

ワルラス型仮想市場の取引解に対するパレート最適性の検証

貝原 俊也[†] 藤井 進^{††} 吉村 徳泰[†]

[†] 神戸大学大学院自然科学研究科 〒657-8501 兵庫県神戸市灘区六甲台町 1-1

^{††} 神戸大学工学部 〒657-8501 兵庫県神戸市灘区六甲台町 1-1

E-mail: †{kaihara,fujii}@ms.cs.kobe-u.ac.jp, ††yosimura@kaede.cs.kobe-u.ac.jp

あらまし 仮想市場における取引モデルとして最も一般的なものの一つにワルラス型経済市場が挙げられる。新古典派経済学では、ワルラス型経済市場においてすべての財の需要と供給が一致する均衡状態における取引解がパレート最適であることが知られている。本論文では、計算機上にマルチエージェントパラダイムに基づくワルラス型仮想市場を構築し、エージェント間の交渉に基づく取引解のパレート最適性について、解析的な手法との比較を行うことにより検証を行う。

キーワード 仮想市場, ワルラス型経済市場, マルチエージェント, パレート最適性

A validation on Pareto optimality of Walrasian virtual market

Toshiya KAIHARA[†], Susumu FUJII^{††}, and Noriyasu YOSHIMURA[†]

[†] Department of Computer and Systems Engineering, Graduate School of Science and Technology, Kobe University Rokko-dai 1-1, Nada-ku, Kobe-shi, Hyogo 657-8501 Japan

^{††} Faculty of Engineering, Kobe University Rokko-dai 1-1, Nada-ku, Kobe-shi, Hyogo 657-8501 Japan

E-mail: †{kaihara,fujii}@ms.cs.kobe-u.ac.jp, ††yosimura@kaede.cs.kobe-u.ac.jp

Abstract Walrasian market is one of the most common dealing models in virtual market. In neo-classical economics, it is well known that the allocation in equilibrium state of Walrasian market is Pareto optimal. In this paper, we develop some Walrasian virtual markets based on multi-agent paradigm, and we validate on Pareto optimality of the allocation in the markets by comparing with some analytical methods.

Key words virtual market, Walrasian market, multi-agent, Pareto optimality

1. はじめに

人間の経済活動において、市場は資源の割り当てを非集中制御の下で行うメカニズムを有していると考えられる。市場は財と経済主体から構成され、新古典派経済学では、すべての経済主体が価格受容体として行動するような市場を競争市場(ワルラス型経済市場)と呼ぶ。さらに、理想的な競争市場の下では、すべての財について需要と供給が一致する均衡状態において、パレート最適な資源配分が必ず実現されることが証明されている[1][2][3]。このような市場の概念を用いて、計算機上に仮想市場を構築することで、市場を介したエージェント間の相互作用の結果、資源の効率的な配分を実現できることが知られている[1][4][5]。

本論文では仮想市場における取引モデルとして上述のワルラス型経済市場モデルを用いる。計算機上に仮想市場を構築する手法として、マルチエージェントパラダイムに基づく市場指向プログラミングが知られている。本論文ではこの手法を用いて

ワルラス型仮想市場の定式化を行った後、仮想市場により得られる均衡解が解析的手法を用いて導出した解と一致することを確認し、提案法によりパレート最適解が得られることを明らかにする。また、同時に構築した仮想市場の特性評価も行う。

2. ワルラス型仮想市場

2.1 ワルラス型仮想市場モデル

本論文では、まずワルラス型経済市場に基づいた仮想市場の構築を行なう。市場に存在するエージェントは消費者と生産者に分けられる。消費者は自らの効用が最大となるように予め与えられている初期財を他のエージェントに販売し、それを予算として財の購入を行なう。生産者は利潤(収入-費用)が最大となるように、財の購入および販売を行なう[2]。

エージェントが財を購入、販売する際には、ワルラス型経済市場に基づき、その財と1対1で対応する競売機構にそれぞれ需要関数・供給関数を入力する。このとき、エージェントは価格受容体として振る舞うため自ら価格を決定することができず、

財の価格は競売機構が入札された需要関数の総和と供給関数の総和が一致する価格を計算し、エージェントに提示する。すべての財の価格が更新されるとエージェントは新たに需要・供給関数を設定し直し、価格が収束するまで入札を繰り返す。すべての財について価格が収束した場合、その価格は均衡価格と呼ばれ、均衡価格のもとで財の売買が行なわれる [2]。

ワルラス型経済市場の特徴として、均衡状態において生産者の利潤が0になるというものがある [2]。本論文で構築する仮想市場では、生産者の利潤を消費者の予算に還元することでこれを実現している。

2.2 市場指向プログラミング

ワルラス型経済市場において、価格決定のプロセスを模索過程と呼ぶ。市場指向プログラミングは仮想市場において模索過程を実現する [1][5]。

市場指向プログラミングの手順

本論文で提案する市場指向プログラミングのアルゴリズムを以下に示す。なお、ここでは最も一般的なモデルとして、市場に消費者、生産者の双方が存在するモデルに対するアルゴリズムを示している。

Step1: 財の初期価格を任意に設定する。

Step2: 各経済主体は、現在の財の価格に関して自分の効用、あるいは利潤を最大化するような需要・供給関数を計算し、入札する。

Step3: 競売機構は需要と供給が一致する価格を計算する。

Step4: 生産者の得た利潤を消費者の予算に還元する。

Step5: 全ての財の価格が収束するまで、Step2~Step4を繰り返す。

3. エージェントの定式化

以降では、消費者を $c_m (m = 1, \dots, M)$ 、生産者を $s_n (n = 1, \dots, N)$ と表記し、財の種類が I 種類である仮想市場について定式化を行う。

3.1 消費者の定式化

3.1.1 効用関数

消費者 c_m の効用は効用関数 u^{c_m} を用い、消費する財 i の量 $x_i^{c_m}$ の関数として表される。本論文では、効用値の等高線である無差別曲線が原点に対して凸性をもち、また操作しやすいという理由から新古典派経済学の方野で一般的によく用いられている Cobb-Douglas 型関数を効用関数として用いることにする (1) 式)。

$$u^{c_m} = a^{c_m} \prod_{i=1}^I (x_i^{c_m})^{b_i^{c_m}} \quad (1)$$

$$\text{ただし } \sum_{i=1}^I b_i^{c_m} = 1 \quad (0 < a^{c_m}, b_i^{c_m})$$

3.1.2 予算

消費者 c_m の予算 B^{c_m} は、所持する初期財 i の量 $e_i^{c_m}$ 、およびその価格 p_i により決定され、(2) 式のように表される。ここで、 r^{c_m} は生産者、消費者の双方が存在する市場において、消費者 c_m に還元される生産者の利潤を表す。

$$B^{c_m} = \sum_{i=1}^I p_i e_i^{c_m} + r^{c_m} \quad (2)$$

3.1.3 入札関数

市場指向プログラミングの手順の Step2 において、経済主体は財に対する入札関数として需要関数、供給関数の導出を行う。消費者 c_m にとって、予算内で効用を最大化するような需要関数は (1) 式を目的関数とし、(2) 式を制約条件とする最大化問題をラグランジュ乗数法などを用いて解くことにより、(3) 式のように与えられる。

$$x_i^{c_m}(p_i) = \frac{b_i^{c_m} B^{c_m}}{p_i} \quad i = 1, 2, \dots, I \quad (3)$$

また、本論文では消費者は初期財すべてを市場に供給するものとしているため、消費者 c_m の財 j に対する供給関数 $y_j^{c_m}$ は (4) 式のようになる。

$$y_j^{c_m} = e_j^{c_m} \quad (4)$$

3.2 生産者の定式化

3.2.1 生産関数

生産関数は、生産者の技術制約による投入財と生産財の量的な関係を表す関数である。新古典派経済学では、投入財を増加していくときの限界生産力が通減していく収穫通減が市場が均衡に達する前提条件となっており [2]、本論文では生産関数を上に凸である Cobb-Douglas 型関数を用いることでこれを実現している。財 i から財 j を生産する生産者 s_n の生産関数は、(5) 式で表される。本論文で構築する仮想市場において、生産者は新古典派経済学の定義に従い、消費者のような初期財は与えられていない。生産者は市場から投入財を購入し、市場で生産財を販売することで利潤を得る。

$$y_j^{s_n} = \alpha^{s_n} (x_i^{s_n})^{\beta^{s_n}} \quad (0 < \alpha^{s_n}, 0 < \beta^{s_n} < 1) \quad (5)$$

3.2.2 利潤

財 i から財 j を生産する生産者 s_n の利潤 π^{s_n} は次のように表される。

$$\pi^{s_n} = p_j y_j^{s_n} - p_i x_i^{s_n} \quad (6)$$

3.2.3 入札関数

生産者は投入財に対しては需要関数を、生産財に対しては供給関数を入札関数として導出する。生産者 s_n の利潤を最大化するような需要関数、供給関数は、(6) 式を目的関数とし、(5) 式を制約条件とする最大化問題をラグランジュ乗数法などで解くことにより、それぞれ (7)、(8) 式のようになる。

$$x_i^{s_n}(p_i) = \left(\frac{p_i}{\alpha^{s_n} \beta^{s_n} p_j} \right)^{\frac{1}{\beta^{s_n}-1}} \quad (7)$$

$$y_j^{s_n}(p_j) = \left(\frac{(p_i)^{\beta^{s_n}}}{\alpha^{s_n} (\beta^{s_n})^{\beta^{s_n}} p_j^{\beta^{s_n}}} \right)^{\frac{1}{\beta^{s_n}-1}} \quad (8)$$

4. パレート最適解導出の解析的手法

4.1 ϵ 制約法

ϵ 制約法は、 q 個の目的関数 f_1, \dots, f_q のうち一つを残し他を不等式制約に置き換えるスカラー化を行うものである。選択する目的関数を f_q としても一般性を失わないので、 $\epsilon = (\epsilon_1, \dots, \epsilon_{q-1}) \in \mathbf{R}^{q-1}$ に対し、問題

$$\begin{aligned} \min \quad & f_q(\mathbf{x}) \\ \text{s.t.} \quad & f_i(\mathbf{x}) \leq \epsilon_i \quad i=1, \dots, q-1 \\ & \mathbf{x} \in X = \{\mathbf{x} \in \mathbf{R}^n | g(\mathbf{x}) \leq \mathbf{0}\} \end{aligned} \quad (9)$$

を考えた場合、この問題の解が弱パレート最適性を満たすことが知られている[6]。以降、本論文では弱パレート最適解をより広義に捉え、パレート最適解と記述する。

4.2 不動点アルゴリズム

新古典派経済学において、市場における均衡価格(すべての財の価格の和が1となるように正規化したもの)が不動点に対応し、このとき、財の配分がパレート最適となることが知られている[2]。本論文では不動点を求める手法である不動点アルゴリズムのうち、スカーフ・アルゴリズム[3]を用いて均衡価格の導出を行い、仮想市場によって得られた均衡価格と比較する。

スカーフ・アルゴリズムでは I 種類の財の価格の和が1となるように価格ベクトルを正規化することで、 $(I-1)$ 次元基本単体 S_I を作り出し、 S_I の各稜を均等に分割して I 個の頂点を持つ小単体を作成する(ここで、各稜を l 等分した場合、グリッドサイズ l と呼ぶ)。各頂点では、その頂点における価格ベクトルの下での財 i の超過需要

$$E_i = \left(\sum_{m=1}^M x_i^{c_m} + \sum_{n=1}^N x_i^{s_n} \right) - \left(\sum_{m=1}^M y_i^{c_m} + \sum_{n=1}^N y_i^{s_n} \right) \quad (10)$$

を計算し、 E_i が最大となるような財の番号にラベル付けされる。均衡価格を含む小単体では I 個の頂点のラベルがすべて異なっており、アルゴリズムではこのような小単体を求める。

5. 計算機実験

本論文では仮想市場の形態として、まずはじめに市場における消費者、生産者の特徴を見るため、最も単純なモデルである、(1) 消費者のみにより構成される市場、(2) 生産者のみにより構成される市場を構築する。つづいてより一般的なモデルである、(3) 消費者、生産者双方により構成される市場を構築する。そして、これらの市場における取引解についての評価・考察を行う。

また、仮想市場では、財に価格をつけることで、需要量・供給量のバランスをとり、新たな財の配分を実現する。ここで、

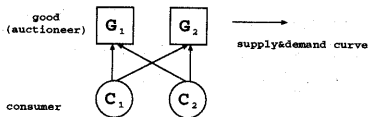


図1 2財2消費者の仮想市場

例えば、すべての財の価格が2倍になったとしても市場における需要量・供給量のバランスは変化しない(超過需要関数のゼロ次同次性)[2]。言い換えれば市場においては財の価格の絶対値ではなく、他の財との価格比が意味を持つといえる。そのため、本論文では、仮想市場において導出された財の絶対価格に併せて、市場に存在する財の価格の和を1にするような正規化価格も表記する。

5.1 消費者のみにより構成される市場

仮想市場による取引解の導出

対象とした実験モデルを図1に示す。このモデルは二つの財と二つの消費者により構成され、各消費者はそれぞれの財に対し、需要・供給関数を入力する。

消費者の初期パラメータを、表1に示す。また、市場における財の価格および需要量・供給量の推移を図2, 3に示している。図2, 3では横軸が価格を模索する市場指向プログラミングの反復回数、縦軸がそれぞれ財の価格、財の需要量・供給量を表している。

これらの推移グラフを見ると、例えば図3の1ステップ目において、財1の供給量が需要量を大きく上回っている。このような場合、図2からわかるように2ステップ目では財1の価格が需要量と供給量のバランスをとるために下落している。この結果、2ステップ目における需要量と供給量の大小関係が逆転しているのがわかる。同様に3ステップ目では再び財1の供給量が需要量を上回っている。このように、市場の価格調整機能

表1 消費者の初期状態

Agent	Utility function (u^{c_m})	Endowment ($e_1^{c_m}, e_2^{c_m}$)	Utility value
c_1	$1.0(x_1^{c_1})^{0.3}(x_2^{c_1})^{0.7}$	(30.0, 10.0)	13.90
c_2	$1.0(x_1^{c_2})^{0.5}(x_2^{c_2})^{0.5}$	(20.0, 40.0)	28.28

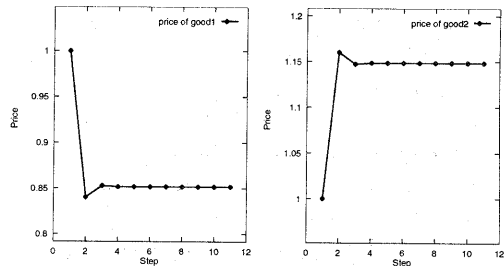


図2 財の価格推移

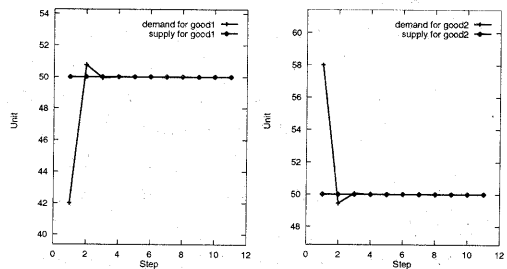


図3 財の需給推移

表2 仮想市場から得られた消費者の取引解

Agent	Consumption ($x_1^{c_m}, x_2^{c_m}$)	Utility value
c_1	(13.04, 22.58)	19.15
c_2	(36.96, 27.42)	31.83

が働いて財の価格が収束し、それに伴って財に対する需要量・供給量も収束した。この結果、均衡価格ベクトル $\hat{p} = (\hat{p}_1, \hat{p}_2)$ は

$$\begin{aligned} \text{均衡価格 } \hat{p} &= (0.85185, 1.14815) \\ \text{正規化価格 } \hat{p} &= (0.42593, 0.57407) \end{aligned}$$

のように求まり、最終的な財の配分は表2のようになった。表1, 2に表す効用値を比較すると、消費者同士の財の交換により、各消費者の効用が向上しているのがわかる。

ε 制約法によるパレート最適解との比較

本実験で得られた解のパレート最適性を確認するため、ε 制約法を用いて仮想市場におけるパレート最適解を導出する。ここで、消費者2の効用が上限値を \bar{u}^{c_2} とした値をとるものとして、消費者2の目的関数を不等式制約に置き換え、消費者2の効用を可能な限り大きくする問題を考える。

$$\begin{aligned} \max \quad & u^{c_1} \\ \text{s.t.} \quad & u^{c_2} \leq \bar{u}^{c_2} \\ & x_i^{c_1} + x_i^{c_2} = e_i^{c_1} + e_i^{c_2} \quad i=1, 2 \end{aligned} \quad (11)$$

この問題を解くと、次のような関係式が得られる。

$$\frac{b_1^{c_1} x_2^{c_1}}{b_2^{c_1} x_1^{c_1}} = \frac{b_1^{c_2} x_2^{c_2}}{b_2^{c_2} x_1^{c_2}} \quad (12)$$

先ほど得られた均衡解を(12)式に当てはめてみると、左辺、右辺共に0.7419となり、(12)式を満たしていることがわかる。このことから、本実験で得られた配分はパレート最適なものであるといえる。

ここで、本実験で用いたパラメータを用いてε 制約法によりパレート最適な解の集合を求めたものを、図4に破線で示している。この図は新古典派経済学分野でエッジワースのボックス・ダイアグラムと呼ばれているもので、図中の曲線は特に契約曲線と呼ばれる[2][6]。

次に、仮想市場における財の総量を一定に保ったまま、消費者に与える初期財の配分を変化させ、取引解への影響を見た。表3に実験に用いた初期財の配分と、導出された取引解の関係を示す。それぞれの条件で仮想市場により求めた取引解の結果を図4にプロットした。その結果、仮想市場から導出された取引解がエッジワースのボックス・ダイアグラム上の契約曲線と一致しており、パレート最適解であることが確認できた。

効用関数の影響

次に、消費者の効用関数のパラメータを変更し、仮想市場における取引解の導出を行った。ここでは消費者 c_1 の効用関数を $u^{c_1} = 1.0(x_1^{c_1})^{0.1}(x_2^{c_1})^{0.9}$ のように変更することで、より財2

表3 初期財の配分と取引解の対応

$(e_1^{c_1}, e_2^{c_1})$	$(e_1^{c_2}, e_2^{c_2})$	$(x_1^{c_1}, x_2^{c_1})$	$(x_1^{c_2}, x_2^{c_2})$
(0,0)	(50,50)	(0,0,0,0)	(50,0,50,0)
(10,10)	(40,40)	(6.5,13,0)	(43.5,37,0)
(0,20)	(50,30)	(7.1,14,0)	(42.9,36,0)
(20,10)	(30,40)	(9.8,18,1)	(40.2,31,9)
(40,0)	(10,50)	(12,0,21,2)	(38,0,27,8)
(30,20)	(20,30)	(17.9,28,2)	(32,1,21,8)
(10,40)	(40,10)	(22,1,32,4)	(27,9,17,6)
(40,30)	(10,20)	(27.6,37,1)	(22,4,12,9)
(30,40)	(20,10)	(30.9,39,5)	(19,1,10,5)
(50,30)	(0,20)	(31,6,40,0)	(18,4,10,0)
(20,50)	(30,0)	(35,0,42,2)	(15,0,7,8)
(50,50)	(0,0)	(50,0,50,0)	(0,0,0,0)

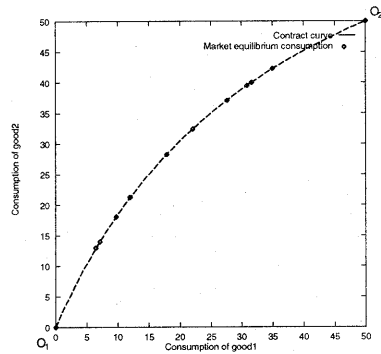


図4 エッジワースのボックス・ダイアグラム ($u^{c_1} = 1.0(x_1^{c_1})^{0.3}(x_2^{c_1})^{0.7}$)

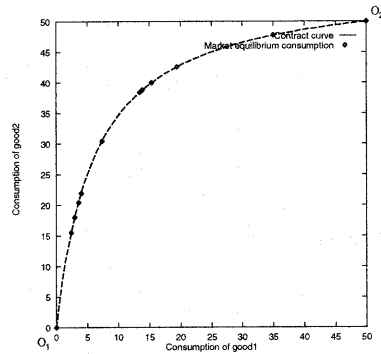


図5 エッジワースのボックス・ダイアグラム ($u^{c_1} = 1.0(x_1^{c_1})^{0.1}(x_2^{c_1})^{0.9}$)

への選好を強くした。図5には、破線で(12)式から得られる契約曲線を示し、同時に仮想市場において導出された取引解もプロットしている。図4と同様に図5でもそれぞれの解は一致した。消費者 c_1 の効用関数をより財2への選好を強くするように変化したことで、図4に比べ、消費者 c_1 の財2の消費量が上昇しているのがわかる。

5.2 生産者のみにより構成される仮想市場

仮想市場による取引解の導出

対象とした実験モデルを図6に示す。このモデルは二つの財と二つの生産者により構成される。財1には外部から供給関数が入札され(一定値)、財2には需要関数が入札される。これらの関数を表4に示す。外部からの需要関数、供給関数を導入した理由は、このモデルには消費者が存在しないために、市場において投入財の供給、生産財への需要がなくなり、財の生産ができなくなるためである。この市場において、二つの生産者は共に財1から財2を生産し、財1には需要関数を、財2には供給関数を入札する。

実験の結果、仮想市場における財の価格、および需要量・供給量は図7, 8のように収束した。均衡価格ベクトル $\hat{p} = (\hat{p}_1, \hat{p}_2)$ は

$$\text{均衡価格 } \hat{p} = (0.07747, 0.16680)$$

$$\text{正規化価格 } \hat{p} = (0.31714, 0.68286)$$

のように求まり、最終的な投入財の配分、および生産量、利潤は表6のようになった。

生産の効率性の検証

構築した仮想市場において効率的な生産が行われているならば、仮想市場において生産される財の量は最大となる。そこで、次のような問題を考える。

$$\max y_2^{s1} + y_2^{s2} \quad (13)$$

各生産者のもつ生産関数は表5を見れば明らかなように上に凸の関数である。そこで、この問題を目的関数の勾配がゼロとなるように解くと次の関係式が得られる。

$$\frac{dy_2^{s1}}{dx_1^{s1}} = \frac{dy_2^{s2}}{dx_1^{s2}} \quad (14)$$

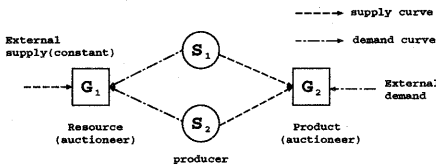


図6 2財2生産者の仮想市場

表4 外部からの需要・供給関数

External supply function(good1)	External demand function(good2)
$y_1^{ext} = 50.0$ (constant)	$x_2^{ext} = 1.0p_2^{-2.0}$

表5 生産者の初期状態

Agent	Output good	Input good	Production function
s_1	good2	good1	$y_2^{s1} = 2.0(x_1^{s1})^{0.7}$
s_2	good2	good1	$y_2^{s2} = 3.0(x_1^{s2})^{0.5}$

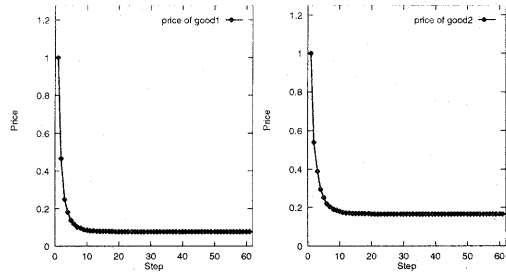


図7 財の価格推移

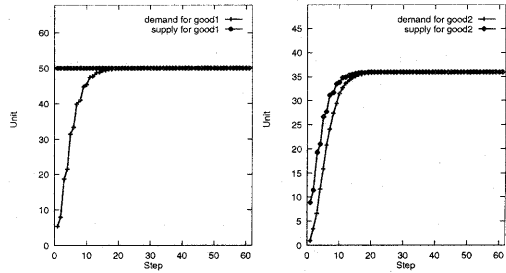


図8 財の需給推移

表6 仮想市場から得られた生産者の取引解

Agent	Production	Input	Profit
s_1	26.25	39.57	1.31
s_2	9.69	10.43	0.81
Total	35.94	50.0	2.12

(14)式は二つの生産者の生産関数の傾きが等しくなる、つまり限界生産力が等しくなるような投入財の配分が効率的な財の生産を保証することを意味する。また、本実験で得られた各生産者の生産要素の投入量を(14)式に当てはめると、左辺、右辺共に0.4644となり、(14)式を満たしていることがわかる。このことから、本実験で構築した仮想市場における生産者の財の生産は経済的に効率的なものであると考えられる。

5.3 消費者、生産者双方により構成される市場

仮想市場による取引解の導出

対象とした実験モデルを図9に示す。このモデルは二つの財と二つの消費者、および生産者により構成される。二つの消費者は各財に需要・供給関数を入札する。また、二つの生産者は共に財1から財2を生産し、財1には需要関数を、財2には供給関数を入札する。なお、エージェントの初期パラメータは、これまでの市場で用いた表1, 5のものと同じものを用いている。

仮想市場における財の価格および需要量・供給量の推移の様子を図10, 11に示している。実験の結果、均衡価格ベクトル

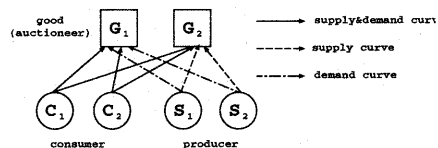


図9 2財2消費者2生産者の仮想市場

$\hat{p} = (\hat{p}_1, \hat{p}_2)$ は

均衡価格 $\hat{p} = (0.95673, 0.98543)$

正規化価格 $\hat{p} = (0.49261, 0.50739)$

のように求まり、最終的な消費者の財の消費量、生産者の財の生産量はそれぞれ表 7, 8 のようになった。表 7 をみると、消費者同士の財の交換の場合(表 2) に比べ消費者の効用和が増加しているのがわかる。これは生産者の利潤が消費者の予算に還元されていることによるものと考えられる。また、消費者 2 の効用が下がっているが、これは生産者が財 1 から財 2 を生産することにより、財 2 への選好が強い消費者 1 にとっては有利に働くが、逆に消費者 2 にとっては財 1 は生産者の生産に利用され、財 2 は消費者 1 により多く消費されてしまうためによるものであると考えられる。

不動点アルゴリズムによるパレート最適解との比較

同じパラメータを用いてスカーフ・アルゴリズムにより解を導出したところ(グリッドサイズ 100000)、均衡価格は次のように求まった。

$\hat{p} = (0.49262, 0.50739)$

これを本実験で構築した仮想市場から得られた正規化均衡価格と比較すると、ほぼ一致することが確認できる。わずかな差異が見られるが、これはスカーフ・アルゴリズムではグリッドサイズが 10^5 であったことによる有効数字の丸め誤差の影響である。なお、参考までに価格の導出にかかった時間の比較を行うと、スカーフ・アルゴリズムが 12.0 秒を要したのに対し、仮想市場による解の導出にかかった時間は 0.017 秒となり、計算時間の点で提案手法が有効であることが確認された。ただし、スカーフ・アルゴリズムに計算のスピードの点で優る不動点アル

表 7 仮想市場から得られた消費者の取引解

Agent	Consumption (x_1^c, x_2^c)	Utility value
c_1	(12.67, 28.69)	22.45
c_2	(31.56, 30.64)	31.10

表 8 仮想市場から得られた生産者の取引解

Agent	Production	Input	Profit
s_1	4.70	3.39	1.39
s_2	4.63	2.39	2.28
Total	9.33	5.77	3.67

ゴリズムも多くあることも付け加えておく [7]。

また、紙面の制約上結果を載せることはできないが、財の種類を 3 種類に増やした場合についても実験を行っている。この場合も仮想市場から導出される取引解と、不動点アルゴリズムによるパレート最適解が一致することを確認した。

6. おわりに

本論文では、市場指向プログラミングの手法を用いて三種類の仮想市場の定式化を行い、得られる取引解が、消費者にとってパレート最適解であることを確認した。ワルラス型経済市場は本来静的な市場であるが、今後は本論文で提案した手法の動的な市場への適用を行い、その特性を評価しようと考えている。

文 献

- [1] 石田, 片桐, 桑原, 分散人工知能, pp.154-175, コロナ社, 1996.
- [2] 西村, ミクロ経済学, 東洋経済新報社, 1990.
- [3] 市岡, 応用一般均衡分析, 有斐閣, 1991.
- [4] 貝原, 並川, 流通システムにおける市場指向プログラミングを用いた分散資源割り当てに関する研究, システム制御情報学会論文誌, Vol.12, No.6, pp. 349-356, 1999.
- [5] M. P. Wellman, A market-oriented programming environment and its application to distributed multicommodity flow problems, *Journal of Artificial Intelligence Research*, Vol.1, pp. 1-23, 1993.
- [6] 中山, 谷野, 多目的計画法の理論と応用, 計測自動制御学会, 1994.
- [7] 山本, アルゴリズムと不動点, 情報処理, Vol.33, No4, pp. 358-365, 1992.

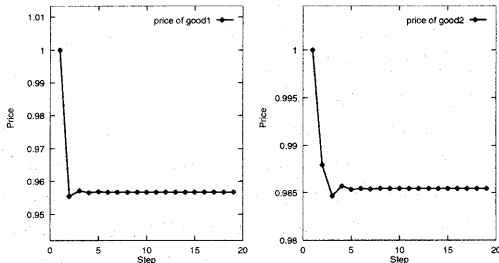


図 10 財の価格推移

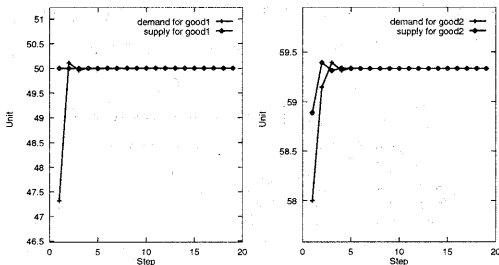


図 11 財の需給推移