

非剛体位置合わせ手法による古鏡の解析

藤原研人[†] 高松淳[†] 池内克史[†]

[†] 東京大学生産技術研究所

E-mail : {kfuji, j-taka, ki}@cvl.iis.u-tokyo.ac.jp

あらまし レーザーレンジセンサーなどの3次元形状計測機器, および位置合わせ・統合等の形状データを処理するソフトウェアの発展により, 様々な物体がコンピュータ上で3次元モデル化されている. 対象物体の中には, 考古学的に貴重な資料も含まれており, その利活用は近年非常に注目されている. 本稿では大規模高精細3次元形状解析手法を構築し, 実際に古鏡の3次元モデルの解析により古鏡上の傷の成長, 凹凸の衰退を可視化した結果を示す. 古鏡の形状の差異は肉眼では確認が難しいため, これまで, コンピュータ上で得られた3次元モデル同士を剛体変換を用いて重ね合わせることで, 差異の可視化をおこなってきた. しかし, 型が変形している可能性のある鏡に関しては, 従来の剛体位置合わせを用いた方法では差異の検出が困難である事が確認されている. 本稿では全国各地から出土した古鏡の3次元モデルに対し非剛体位置合わせをおこない, 導きだされた結果により解析をおこなう.

Analysis of Ancient Mirrors using Non-rigid Registration Method

Kent Fujiwara[†], Jun Takamatsu[†], Katsushi Ikeuchi[†]

[†] Institute of Industrial Science, The University of Tokyo

E-mail : {kfuji, j-taka, ki}@cvl.iis.u-tokyo.ac.jp

Abstract With the development of 3D shape measurement devices, such as laser range finder, and of registration and merging software, various real-world objects have been turned into 3D computer models. These objects include archaeological artifacts, and the usage of these data is quickly becoming a target of attention. In this paper, we analyze the 3D data of ancient bronze mirrors by clearly visualizing the scars and the patterns on them. The difference of the mirror shapes is hard to recognize with the naked eye, therefore previously, the 3D models have been rigidly registered, and the difference was visualized. However, many of the mirrors or their molds may have been deformed during production, making it difficult for the rigid registration methods to accurately detect the differences between the mirrors. In this paper, we applied our proposed non-rigid registration method to the 3D models of ancient mirrors and analyzed the results.

1 はじめに

実物体の3次元形状を計測するハードウェア、および得られた計測データを処理するソフトウェアの発展により、小型な物から大規模の物まであらゆる実物体の形状データをコンピュータ上にモデル化する事が可能になってきている [1]。こうして得られたモデルの利活用法のひとつとして、3次元形状情報を用いた物体の解析が注目されている。例えば、鳥の頭蓋骨の形状モデルを用いて品種間の相関を調査した研究 [21] や、顔や足の形状の分布を統計的に調査した研究 [22] などがある。

こうした解析をおこなう方法のひとつとして、比較したい物体同士を位置合わせし、重ね合わせて表示することにより物体間の形状の差異を可視化・検出する方法が提案されている。本稿では、まず解析手法構築のための肝となる位置合わせに関する従来研究を、剛体位置合わせと非剛体位置合わせの大きく2つに分けて概観する。その結果を手がかりに、本稿が目標とする大規模高精度3次元形状解析手法の構築を目指す。実際に、三角縁神獣鏡の形状モデルに対して構築された手法を適用した結果を報告する。

本稿の構成は以下の通りである。第2章では剛体位置合わせ手法を、第3章では非剛体位置合わせ手法を概観する。第4章では、我々の提案手法について述べ、第5章では提案手法による実験結果を示す。第6章で本稿のまとめをおこなう。

2 剛体位置合わせ

剛体位置合わせとは、入力された複数の部分3次元データを剛体変換（並進および回転）のみを用いて位置合わせをおこなう手法である。与えられた2つの3次元形状データ上で対応する特徴点が既知である場合、特異値分解やクォータニオンを用いて代数的に位置合わせをおこなうことができる [2]。しかし、通常の位置合わせではこのような特徴点（以下対応点、場合により対応面と記述）が既知という仮定は好ましくない。実用的な剛体位置合わせ手法を構築する際には、主に以下に示す3つの問題を解決する必要がある。

- 対応点探索法
- 位置合わせのメトリック
- 計算のロバスト化

以下では、何らかの方法（例えば [3, 4]）により、おおよそその位置合わせがすでにおこなわれていると仮定し話を進めていく。

2.1 対応点探索法

対応点探索法として下記に示す3つの方法がこれまでに提案されている。Besl と McKay は2つの3次元モデルの最近傍点を対応点とする方法 (Iterative Closest Point (ICP) 法と呼ばれている) を提案している [5]。通常このような対応点を単純なアルゴリズムで計算すると $O(n^2)$ (ただし n は頂点の数) の計算時間がかかるが、k-d tree [6] 等のデータ構造を利用することにより $O(n \log n)$ まで高速化できることが知られている。

Chen と Medioni は3次元モデルの点を法線にたどり他方の3次元モデルの表面と交差する点を対応点とする方法を提案している [7]。この方法では、表面の凹凸が激しい物体の位置合わせにおいては、前述の手法よりも少ない計算時間で収束する事が Rusinkiewicz と Levoy の実験により確認されている [11]。

Oishi ら [8] や Neugebauer [9] は3次元形状を取得した際のセンサーから見て、ある点が射影される面を対応面とする方法を提案している。センサー座標系がすでに校正されている場合 $O(n)$ の計算量で対応面が計算でき、非常に高速な位置合わせが可能となる [9]。また、センサー座標系が未校正の場合でも、GPUを用いることにより、同じく $O(n)$ の計算量で計算できる [8]。

2.2 位置合わせのメトリック

位置合わせのメトリックとしては、対応点間の距離の2乗和を用いる方法 [5] と、点と対応面（もしくは法線情報をもつ点を面とみなしたもの）との距離の2乗和を用いる方法 [7] が提案されている。前者の方法では、前述のとおり代数的に最適な剛体変換を計算できるという長所があるが、局所解に陥りやすいといった欠点が指摘されている [11]。後者の方法では、ある種の非線形最適化計算が必要となるが、誤収束に対しロバストであることやデータ密度の差を吸収できるといったメリットがある。ただし法線をあらかじめ求めておく必要がある。

通常、対応点計算およびメトリック最小化による最適剛体変換の導出を1回おこなうだけでは十分

な解が得られないため、与えられた位置合わせメトリックが適切な閾値以下になるまでこれらの計算は繰り返しおこなわれる。

2.3 計算のロバスト化

前述までの純粋な位置合わせの実装では、対応点の誤対応やデータに含まれる正規分布に従わないノイズに影響により、場合により正しく位置合わせされないという問題が指摘されており、それを解決するための方法が提案されている。Wheeler と Ikneuchi は距離に応じた重みを与え、これらの重みをロバスト推定で用いられる M-estimator を用いてコントロールする方法を提案している [12]。また、対応点間の距離がある閾値以上のものは除外するといった方法や部分 3 次元形状の境界に当たる点是对応点として利用しない方法 [13] も提案されている。

3 非剛体位置合わせ

非剛体位置合わせとは、剛体変換に加え、ある種の変形を施すことで位置合わせをおこなう方法である。非剛体位置合わせの場合、前述の剛体位置合わせにおける問題に加え、

- 変形方法
- 変形にロバストな対応点探索

の 2 つがさらに問題となる。以下、それらについて具体的に述べる。

3.1 変形手法

これまでに提案された変形手法は、Free-Form Deformation (FFD) 法 [14]、Thin-plate Spline (TPS) 法 [15] に代表されるパラメトリックな方法と、Elastic-Nets [16] に代表されるノンパラメトリックな方法の 2 つに大別される。FFD 法は、格子点により形成される直方体を変形対象物体を囲うように配置し、格子点を移動させることにより形状データを滑らかに変形させる手法である。TPS 法は、“曲げエネルギー”を最小化することで定義される変形手法である。TPS 法は剛体変換と変形変換の 2 つを完全に分離することができ、変形要素の導出が容易であるといった特徴がある。ただし FFD 法に比べて計算時

間がかかるといった問題が指摘されている。また一方で FFD 法は非剛体位置合わせ過程において、格子点数を変化させることにより多重解像度的な位置合わせおよび変形をおこなうことができる [17] といった特徴がある。

Elastic-Nets 法のようなノンパラメトリックな方法では、通常どんな変形も許してしまうため、滑らかさ拘束を導入することにより変形の質をコントロールすることになる。Elastic-Nets 法はノンパラメトリックつまりパラメトリックな方法に比べて非常に自由度の高い問題を解く必要があるが、基本的な演算はすべて線形演算であるので TPS 法による変形よりも大規模な問題を扱えるという報告もされている [18]。

3.2 非剛体位置合わせに適した対応点探索法

非剛体位置合わせにおいて、前述の ICP による対応点探索のみではロバストな位置合わせが困難である場合が多い。そこで、Chui らは従来の ICP 法の点の対応関係にある種のファジーさを持たせることにより、非剛体位置合わせに適した ICP 法を提案している [19]。さらにファジーさ度合いや TPS における剛体変換 - 変形変換の割合を焼きなまし (Annealing) 的な手法で微調整していくことにより、更なるロバスト性を獲得している。

また点群で表される形状データを一種の確率分布とみなし、確率分布の一致度 (たとえば KL-ダイバージェンス) を最小化することにより、陽に対応関係を求めることなく変形位置合わせをおこなう方法が提案されている [20]。また前述の Elastic-Nets 法と同時に用いられている方法では、混合ガウス分布を利用して点の対応度合いを計算することにより、同様の手法を実現している [16]。

3.3 まとめ

3 次元形状モデリングの際の部分形状間の位置合わせに関しては、剛体位置合わせで十分である。計測された部分形状は計測範囲が異なるのみで、対応する形状は、計測ノイズの影響を無視すれば完全に一致するからである。

しかし、3 次元形状の解析・比較、たとえば本稿で対象としている「三角縁神獣鏡」の解析において、

変形と損傷という2種類の形状差異を扱う必要がある。特に前者の変形に対応するためには、非剛体位置合わせによるデータ処理が必要である。また剛体位置合わせにより吸収されるのは変形による差異であるため、前述の2種類の形状の差異を分離することが可能となる。

4 提案手法

我々のグループでは、数万点オーダーの点群からなる大規模高精度3次元形状データを、非剛体位置合わせ手法を利用して解析、比較をおこなう方法を構築している。対象とするデータが大規模であることから、変形手法としては非常に高速に計算可能なFFD法を用いる。また、「三角縁神獣鏡」のような、同一カテゴリーの形状を比較することのみを目標とし、局所的な形状は剛体位置合わせ程度の位置合わせ手法で十分であるという仮定の下、高速かつロバストに対応点を決定する方法を提案している [21]。以下、それぞれに関して具体的に説明する。

4.1 Free-Form Deformation 法

変形の定式化 FFD法 [14] では、まず整列した格子点群からなる直方体で変形させたい物体を囲み、格子点を移動させる事により変形をおこなう。物体を囲む直方体を、縦、横、奥行き方向にそれぞれ l, m, n 個に均等に分割することにより、元々の頂点と分割された交点からなる $(l+1)(m+1)(n+1)$ 個の格子点 \mathbf{P}_{ijk} が得られる。ここで i, j, k はそれぞれ縦、横、奥行き方向の分割位置を示し $i \in \{0, 1, \dots, l\}$, $j \in \{0, 1, \dots, m\}$, $k \in \{0, 1, \dots, n\}$ である。格子点 \mathbf{P}_{ijk} を変形させることにより、変形前の物体の任意の点 \mathbf{X} の移動後の位置 \mathbf{X}_{ffd} は以下の式により決定される:

$$\mathbf{X}_{ffd} = \sum_{i=0}^l B_i^t(s) \left(\sum_{j=0}^m B_j^m(t) \left(\sum_{k=0}^n B_k^n(u) \mathbf{P}_{ijk} \right) \right). \quad (1)$$

ただし、 (s, t, u) は変形前の点 \mathbf{X} の FFD 座標系での位置であり、

$$\mathbf{X} = \mathbf{X}_0 + \frac{s}{l} \mathbf{S} + \frac{t}{m} \mathbf{T} + \frac{u}{n} \mathbf{U} \quad (2)$$

により決定される。 \mathbf{X}_0 は変形前の格子点 \mathbf{P}_{000} に対応し、 $\mathbf{S}, \mathbf{T}, \mathbf{U}$ は直方体の縦、横、奥行きの辺で

ある。また、 B はある条件を満たす多項式であり、Sederberg の手法 [14] では Bernstein 多項式が用いられている。

Bernstein 多項式を用いた FFD 法では、ある1つの格子点の変位が全ての点に影響を与えるという特徴がある。そのため、我々の手法では格子点の局所の変動が近傍点にしか影響を与えない B-spline 基底:

$$R(t) = \sum_{i=0}^n N_{i,r}(t) p_i \quad (3)$$

を用いている。 r を B-spline の位数としい $r = m - n$ である。さらに基底関数 $N_{i,r}(t)$ は、

$$N_{i,r}(t) = \frac{(t - x_i) N_{i,r-1}(t)}{x_{i+r-1} - x_i} + \frac{x_{i+1,r-1}(t)}{x_{i+r} - x_{i-1}} \quad (4)$$

$$N_{i,1}(t) = \begin{cases} 1 & (x_i \leq t < x_{i+1}) \\ 0 & (\text{otherwise}) \end{cases} \quad (5)$$

で定義される。 x_0, \dots, x_r はノット列とよばれ、変形をコントロールするパラメータのひとつである。ノット列は単調増加性を満たす任意の値に設定することができるが、ここでは一様分布 (各隣接ノット間の距離が一定) にしたがって設定した。

まとめると、FFD 座標系での点 \mathbf{p} は、FFD 法により以下で以下の式に従って変位する。

$$\begin{aligned} \mathbf{f}(\mathbf{p}) &= \sum_i^l N_{i,r}(s) \left(\sum_j^m N_{j,r}(t) \left(\sum_k^n N_{k,r}(u) \mathbf{P}_{ijk} \right) \right) \\ &= \sum_i^l \sum_j^m \sum_k^n c_{ijk,r}(\mathbf{p}) \mathbf{P}_{ijk}. \end{aligned} \quad (6)$$

ただし、

$$c_{ijk,r}(\mathbf{p}) = N_{i,r}(s) N_{j,r}(t) N_{k,r}(u) \quad (7)$$

である。

目標とする変形の導出 位置合わせのメトリックとして、対応点間の距離の二乗和を用いる。具体的に、メトリックは以下の式で表される:

$$E = \sum_a (\mathbf{f}(\mathbf{p}_a) - \mathbf{q}_a) \cdot (\mathbf{f}(\mathbf{p}_a) - \mathbf{q}_a). \quad (8)$$

ここで \mathbf{q}_a は \mathbf{p}_a の対応点を示す。これを最小化する格子点を導出することが目標となる。

E を最小化するために各格子点で微分をおこない、その値が0になる点を探す。式(6)より、格子点の各座標の変位はそれぞれの座標の値にしか影響を

及ぼさないことがわかる。つまり、各座標を独立に扱うことができる。x座標のみを考えると

$$\frac{\partial E}{\partial P_{x_{ijk}}} = 2 \sum (f_x(\mathbf{p}_a) - q_a) \cdot \frac{\partial f_x(\mathbf{p}_a)}{\partial P_{ijk}} \quad (9)$$

となる。さらに式(6)より

$$\frac{\partial f_x(\mathbf{p}_a)}{\partial P_{ijk}} = c_{ijk}(\mathbf{p}_a) \quad (10)$$

が成り立つ。Eが最小の時、全ての*i, j, k*において、式(9)が0となる必要がある。つまり、線型方程式 $\mathbf{A}P_x = \mathbf{b}_x$ が成立しなければならない。ただし、

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a_{111}^{111} & a_{112}^{111} & \cdots & a_{lmn}^{111} \\ a_{111}^{112} & a_{112}^{112} & \cdots & a_{lmn}^{112} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{111}^{lmn} & a_{112}^{lmn} & \cdots & a_{lmn}^{lmn} \end{pmatrix}$$

$$a_{ijk}^{IJK} = \sum_a c_{ijk,r}(\mathbf{p}_a) c_{IJK,r}(\mathbf{p}_a)$$

$$P_x = (P_{x_{111}}, P_{x_{112}}, \dots, P_{x_{lmn}})^T$$

$$\mathbf{b}_x = (b_{x_{111}}, b_{x_{112}}, \dots, b_{x_{lmn}})^T$$

$$b_{x_{ijk}} = \sum_a c_{ijk,r}(\mathbf{p}_a) q_x a$$

である。この方程式を解くことで、変形後の対応点間の距離の二乗和が最小となる格子点の位置を計算することができる。

4.2 高速対応点探索法

ここでは、形状が似ている2つのデータに対しての位置あわせを想定しているため、局所的な形状は剛体位置合わせ程度で位置合わせ可能であると仮定している。変形の前処理として、我々は分割位置合わせの手法を提案している。具体的な方法は以下のとおりである(図1参照):

1. 変形対象物体をもっとも偏りの大きな軸に関して分割する。
2. 分割されたそれぞれの部分に対して剛体位置合わせをおこなう。
3. 満足な精度が得られるまで上記のステップを繰り返しおこなう。
4. 分割位置合わせされたそれぞれの部分と分割前の形状が一致するような変形を導出する。

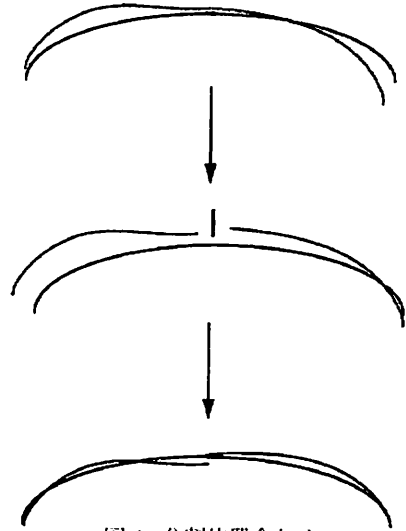


図1: 分割位置合わせ

分割前後の物体は同一の点番号を持っているため、対応点探索は一意に決定される。また、仮定より定義された対応点は変形対象物体に十分に近いたことが期待できる。十分に位置合わせ対象形状が近づいた状態であればICP法による対応点探索でもロバストな非剛体位置合わせが可能である。

分割位置合わせで使用している手法は剛体位置合わせの手法であるため、前述したような様々な高速化手法をそのまま当てはめることができ、通常対応点探索よりも速い処理が可能である。さらに、分割の密度を変化させることによりChuiら[19]の手法で行われている焼きなましと同等のことが行える。それゆえに、高速でロバストな対応点探索をおこなうことができる。

5 応用: 三角縁神獣鏡の解析

本稿では、実際に銅鏡「三角縁神獣鏡」に対し提案手法を適用した結果を示す。通常銅鏡の形状差異は視覚的な判断のみでは困難であり、大規模高精細な3次元形状の比較が必要不可欠であるため、コンピュータビジョン的観点からも非常に興味深い問題である。また、これらの銅鏡は複製を繰り返すことで日本全国に伝播したと考えられており、オリジナルの銅鏡の出現位置を特定することにより邪馬台国に関する歴史の秘密に迫れる可能性もあり、歴史学的に見ても非常に重要な課題である。

5.1 三角縁神獣鏡と研究の背景

三角縁神獣鏡とは、「魏志倭人伝」の中で卑弥呼に贈られたとされる「銅鏡百枚」と一致する可能性があると考えられた銅鏡である。表面には神や獣などの文様が施されており、全国各地の古墳などから出土している。一説には、この鏡は范を用いた鏡の複製を繰り返すことで全国に伝播したといわれている。この説が正しいとすると、複製された鏡の傷等の特徴は以降の鏡に伝播されていくことになる。つまり、范を用いて複製を造ったときに表われる范の傷の成長や、丸く突出している乳と呼ばれる部分の変形の継承関係を確認することにより、学説の是非を検証することができる。近年になり、文様の研究など、考古学的調査の結果をふまえた学説が多くなってきているが、これらの研究の多くは肉眼で行われており、結果の正確性には問題がある。そこで、センサーを用いて三角縁神獣鏡のデータを取得し、これを計算機によって処理し解析をする試みがおこなわれている [23]。

三角縁神獣鏡に残っている傷を見ることは継承関係を調べる上で重要だが、これまでに提案された手法 [23] で検出される差異は傷を示すものばかりではない。検出される差異の大部分は鋳型から鏡を取り出す際にランダムに発生する変形によるものであり、これらは継承関係には直接関係しないため、変形の影響を除去できていない方法による解析には問題がある。以下の実験では、このような変形の影響を限りなく小さくするために、提案手法を用いて古鏡の位置合わせをおこなった。

5.2 実験

三角縁神獣鏡上の傷や尖っている乳の形が成長しているか否かを検証する事が目標である。一般的に複製された鏡上の文様の凹凸は減少し、乳の形状も不揃いになるといわれているが、解析から得られる結果を用いて、複製された鏡の傷は実際に成長し、鏡上の文様の凹凸は衰退しているかを確認する。

本稿では、「古鏡総覧」[24]において目録番号37に設定されている三角縁神獣鏡 Dkz22 と tsu05 の形状データを用いて、比較をおこなった。目録番号37に対しては既に「Dkz22 は tsu05 から得られた范を用いて制作された」とする考古学者による一致

した見解が示されており、提案手法の有用性を検証する上での真値を提供するデータとなる。

まず、基準物体として Dkz22 の座標系を設定しこれに対して tsu05 を変形させた。ここでは、FFD のみの位置合わせ、我々の提案手法である局地位置合わせ両方を施した。なお、FFD に利用されている B-Spline 基底の次数は 3 とした。

非剛体位置合わせの結果を図3に、また非剛体位置合わせの有用性を示すために、剛体位置合わせ手法による位置合わせ後の差異を表示したものを図2に示す。黄色の円で囲われた部分は考古学者が范傷 27 として設定している傷である。赤く示されている部分は、Dkz22 が元形状に比べて 3mm 以上凸になっている事を示し、青く示されている部分は Dkz22 が逆に凹になっている事を示している。図4に示す通り、剛体変換による位置合わせと比べ、提案手法は変形の情報を取り除き、表面の傷の情報を際立たせている事が観察できる。

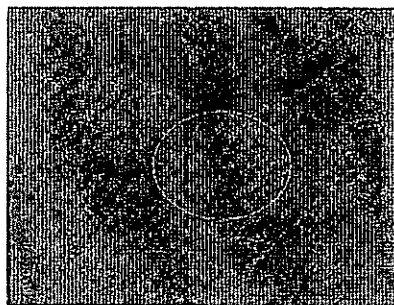


図2: 剛体位置合わせ後のの范傷 27

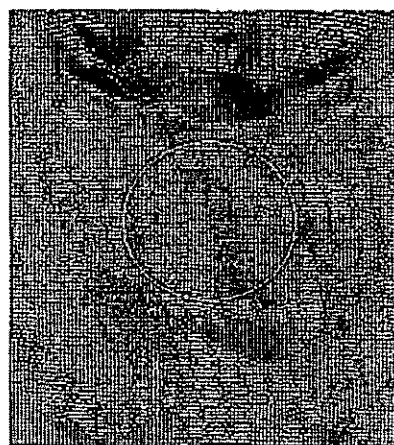


図3: FFDによる変形後の范傷 27

しかし、凸になっている赤い部分は傷の周りにも

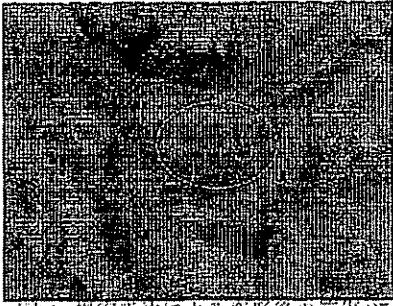


図4: 提案手法による変形後の范傷27

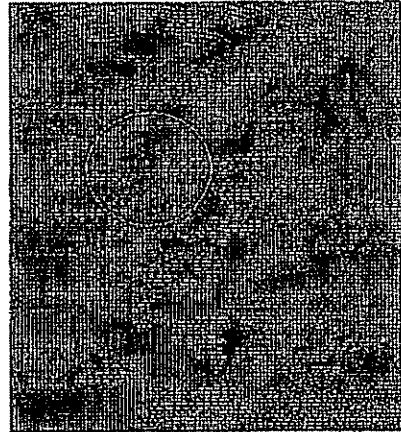


図5: 閾値分解による変形後の范傷27

表 1: 手法ごとの Dkz22 におけるの凹凸部分の割合. 全体は 100. tsu05 に対し閾値 0.3 以上に凸, 凹, 閾値以上の差がない部分を示す

手法	凸	凹	閾値以内
rigid	33.437281	9.900675	56.662044
FFD	16.163404	3.736655	80.099943
FFDsplit	15.589521	4.151870	80.258607
FFDthresplit	9.882593	3.381601	86.735808

確認されており, 傷のみを見分ける事はまだ困難である事が確認できる. 表 1 には, Dkz22 が tsu05 に対して閾値以上に凸, 凹, そして閾値以内に収まる部分の比が示されている. この結果, 剛体位置 (rigid と記述) 合わせ後に比べ, 提案する分割位置合わせ手法を用いない FFD (単に FFD と記述) 後の誤差の方が少ないことが読み取れ, 提案手法 (FFDsplit と記述) に関しては FFD よりも若干誤差が減少していることが確認できている.

傷の情報のみをさらに強調するために, 分割位置合わせにおける分割方法を少々変更した. 具体的には, 分割方法がある閾値以上に離れている部分 (0.5 に設定. なお値はよい結果が得られるよう手動で調整した.) を切り離す方法に変え, 剛体位置合わせ後, FFD による変形を施した (FFDthresplit と表記).

図 5 に示すとおり, 凹凸の範囲がさらに狭まり, 傷の明らかな成長が確認できる. 絵柄の近辺に注目すると, 背と赤の領域が入り乱れていることが分かる. これは Dkz22 において絵柄の凹凸が少し薄れており, Dkz22 が tsu05 より後に製作されたことを示している. このため, この部分においては分割と変形による位置合わせが成功していることが分かる. しかし絵柄の中央にも同じ様な模様が発見でき

る. 通常絵柄の中央での凹凸は観察できないはずであり, 形状の分割が全領域で成功しているとは限らないということが観察できる.

6 結論と今後の課題

本稿では, 3次元形状非剛体位置合わせ手法を用いて, 古鏡の形状比較をおこなった. 実験結果から, 分割を行い, 変形を施す事によって, 考古学的見解と同様の位置で范の傷が成長している事が観察でき, 提案手法の有用性, および古鏡形状解析への適用可能性を示した. 今後の課題としては, 今回は考古学的見解におけるの范傷の位置を特定したが, 考古学的見解が示されていない他の三角縁神獣鏡でも范傷を検出する必要がある. これには局所的な特徴を残しつつ, 全体の歪みをより上手に消去する位置合わせ手法が必要であると考えている.

また, 今回は 2 つの銅鏡のデータを用いて 1 対 1 の形状比較を行ったが, 同じ范から生産されたとされる鏡が二つ以上ある種類も存在するため, 複数対複数の同時形状解析の可能性についても検討しなければならないと考えている.

参考文献

- [1] K. Ikeuchi, T. Oishi, J. Takamatsu, R. Sagawa, A. Nakazawa, R. Kurazume, K. Nishino, M. Kainakura and Y. Okamoto, "The Great Buddha Project: Digitally Archiving, Restoring, and Analyzing Cultural Heritage Objects," in *International Journal of Computer Vision*, Vol.75, Issue 1, pp.189-208, 2007.

- [2] B. Horn, "Closed-form solution of absolute orientation using unit quaternions," in *Journal of the Optical Society of America A*, Vol.5, No.7, pp.1127-1135, 1987.
- [3] A. E. Johnson and M. Hebert, "Using Spin Images for Efficient Object Recognition in Cluttered 3D Scenes," in *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol. 21, No. 5, pp.433-449, 1999.
- [4] A. Makadia, A. Patterson IV and K. Daniilidis, "Fully Automatic Registration of 3D Point Clouds", in *Proc. of Computer Vision and Pattern Recognition*, 2006.
- [5] P.J. Besl, N.D. McKay, "A method for registration of 3-D shapes," in *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol.14, No.2 pp.239-256, 1992
- [6] J. Bentley, "Multidimensional binary search trees used for associative searching," in *Commun. ACM*, Vol.10, No.9, pp.509-517, 1975.
- [7] Y. Chen, G. Medioni "Object modeling by registration of multiple range images," in *Proc. IEEE Conf. on Robotics and Automation*, Vol.3, pp.2724-2729, 1991
- [8] T. Oishi, R. Sagawa, A. Nakazawa, R. Kurazume and K. Ikeuchi, "Parallel Simultaneous Alignment of a Large Number of Range Images," in *Proc. International Conference on 3D Digital Imaging and Modeling*, pp.195-202, 2003.
- [9] P. Neugebauer, "Geometrical cloning of 3D objects via simultaneous registration of multiple range images," in *Proc. International Conference on Shape Modeling and Applications*, pp. 130, 1997.
- [10] R. Benjema, F. Sggnutt, "Fast global registration of 3D sampled surfaces using a multi-z-buffer technique," in *Proc. International Conference on 3D Digital Imaging and Modeling*, pp. 113, 1997.
- [11] S. Rusinkiewicz, M. Levoy, "Efficient variants of the ICP algorithm," in *Proc. International Conference on 3D Digital Imaging and Modeling*, pp. 145-152, 2001.
- [12] M.D. Wheeler and K. Ikeuchi, "Sensor modeling, probabilistic hypothesis generation, and robust localization for object recognition," in *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol.17, No.3, pp. 252-265, 1995.
- [13] G. Turk and M. Levoy "Zippered polygon meshes from range images," in *Proc. of ACM SIGGRAPH*, pp.311-318,1994.
- [14] T. Sederberg, "Free-form deformation of solid geometric models," in *Proc. of ACM SIGGRAPH*, Vol.20, No.4, pp.151-160, 1986.
- [15] F. L. Bookstein, "Principal warps: Thin-plate splines and the decomposition of deformations," in *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol.11, No.6, pp.567-585, 1989.
- [16] R. Durbin and D. Willshaw, "An analogue approach to the traveling salesman problem using an elastic net method," in *Nature*, Vol.326, No.6114, pp. 689-691, 1987.
- [17] S. Lee, G. Wolberg, and S. Y. Shin, "Scattered data interpolation with multilevel B-splines," in *IEEE Trans. Visualization Comput. Graph.*, Vol.3, pp. 228-244, 1997.
- [18] A. Myronenko, X. Song and M. Carreira-Perpinan, "Free-form nonrigid image registration using generalized elastic nets," in *IEEE Conf. on Computer Vision and Pattern Recognition*, 2007.
- [19] H. Chui and A. Rangarajan, "A new point matching algorithm for non-rigid registration," in *Proc. of Computer Vision and Image Understanding*, Vol.89, No. 2-3, pp.114-141, 2003.
- [20] A. Rajwade, A. Banerjee and A. Rangarajan, "New method of probability density estimation with application to mutual information based image registration." in *IEEE Conf. on Computer Vision and Pattern Recognition*, Vol.2, pp. 1769-1776, 2006.
- [21] 真川純, 高松淳, 池内克史, "位置あわせに基づく Free-Form Deformation を用いた三次元形状解析," 画像の認識・理解シンポジウム, 2007.
- [22] M. Mochimaru, M. Kouichi, H. Yahara and Y. Fukui, "Automatic landmarking based on 3-D foot database using the FFD method," in *SAE Digit Human Modeling for Design and Engineering*, pp.2004-01-2197, 2004.
- [23] 増田智仁, 長谷川仁則, 池内克史, "コンピュータグラフィックスにおける三角線神獣鏡の范傷の自動検出," 「三次元デジタルアーカイブ 古鏡総覧」, pp.405, 学生社, 2006.
- [24] 奈良県立橿原考古学研究所, 「三次元デジタルアーカイブ 古鏡総覧」, 学生社, 2006.