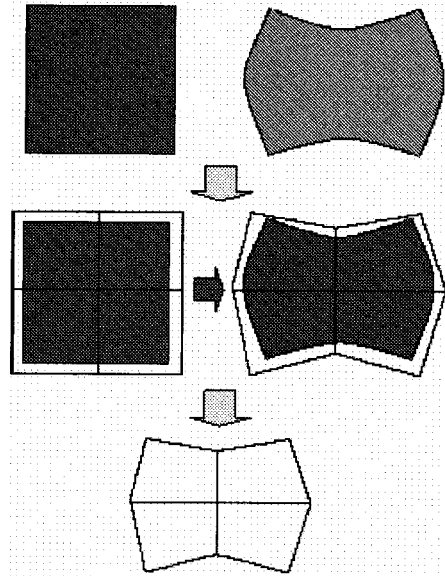


図2:FFDによる形状比較

3 提案手法

3.1 Alignment-Based FFD(A-FFD)

前述した従来の FFD を用いた三次元形状解析では、特徴点同士が近づくように FFD による変形を行っていた。しかし本研究では既知の特徴点の情報が利用できない場合を想定しており、変形によって近づけるべき対応点かが未知である。そこで、本研究では A-FFD という手法を提案する。その手法を以下で説明する。

物体同士の形状の違いがわずかしくない場合には、対応点が近くにあることが容易に想像できる。そこで、まず2つの物体位置合わせ[1]することで、対応点を近づけるとともに、2つの物体を一致させるために必要な変形を小さくすることができる。

前述したとおり、形状の似た物体同士では対応点は近くにあると考えられるので、擬似的な対応点として最近傍点を用いることとする。そして、最近傍点を対応点とした FFD による変形を行う。なお、オリジナルの FFD では基底に Bezier 曲線を用いているが、Bezier 曲線はある点が多量の制御点から影響を受けるため、局所的な変動が局

所的な制御格子点の移動によって表されない。そのため本研究ではある点が近くの制御点からしか影響を受けないB-Spline 曲線を用いることとした[13]。B-Spline 曲線は以下の式で表される。

$$R(t) = \sum_{i=0}^n N_{i,r}(t) p_i \quad (6)$$

ここで、 $r=m-n$ であり、 k を B-Spline 曲線の位数という。また、 $N_{i,r}(t)$ は B-Spline 基底関数と呼ばれ、

$$N_{i,r}(t) = \frac{(t-x_i)N_{i,r-1}(t)}{x_{i+r-1}-x_i} + \frac{(x_{i+r}-t)N_{i+1,r-1}(t)}{x_{i+r}-x_{i+1}} \quad (7)$$

$$N_{i,1}(t) = \begin{cases} 1 & (x_i \leq t \leq x_{i+1}) \\ 0 & (\text{上記以外}) \end{cases} \quad (8)$$

で表される。ノット列 x_0, \dots, x_r は単純増加で与えられる。ノット列の与えられ方によって性質が変化するが、本研究では曲線が制御多角形の両端と一致する開一様分布を用いることとした。このとき FFD の変形については以下のようにして求められる。

変形すべき物体上の点を \mathbf{p} ，変形しない物体上の点を \mathbf{q} で表す。断りがない限り \mathbf{p} は FFD 座標系上で、 \mathbf{q} は世界座標系で表されているとする。

ある点が FFD 座標系で $\mathbf{p} = (s, t, u)'$ とすると、変形した後の点の世界座標系での位置は以下の式を用いて計算される。

$$\begin{aligned} \mathbf{f}(\mathbf{p}) &= \sum_i^l N_{i,r}(s) \left(\sum_j^m N_{j,r}(t) \left(\sum_k^n N_{k,r}(u) \mathbf{P}_{ijk} \right) \right) \\ &= \sum_i^l \sum_j^m \sum_k^n c_{ijk,r}(\mathbf{p}) \mathbf{P}_{ijk} \end{aligned} \quad (9)$$

ただし、 (l, m, n) は各軸における制御格子点の数である。また、 \mathbf{P}_{ijk} は世界座標系での制御点の位置を表し、

$$c_{ijk,r}(\mathbf{p}) = N_{i,r}(s) N_{j,r}(t) N_{k,r}(u) \quad (10)$$

である。

対応点間の距離の二乗和を評価関数とすると、評価関数の式は以下のように表される。

$$E = \sum_a (\mathbf{f}(\mathbf{p}_a) - \mathbf{q}_a) \cdot (\mathbf{f}(\mathbf{p}_a) - \mathbf{q}_a) \quad (11)$$

ただし、 \mathbf{q}_a は \mathbf{p}_a の対応点である。

この評価関数 E を最小化するために、制御点をどのように動かせばよいかを計算する。そのために各制御点における微分を行い、その値が 0 になる点を探す。今ある制御点の x 座標値のみが変わった場合、式(9)から、その影響は各点の x 座標値のみである。つまり、 x, y, z ，に関して独立に考えることができる。そこで、 x に関してのみ考えると、

$$\frac{\partial E}{\partial P_{x_{ijk}}} = 2 \sum_a (\mathbf{f}x(\mathbf{p}_a) - \mathbf{q}_a) \cdot \frac{\partial \mathbf{f}x(\mathbf{p}_a)}{\partial P_{x_{ijk}}} \quad (12)$$

となる。ここで、式(9)より

$$\frac{\partial \mathbf{f}x(\mathbf{p}_a)}{\partial P_{x_{ijk}}} = c_{ijk,r}(\mathbf{p}_a) \quad (12)$$

と言える。 E が最小となるとき、すべての i, j, k において、式(11)=0 が成り立つ必要がある。つまり、以下に示す線型方程式を満たす必要がある。

$$A \mathbf{P}_x = \mathbf{b}_x \quad (14)$$

ただし、

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a_{111}^{111} & a_{112}^{111} & \dots & a_{1mn}^{111} \\ a_{111}^{112} & a_{112}^{112} & \dots & a_{1mn}^{112} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{1mn}^{111} & a_{112}^{111} & \dots & a_{1mn}^{111} \end{pmatrix} \quad (15)$$

$$a_{ijk}^{LJK} = \sum_a c_{ijk,r}(\mathbf{p}_a) c_{LJK,r}(\mathbf{p}_a) \quad (16)$$

$$P_x = (Px_{111}, Px_{112}, \dots, Px_{1mn})^T \quad (17)$$

$$b_x = (bx_{111}, bx_{112}, \dots, bx_{1mn})^T \quad (18)$$

$$b_{x_{ijk}} = \sum_a c_{ijk,r}(\mathbf{p}_a) q_{x_a} \quad (19)$$

この線型方程式を解くことにより、対応点間の距離の二乗和が最小となるような変形を行うことができる。しかし、解が一意に決まらない場合もある。そのときには格子点の動きが最も少ない場合、つまり最も小さい変形で最も近づくものを解とする。このような解は特異値分解を用いることにより、より簡単に計算することができる。

この変形により 2 つの物体形状をより近づけることが可能である。2 つの物体形状が近ければ近いほど、正しい対応点が取られる可能性は高くなる。よってさらに対応点探索の再計算と FFD による変形を繰り返すことで、より正しい対応点を推

定しつつ変形をしていくことが可能である。

3.2 局所的位置合わせを用いた FFD

今回は、似かよった 2 つのデータに対して位置合わせを行っている。当然全体的に誤差が小さくなるように位置合わせすることはできるが、元々が違う形状であるため、それぞれの部位では誤差が大きくなってしまっているところがある。誤差が大きい場合本来の対応点とはかけ離れた点を選択する可能性が大きくなり、うまく変形がなされないことがある。

そこで、全体としては個体差があるものの、局所的に見ると形状は似ているといえることから、A-FFD を適用する前に二物体の形状をできるだけ近づけておくために次のようなことを行う。

位置合わせをした物体の一方の三次元データを分割して、分割したそれぞれの部分を個別にさらに位置合わせを行う(図 3)。そうすることで、誤差をより小さくすることができる。そして分割して位置合わせした結果に対して FFD による変形を行う。このとき、元々は同じデータであるため、対応点は容易にとることができる。その後に A-FFD を適用する。

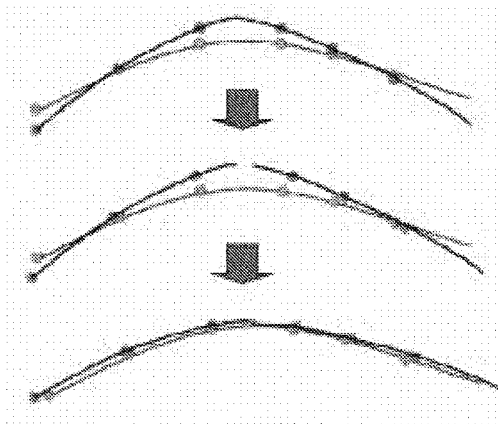


図 3:局所的位置合わせ

局所的位置合わせの結果は FFD の変形により A-FFD を用いる前の 2 つの物体を近づけるためだけに使われているため、FFD の制御格子点の動

きは局所的位置合わせに関係なく 2 つの物体の初期形状の差異を表すことができる。

4 実験

4.1 実験データ

本研究では、鶏の頭骨を通じて三次元形状解析を行った。鶏は 5 品種、全 22 体のデータを用いており、鶏の種類と数はそれぞれ岐阜地鶏が 3 体、薩摩鶏が 5 体、軍鶏が 5 体、小軍鶏が 5 体、白色レグホンが 4 体である。これらの物体の上方よりレーザーレンジセンサによって得られた距離画像をデータとして用いた。

4.2 実験手法

本研究では、軍鶏のうちの 1 つ(軍鶏 1 と記述)を基準物体と定め、この基準物体との差異によって他の物体の形状を表現した。

まず基準物体である軍鶏 1 の座標系を設定する。座標系は慣性主軸により決定した(図 4)。

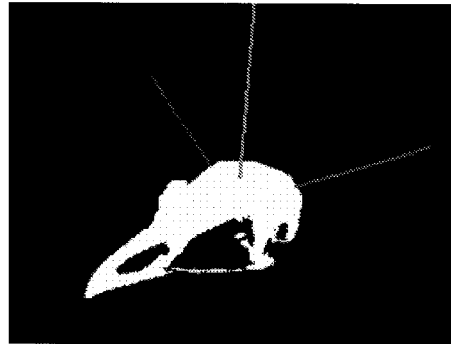


図 4:基準物体の座標系

そして、提案手法による比較を行った。基準物体を提案手法により変形させ他の個体に近づけ、その差異を求めた。変形させる物体を常に同一の物体にすることで同じ格子点群を用いることができるため、別々の物体に対する格子点の動きの結果をそのまま比較することができる。FFD 座標系は基準物体のもつ頂点データの中で、 x 軸、 y 軸、 z 軸方向のそれぞれ最大値と最小値を求め、それにより作られる直方体として設定した。本研究で

は制御格子点群の数は各辺 5 個とした。局所的アラインメントのため分割は、 x 軸は最も大きな慣性モーメントを持つ軸であり、その方向に分割することでもっとも効果的な分割ができると考え、 x 軸方向(図 4 中青色の軸)に半分の場合で分割を行った。A-FFD の繰り返し回数は 5 回とした。また、B-Spline 曲線の次数は 3 とした。

この変形によって各制御格子点の移動量 D_{ijk} が得られる。この D_{ijk} をパラメータとして階層クラスタ分析や主成分分析により解析を行った。

4.3 階層クラスタ分析の結果

D_{ijk} をパラメータとして階層クラスタ分析を行った。距離尺度としてはすべての D_{ijk} の二乗和を用いており、融合の際のクラスタ間の距離の定義は ward 法に基づいて決定している。その結果は図 5 のようになった。まず同一品種間が正しく同一クラスタに収まるという結果が一目瞭然である。また、生物学の専門家から、野生種に近い岐阜地鶏と白色レグホンが先にクラスタわけされるのはいい傾向ではないかという意見をいただいた。

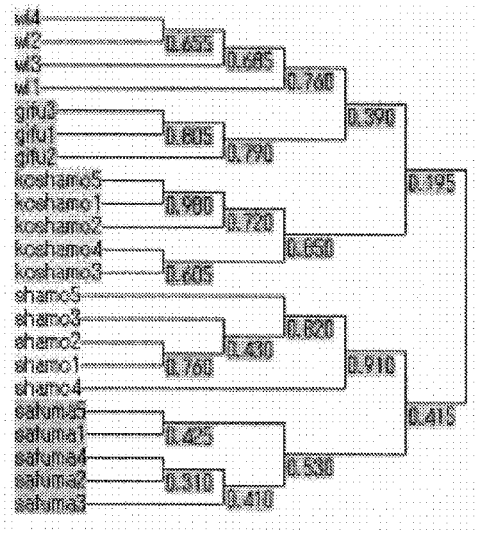


図 5:階層クラスタ分析

4.4 主成分分析

FFD の結果の格子点の動き D_{ijk} を変数とした主成分分析を行ったところ、第一主成分の寄与率は

18%, 第二主成分の寄与率は 10%であった。また、第十四主成分までで累積寄与率が 90%を超えた。第一主成分と第二主成分を軸として散布図を作ると図 6 のようになった。階層クラスタ分析の結果と同じく、同じ種類の鶏同士が集まる傾向があるのが見える。また、主成分分析の第一主成分と第二主成分のベクトルを可視化したものを図 6 に示す。白いデータは軍鶏 1 のデータ、青のデータは主成分により変形された軍鶏 1 のデータである。第一主成分では、頭のとっぺんの膨らみに関して変形されており、第二主成分では、くちばしと頭蓋骨の間のへこみ部分について変形されている。このくちばしと頭蓋骨の間のへこみ部分は「ストッ」と呼ばれ、形態学の観点からも非常に重要視されている部分である。

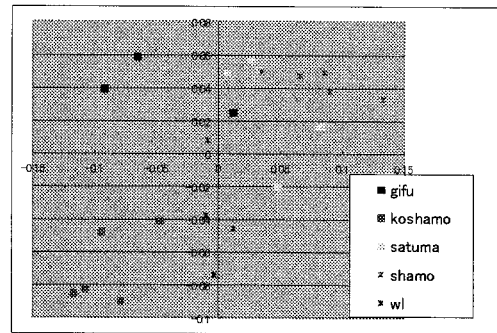


図 6:主成分分析

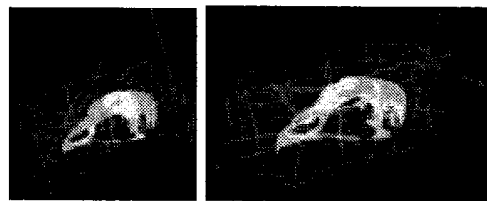


図 7:第一, 第二主成分

5 結論と今後の課題

本研究では三次元形状解析手法として、三次元形状変形の手法である FFD を用いた特徴点を必要としない三次元解析手法を提案した。従来手法では対応点をあらかじめ指定する必要があったが、提案手法を用いることにより対応点探索と変形を同時に行い 2 つの物体の形状を近づけることがで

きるようになった。

また、2つの物体形状がある程度以上離れていると対応点がうまく見つけられず変形がうまくいかないという問題があったが、局所的な位置合わせと組み合わせることにより、変形をロバストに行うことができるようになった。

今回は制御格子点の数や局所的な位置合わせの分割数、A-FFDの繰り返し回数を固定して実験を行ったが、これらの最適数を目的やデータに合わせて求める方法を考える必要がある。

実際に実験を通じて本手法が鶏の頭骨の形状解析に適用可能であることを示したが、今後、他の物体データや目的に関して、本手法がどの程度適用可能なかを検討する必要がある。

参考文献

- [1] 大石岳史, 佐川立昌, 中澤篤志, 倉爪亮, 池内克史, "分散メモリシステムにおける大規模距離画像の並列同時位置合わせ手法," 情報処理学会論文誌: コンピュータビジョンとイメージメディア, Vol. 46 No. 9, pp.2369-2378, 2005
- [2] W. E. Lorensen and H. E. Cline, "Marching cubes: A high resolution 3-d surface construction algorithm", In Proceedings of SIGGRAPH, pp.163-169, ACM, 1987
- [3] J. Takamatsu, et al, "A Novel Osteometrical Method Using Computer Vision Techniques for Comparison of Morphological Differences," J. Yamashina Inst. Ornithol., 36 2, March 2005
- [4] T Masuda, et al, "Shape difference visualization for ancient bronze mirrors through 3D range images," The Journal of visualization and computer animation, Vol.14, No. 4, pp.183-196, 2003
- [5] S. Petitjean, "A Survey of Methods for Recovering Quadrics in Triangle Meshes", ACM Computing Surveys, Vol. 34, No. 3, pp. 211-262 2002
- [6] Berthold.K.P.Horn, "Extended Gaussian Images," Proc. IEEE, Vol.72, No.12, pp.1671-1686, 1984
- [7] K. Ikeuchi, "Recognition of 3D Object using the Extended Gaussian Image", 7th Int. Joint Conf. on Artificial Intelligence, pp.595-600, 1981
- [8] Kang, S.B. and Ikeuchi, K., "The Complex EGI: New Representation for 3-D Pose Determination," IEEE Trans Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol. 15, No. 7, pp. 707-721, July 1993
- [9] K. Ikeuchi and Martial Hebert, "Spherical Representations: from EGI to SAI", CMU-CS, 1995
- [10] A. Johnson, Spin-Images: "A Representation for 3-D Surface Matching, doctoral dissertation", The Robotics Institute, Carnegie Mellon Univ., 1997
- [11] A. Johnson and M. Hebert, "Using Spin Images for Efficient Object Recognition in Cluttered 3D Scenes", IEEE Trans on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol. 21, No. 5, pp. 433-449, 1999
- [12] C. Conde, R. Cipolla, L. Rodriguez-Aragon, A. Serrano and E. Cabello, "3D Facial Feature Location with Spin Images", IAPR Conference on Machine Vision Applications, pp. 418-421, 2005
- [13] T. Sederberg, "Free-Form Deformation of Solid Geometric Models", Proceedings of ACM SIGGRAPH in Computers & Graphics, 20(4), 151-160. 1986
- [14] M. Mochimaru and M. Kouchi, "Statistics for 3D Human Body Forms", SAE Digital Human Modeling for Design and Engineering, 2000
- [15] M. Mochimaru, M.Kouchi, H.Yahara, and Y.Fukui, "Automatic landmarking based on 3-D foot database using the FFD method", SAE Digital Human Modeling for Design and Engineering, 2004, pp.2004-01-2197
- [16] M. Kouchi and M. Mochimaru, "Analysis of 3D Human Face Forms and Spectacle Frames Based on Average Forms", Digital Human Modeling Conference, pp.69-89, 2002