人　工　知　能 93−15
（1994．3．9）

論争を用いた推論

織田　充

(株)富士通研究所 情報社会科学研究所

あらまし: 不確実な知識より導かれた結論は真であると見なされた事実というより単なる推測でしかない．したがって，同一の知識から互いに矛盾する推測が推論される場合がある．本研究では，論争を基にした推論を提案する．この推論では論争の枠組みでこれら推測の信頼性を比較し，どの推測が他のものより優れるかを示す．

Reasoning using Argumentation

Mitsuru Oda

Institute for Social Information Science, Fujitsu Laboratories Ltd.

Abstract : Conclusions derived from uncertain knowledge are only conjectures believed as true rather than facts regarded strictly as true. Thus there is a case that we infer conjectures which contradict each other from the same knowledge. In this paper, the argumentation-based reasoning is proposed. This reasoning compares the reliability of such conjectures in the framework of argumentation, and shows which conjecture is more better than others.

1. はじめに

我々の持つ知識は一分の隙もない規則や事実の集まりというより，むしろ差し当たって妥当な経験則，常識など推測(conjecture)を含む不確実な知識であることが多い．不確実な知識から導かれる結論は推定上の定理(putative theorem)でしかない．このため(同一の)不確実な知識から互いに矛盾する命題が共に結論として導かれる場合がある．

一方，裁判における弁論や討論のように，不確実な知識下で行われる意思決定の手段として，論争(argumentation)という手段が広く採用されている．本研究では，この論争という枠組みを用いることで，不確実な知識より導かれた互いに矛盾する命題に相対的な優劣を与える推論方法を提案する．

論争の大きな特徴は，その過程において反論が繰り返し行われることである．論争では，まず注目する命題に対する証拠(proof)を提示される(立証)．次に提示された証拠に対する反証(disproof)が提示される(反論)．その次にその反証に対する反証が提示される…というように，論争では反論が繰り返し行われていく．それに伴い，対象となる命題の信頼性は変化する．命題Aに対して立証を行うことは命題Aの信頼性は増加させ，逆にある命題Bに対して反証することは命題Bの信頼性が低下させる効果を持つ(図1)．結果としては，論争が進行するに従い，初めに注

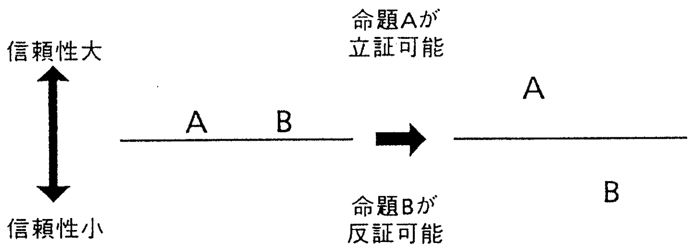

図1

目した命題の信頼性は上下を繰り返すことになる (図2)．

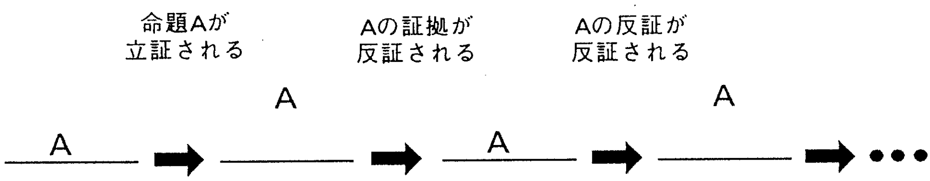

図2

2. 論争の形式化

言語Lとして命題論理言語を，また論証を構成するための論理体系としてヒルベルト流の公理集合および三段論法のみ推論規則とする論理体系を考える．

定義1：論証

論理式の列Π ($=[A_1, \ldots, A_n]$)が(論理式の集合である)前提Γにおける 論理式 Aの論証であるとは，Πが次式で示される条件を満たす論理式の列である場合である．

① $A_n = A$,

② 各々のA_i ($1 \leq i \leq n$) に対し，次のいずれかが成立する

(a) $A_i \in \Gamma$,

(b) A_i は logical theorem,

(c) $\exists g, h\,(g, h<i)\, A_h = A_g \rightarrow A_i$.

Πに現れる論理式 A_i が(a), (c), ①の場合, それぞれを論証Πの前提, 導出式, 結論と呼ぶ.

定義2: 主張

命題Aの主張とは, Aを結論とする論証あるいはA自身とする. 特に命題Aの主張がAを結論とする論証であるならば証拠が伴う主張, そうではないならば証拠が伴わない主張と言う.

命題Aが主張Πに現れることを$A \in \Pi$で表し, また主張Πの結論を$Conc(\Pi)$で表す. 主張Πの結論が命題Aであるとき, 主張Πを命題Aに関する主張と呼ぶ.

定義3: 対立関係

任意の命題Aについて, Aが$\neg B$の形をしているならば$A^* = B$, そうでなければ$A^* = \neg B$とする. 対立関係$\perp$は命題間の二項関係で, 任意の命題A, Bについて$A \perp B$が成立するとは, $B = A^*$または$A = B^*$である場合である.

定義4: 反証関係

反証関係$\gg$は主張間に成立する二項関係で, 以下のように定義される. ただしΠ_1, Π_2を主張とする.

$\Pi_2 \gg \Pi_1 =_{\mathrm{def}} \exists A \in \Pi_1$ (Π_2は証拠が伴う主張かつ$Conc(\Pi_2) = A^*$)

いま$\gg$を基に定義される主張間の二項関係$>$, $\gg^*$および$>^*$を以下のように与える. ただしΠ_1, Π_2, Π_3を主張とする.

(a) $\Pi_3 \gg \Pi_2$かつ$\Pi_2 \gg \Pi_1$ならば, $\Pi_3 > \Pi_1$,

(b) $\Pi_2 \gg \Pi_1$ならば$\Pi_2 \gg^* \Pi_1$,

(c) $\Pi_3 \gg^* \Pi_2$, $\Pi_2 > \Pi_1$, ならば$\Pi_3 \gg^* \Pi_1$,

(d) $\Pi_2 > \Pi_1$ならば$\Pi_2 >^* \Pi_1$,

(e) $\Pi_3 \gg^* \Pi_2$かつ$\Pi_2 \gg \Pi_1$ならば, $\Pi_3 >^* \Pi_1$.

$\Pi_2 \gg^* \Pi_1$ ($\Pi_2 >^* \Pi_1$)ならば, Π_2をΠ_1の反証(援助)と言う. 特に$\Pi_2 \gg \Pi_1$ ($\Pi_2 > \Pi_1$)である場合, Π_2をΠ_1の直接的反証(直接的援助)と言う. また任意の証拠が伴う主張Π'について$\Pi' \gg \Pi$が成立しないとき, 主張Πを基底主張と言う.

定義5: 論争木

命題Aに関する論争木とは, 以下の割り付け規則に従って主張を節点に割り付けた(下向きの)木Tである.

(a) Tの頂点に命題Aに関する主張を割り付ける,

(b) Tの節点Nに主張Πが割り付けられているとする. $\Pi' \gg \Pi$なる主張Π'をNの直下のある節点に割り付ける,

(c) Tの各節点にはたかだか一つの主張のみ割り付ける.

論争木Tの全ての路Pが有限であるとき, Tは閉じていると言う. また反証関係$\gg$の推移的閉包を$\approx$で表す. このときTの節点に$\{\Pi' | \Pi' \approx \Pi\}$に含まれる全ての主張が, 上の割り付け規則に従い, 割り付けることができ, かつTの全ての節点に主張が割り付けられたならば, Tは割り付けに対して完全, あるいは, Tは完全論争木であると言う. また論争木Tのある有限な路Pについて, Pの端点Nに頂点の割り付けられた主張に対する援助(反証)が割り付けられているとき, PをTにおける反証不能路(反証可能路)と言う.

例1： 閉じた完全論争木

反証関係として$\Pi_1 \gg \Pi_0, \Pi_3 \gg \Pi_1, \Pi_2 \gg \Pi_0, \Pi_4 \gg \Pi_2, \Pi_5 \gg \Pi_2, \Pi_6 \gg \Pi_5$のみ成立しているとき，図3の木Tは閉じた完全論争木である．

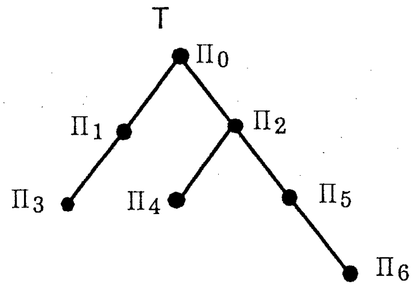

図3

定義6： 論争

命題Aに関する主張Πを頂点に割り付けた論争木を命題Aに関する論争と言う．また命題Aに関する論争Tが完全論争木ならば，Tを命題Aに関する完全な論争と言う．命題Aに関する完全な論争は，主張Πで始まる任意の論争をその部分木として含んでいる．また命題A, B, C, ...に関する論争とはそれぞれの命題に関する論争を一つ含む論争の集合である．

定義7： 論争フレーム

論争フレームAFとは$\langle L, AR, V, F, F^* \rangle$で表される5項組である．ただし$L, AR, V, F, F^*$を以下のように定義する．

- L: 論証を構成するのに用いられる言語，
- AR: 論証の集合．ARから構成できる論争全て，そしてそれのみ含む集合をARGとする，
- V: 論争において注目する命題の持つ信頼度を表す値の集合，
- F: $L \times ARG \rightarrow V$なる関数．$F$は 論争$S \in ARG$における命題$A \in L$に対する信頼度を与える評価関数である，
- F^*: $L \times 2^{ARG} \rightarrow V$なる関数．$F^*$は論争の集合$Arg \in 2^{ARG}$における命題$A \in L$に対する信頼度を与える評価関数である．

3. 立証可能性，反証不能性

命題Aに関する論争TでAが勝利するには，Aに関する主張Πに対応する論証が存在すること(立証可能性)，また主張Πで始まる論争Sが主張Πの援助で停止すること(反証不能性)が必要である．したがってある命題Aが論争で勝利可能であるのは，命題Aが論争で立証可能かつ反証不能な場合とする．

論争における命題Aの評価は，それらの組合せにより行われる．任意の命題Aについて，Aが立証可能(立証不能)ならば，Aの評価値f^+_Aに1 (0)を割当てる．またAが反証不能(反証可能)ならば，Aの評価値f^-_Aに1 (0)を割当てる．したがってAの全体としての評価は，それらの組$\langle f^+_A, f^-_A \rangle$により与えられる．評価値の割当て方は$2^2$通り，つまり$\langle 1, 1 \rangle, \langle 1, 0 \rangle, \langle 0, 1 \rangle, \langle 0, 0 \rangle$だけある．値$\langle 1, 1 \rangle, \langle 1, 0 \rangle, \langle 0, 1 \rangle, \langle 0, 0 \rangle$それぞれの直感的な意味は「もっともらしい(plausibe)」，「逆理的である(paradoxical)」，「不明(unknown)」，「疑わしい(doubt)」である．

いまAFにおける値の集合Vを$\{\langle 1,1\rangle, \langle 1,0\rangle, \langle 0,1\rangle, \langle 0,0\rangle\}$で与える．それら値間の順序を以下のように与える．

$$\begin{array}{ccc} & \langle 1,1 \rangle & \\ \langle 1,0 \rangle & & \langle 0,1 \rangle \\ & \langle 0,0 \rangle & \end{array}$$

この順序を用いて，対立する命題間の優劣を与える．

さて論争者が論敵の主張に対して複数の反証$\Pi_1, \ldots, \Pi_n$を提示することは，論敵にとって反証し返せない主張が$\Pi_1, \ldots, \Pi_n$に含まれる期待がある反面，逆に論敵にとって反証する対象が増えるという欠点がある．したがって，論争者は反証として論敵が反証づらい主張を選ぶべきである．したがって，いかなる主張を反証として選択するかという評価をする必要がある．以下では，主張に対する評価基準として，立証可能，強反証不能，弱反証不能を考える．

定義8：　立証可能

命題Aが立証可能であるとは，命題Aに関する証拠を伴う主張Πが存在する場合である．

定義9：　強反証不能

命題AがAに関する論争で強反証不能であるとは，Aの完全論争木Tが存在し，かつそれに含まれる全ての路が反証不能路な場合である．

定理1：　命題Aが論争で立証可能かつ強反証不能であるならば，Aは論争で勝利可能である．

証明)　明らか．□

実際の論争を考慮すると論争木の全ての路が反証不能路となることは少なく，命題Aが論争で強反証不能であることは現実的でない．そこで反証可能路を含む場合において反証不能性が成立しないか考えてみる．

さて例1での反証関係のみが成立するとしよう．図4で示すようにΠ_0の結論Aに対する論争での反証の選択は，論争木Tの路P_1, P_2, P_3に従って進行する可能性がある．いま論争においてΠ_2の反証(Π_0の援助)としては，Π_4, Π_5のうちΠ_4が選択されるとしよう．すると論争はP_1またはP_2に対応する論争に従って進行するから，Π_0の反証としてΠ_1とΠ_2のいずれが選択されたとしても，Aについて論争Tにおける反証不能性が成立する．

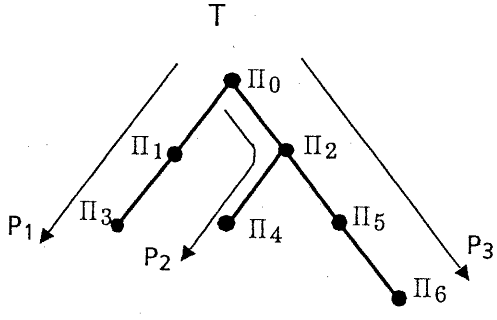

図4

ではこのような反証選択ができるには，完全論争木がいかなる性質を持てばよいであろうか．

定義10： 分割された論争木

完全論争木Tの分割された論争木T'とは，Tと頂点を同じくするTの部分木かつ，割り付け規則の(b)を以下の(b')に置き換えることで得られる割り付け規則について完全なものである．

(b') Tの節点Nに主張Π'が割り付けられているとする．Π'の直接的反証かつ頂点に割り付けられる主張Πの援助(反証)となる主張が存在すれば，それらのひとつだけ(全て)を，Nの直下の節点に割り付ける．

例2： 分割された論争木

図5で示される木T_1, T_2は，例1で示したAの論争木Tに対する分割された論争木である．

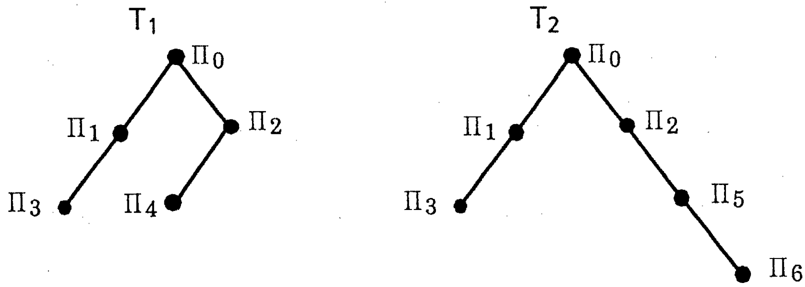

図5

いま次の条件を考えてみる．

定義11： 弱反証不能

主張Πが弱反証不能であるとは，Πに関する完全論争木Tの分割された論争木T'で，その全ての路が反証不能路となる場合である．また命題Aが弱反証不能であるとは，Aに関する主張で弱反証不能であるものが存在する場合である．

このとき次の定理が成立する．

定理2：

命題Aが論争で立証可能かつ弱反証不能であるならば，Aは論争で勝利可能である．

証明)

命題Aの完全論争木Tの分割された論争木T'で，その任意の路が反証不能路となるものが存在するならば，命題Aは(Tに対応する)論争で反証不能であることを証明する．

Tの頂点に割り付けられる命題Aを結論とする主張をΠとする．T'上の節点Nには主張Πの援助となる主張Π'が割り付けられているとする．いまNを端点とする．するとT'の任意の路が反証不能路であるから，Nに割り付けられる命題Π'はΠの援助かつ基底主張である．したがってΠ'は明らかに論争で勝利可能である．

さて次にNがT'の端点ではないとする．すると分割された論争木の定義より，Π'の反証が存在し，かつそれら全ての主張$\Delta_1, \dots, \Delta_n$ ($|\{\Delta|\Delta \gg \Pi'\}| = n$とする)がNの直ぐ下のある節点$N_1, \dots, N_n$に割り付けられている．一方T'の任意の路は反証不能路であるから，任意のi ($1 \leqq i \leqq n$)について$\{\Pi''|\Pi'' \gg \Delta_i\}$は空ではない．したがって分割された論争木の定義より，節点$N_1, \dots, N_n$それぞれの直ぐ下にはただひとつの節点$N''_1, \dots, N''_n$が存在し，かつ任意のi ($1 \leqq i \leqq n$)について節点N''_iには$\{\Pi''|\Pi'' \sim\gg \Delta_i\}$に含まれるある主張$\Pi''_i$が割り付けられる．いま帰納仮説より，任意のi ($1 \leqq i \leqq n$)について主張$\Pi''_i$の結論となる命題は論争で勝利可能であると仮定する．するとΠ'の全ての反証$\Delta_1, \dots, \Delta_n$に対するそれぞれの反証$\Pi''_1, \dots, \Pi''_n$が論争で勝利可能であるから，Π'の反証として$\Delta_1$, ..., Δ_nのいずれが選択されたとしても，Π'は論争で勝利可能である．よってT'上のΠの任意の援助

がそれを頂点とする部分木に対応する論争で勝利可能である．したがってT'の路に従って，反証を選択すれば，命題Aは論争で勝利可能である．□

以上から反証としての立証可能かつ弱反証不能な主張を選択することが考えられる．

定理3：

任意の命題A, Bについて，それぞれに関する主張をΠ, Δとするとき，Δ≫Πならば，A, Bが共に弱(強)反証不能になることはない．

証明)

Δ≫Πであるとき，A, Bが共に弱反証不能であると仮定する．Δ≫Πであるから，Πは反証不能命題ではない．仮定からAは弱反証不能であるから，論争過程でΠの反証としていかなる主張が選択されたとしても，最終的には基底主張であるΠの援助で論争が終結するようなΠの援助を選択できる．しかしこのことは，ΔはΠの反証であるから，Bが弱反証不能であることに矛盾する．したがってA, Bが共に弱反証不能になることはない．

次に命題A (B)が強反証不能ならば，定義より明らかに弱反証不能である．したがって命題B (A)は弱反証不能ではない．命題B (A)が弱反証不能ではないならば，反証可能路が論争木に存在するから，命題B (A)は強反証不能ではない．よって定理の内容は強反証不能性に関しても成立する．□

4. 論争の評価

論争フレームAFの定義では，論争つまり主張の評価関数Fおよび論争集合の評価関数F^*が具体的には与えられなかった．そこでそれらを次のように与えてみる．ただしAを任意の命題，Πを任意の主張とし，$[\Pi_1, \Pi_2, \ldots, \Pi_n]$で主張列を表す．

$$F(\mathrm{A}, \Pi)=\begin{cases} 1 & \text{if } \Pi \in AR \text{ かつ } Conc(\Pi)=\mathrm{A} \\ 0 & \text{other} \end{cases}$$

上の$F(\mathrm{A}, \Pi)$の定義では，命題Aが証拠を伴う主張Πの結論であるか否かだけを問題にし，Aの主張がどのような論証であるかには区別を与えていない定義になっている．

ARGの部分集合Argの部分集合で命題Aの主張で始まる論争のみを含む最大な集合を$\mathrm{Arg}^{\mathrm{A}}$とする．さらに命題Aに関する同一の主張で始まる論争のみ全てを含むように，$\mathrm{Arg}^{\mathrm{A}}$を分割した集合を$\{\mathrm{Arg}^{\mathrm{A}_i}\}$とする．$\{\mathrm{Arg}^{\mathrm{A}_i}\}$の任意の要素$\mathrm{Arg}^{\mathrm{A}_i}$はそれぞれAのある完全論争木に対応する．

$$F_{\mathrm{d}}([\Pi_1, \Pi_2, \ldots, \Pi_n])=F(\Pi_1)-F_{\mathrm{d}}([\Pi_2, \ldots, \Pi_n]) \qquad \text{（ただし空列}\varnothing\text{に対して}F_{\mathrm{d}}(\varnothing)=0\text{とする）}$$

$$F^{***}(\mathrm{Arg})=\begin{cases} 1 & \text{if Argに現れる任意の路Sについて } F_{\mathrm{d}}(\mathrm{S})=1 \\ 0 & \text{other} \end{cases}$$

$$F^{**}(\mathrm{A},, \mathrm{Arg}^{\mathrm{A}_i})=\langle\, F(\mathrm{A}, top(\mathrm{Arg}^{\mathrm{A}_i})),\ \max\{F^{***}(P\text{-}\mathrm{Arg}^{\mathrm{A}_i})\}\,\rangle$$

（ただしtopは論争木の頂点に割り付けられる主張を返す関数，また P-$\mathrm{Arg}^{\mathrm{A}_i}$は$\mathrm{Arg}^{\mathrm{A}_i}$の分割された木とする）

とする．ここで関数値$F(\mathrm{A}, top(\mathrm{Arg}^{\mathrm{A}_i}))$および$F^{***}(\mathrm{Arg}^{\mathrm{A}_i})$は，それぞれ$\mathrm{Arg}^{\mathrm{A}_i}$における立証可能性の評価値(1ならば立証可能)および反証不能性の評価値(1ならば弱反証不能)を表している．特にここでは 以上の準備の下で，論争集合の評価関数F^*を次のように定義する．

$$F^*(\mathrm{A}, \mathrm{Arg})=\max\{F^{**}(\mathrm{A}, \mathrm{Arg}^{\mathrm{A}_i})\} \qquad \text{（ただし最大値を与える順序は}V\text{上の順序に従う）}$$

論争集合の評価関数F^*の定義でmaxを用いたのは,命題Aに関する始めの主張の異なる複数の論争が存在するとき,そのうちの少なくとも一つの論争で勝利可能ならば,論争者はそれを選択すれば良いからである.

$r_A=\langle f^+_A, f^-_A\rangle$, $r_{A^*}=\langle f^+_{A^*}, f^-_{A^*}\rangle$とする. $f^+_A, f^-_A, f^+_{A^*}, f^-_{A^*}$の状態それぞれ2通りであるから,対立命題A, A*に関する論争に対する評価(r_A, r_{A^*}の組合せ)は全体で16(2^4)通りある. それからあり得ない状態を除いた残りの状態として,以下の表6に示す10通りがある. ここで採用した論争の評価値の順序付けでは,状態4, 9については優劣を決定できない.

状態	矛盾	f^+_A	f^-_A	$f^+_{A^*}$	$f^-_{A^*}$	r_A	r_{A^*}	$r_A R r_{A^*}$
1	○	1	0	1	0	$\langle 1,0\rangle$	$\langle 1,0\rangle$	=
2	○	1	0	1	1	$\langle 1,0\rangle$	$\langle 1,1\rangle$	<
3		1	0	0	0	$\langle 1,0\rangle$	$\langle 0,0\rangle$	>
4		1	0	0	1	$\langle 1,0\rangle$	$\langle 0,1\rangle$	?
5	○	1	1	1	0	$\langle 1,1\rangle$	$\langle 1,0\rangle$	>
6		1	1	0	0	$\langle 1,1\rangle$	$\langle 0,0\rangle$	>
7		0	0	1	0	$\langle 0,0\rangle$	$\langle 1,0\rangle$	<
8		0	0	1	1	$\langle 0,0\rangle$	$\langle 1,1\rangle$	<
9		0	1	1	0	$\langle 0,1\rangle$	$\langle 1,0\rangle$	?
10		0	1	0	1	$\langle 0,1\rangle$	$\langle 0,1\rangle$	=

表6

これらの状態のうち演繹推論での矛盾を表すものは,3通り(状態1, 2, 5)ある. しかしそれらのうち順位を与えられないのは,状態1の場合である. また状態10は一見定理3の内容と矛盾するようであるが, A, A*共に立証可能でないため A, A*の主張間で反証関係が成立せず,定理3の内容と矛盾してはいない.

5. 結論

命題に対する信頼度を,論争形式の推論を用いことにより,それぞれの反証可能性および立証可能性に注目し評価する方法を提案した.

しかし初めの目的である互いに矛盾する命題間の順序付けに関しては,表6の状態1について判定できていない. これはここで提案した信頼度の評価方法では,状態の分類がまだ不十分であることを意味している. またparadoxical と unknownと間には順序を与えなかったため,優劣が判定できない場合(状態4, 9)が存在する. 「疑わしき者は罰せず」という観点では

$$\langle 0,1\rangle > \langle 1,0\rangle$$

というような順序付けも考えられるが,これは立証可能性および反証不能性という観点ではない論争の評価基準である. このような他の評価基準を考慮することも必要である.

また論争における論争者がいかに反証を選択するか(反証戦略)という,論争の動的な側面をもっと推論に取り込むことが重要であると考えられる.

参考文献

[1] Landman, Fred. :The realist theory of meaning, Linguistics and Philosophy 8, 35-51 (1985).

[2] Polya, G. : 発見的推論 - そのパターン -, 丸善 (1959).

[3] Priest, G. and Routley, R. :On Paraconsistency, Reseach Series in Logic and Metaphysics, Department of Philosophy RSSS ANU.

[4] Rescher, Nicholas. : 対話の論理, 紀伊国屋書店.