

分散システムやネットワークにおける性能劣化パラドックス

- GRID や Internet 等の逆説的応答性悪化の可能性 -

亀田 壽夫 筑波大学*

GRID のような、複数のコンピュータ (server) がネットワーク結合された、分散システムがあるとする。各コンピュータを管理する管理主体が、自分のところに到着する負荷の一部を、ネットワークを通じて、他のコンピュータへ転送し処理委託することができるとする。各管理主体が自分のところに到着する負荷に対するコスト (平均応答時間) のみを最適化しようとする分散最適化 (Nash 均衡に相当) を考える。各コンピュータ能力も到着負荷も全く同一の完全対称システムの場合でも、互いに処理委託しあい、その結果全ての主体に対する性能が、転送手段がない場合よりかえって悪化するという、逆説的な現象、パラドックス、が起こることがある。本研究は、そのようなパラドックスが発生するための必要十分条件を示す。さらに、逆説的な現象が起こる場合、性能劣化の程度が限りなく大きくなることもあることも示す。このようなパラドックスは Internet 等のネットワークにも生じ得る。ここでは、このようなパラドックスについて論じ、数値的ならびに数理的結果を述べる。

Braess パラドックス, Nash 均衡, Wardrop 均衡, 性能最適化, 分散システム, 負荷分散.

Performance Paradoxes in Distributed Systems and Networks

- Possible Performance Degradation for All Users in GRIDs and the Internet -

Hisao Kameda University of Tsukuba†

We consider dispersion of performance objectives for distributed system, or networked computers, like GRIDs. We identify such paradoxes that adding connections to the system may degrade the performance of all users in the optima where some distributed objectives are achieved. We characterize the cases where such paradoxical performance degradation occurs. We show that in some situations such performance degradation can increase without bound. Such a paradox may occur also in computer networks like the Internet. We discuss the above paradoxes mainly on the models of distributed computer systems, and show numerical and theoretical results.

Braess paradox, Nash equilibrium, Wardrop equilibrium, distributed system, load balancing.

*亀田 壽夫, 筑波大学電子・情報工学系, 茨城県つくば市天王台 1-1-1, 〒 305-8573, E-mail: kameda@is.tsukuba.ac.jp, URL: <http://www.osdp.is.tsukuba.ac.jp/~kameda/>

†Hisao Kameda, Institute of Information Sciences and Electronics, University of Tsukuba, Tsukuba Science City, Ibaraki 305-8573, Japan, E-mail: kameda@is.tsukuba.ac.jp, URL: <http://www.osdp.is.tsukuba.ac.jp/~hkameda/>

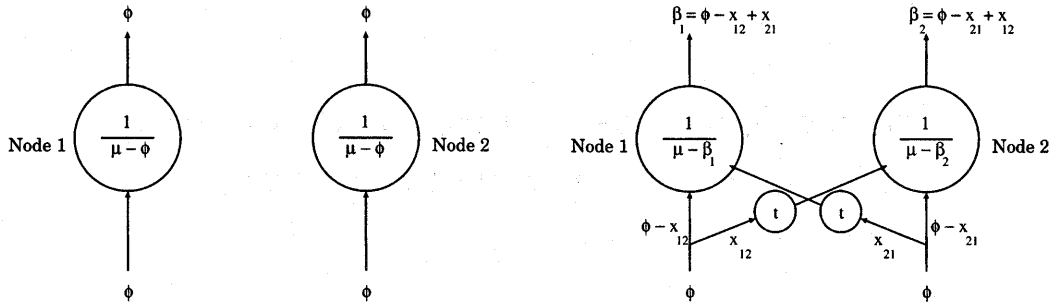


図 1: (左側) 分散システムモデル-独立 分散システムモデル-相互結合 (右側)

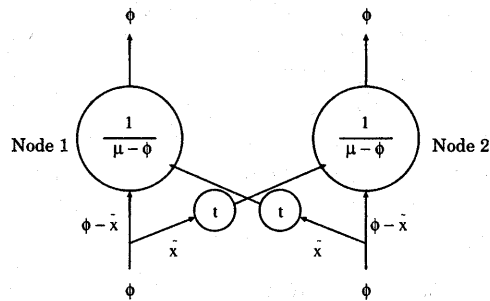


図 2: 分散システムモデル- Nash 均衡

$$\tilde{x}_{ij} = \tilde{x}_{ji} = \tilde{x} \geq 0.$$

1 はじめに

まず、ここで パラドックス Paradox とはどのようなものかを考えるかを示す。例えば、Internet には、数多くの独立な ISP (プロバイダ) が参入しているが、各 ISP は、自客のバケットの性能のみを最適化したいと考えるのが自然である。また、GRID などの広域分散システムでは、各ユーザが通信線を通じて、互いのコンピュータを相互に使用することが考えられている。その場合、各ユーザが、自分のジョブの性能のみを最適化したい、とするのが自然である。(このように、非協力的に自社/自己-性能価格比を最適化するのを、非協力最適化 non-cooperative optimization という。) Adam Smith は、このような状況では、神の見えざる手 (Invisible Hand) によって全ての人に恵みがもたらされると考え、世界の非常に多くの人に信じられるところとなっている。

しがし、上に述べたシステムやネットワークでは、通信リンクの増設をすると、全てのユーザの応答性劣化が発生しうることがある。このことは信じがたいが実際に起こりえるので、パラドックスという。このようなパラドックスが起こるとすれば、どのような条件で発生するか、また、発生したら被害の程度がどの具合になり得るかが関心を呼ぶ。

2 パラドックスの簡単な例

図 1 に示される、簡単な分散システムのモデルを考える。 T_i は node i に到着するジョブの応答時間の平均を表す。

図1左に示す, ネットワーク結合されていない場合は,

$$T_1 = T_2 = \frac{1}{\mu - \phi}. \quad (M/M/1)$$

図1左に示す, ネットワーク結合された後の場合は,

$$\mathbf{x} \triangleq (x_{12}, x_{21}), \quad T_i(\mathbf{x}) \triangleq \frac{1}{\phi} \sum_k x_{ik} T_{ik}(\mathbf{x}), \quad \text{ただし } T_{ii}(\mathbf{x}) = \frac{1}{\mu - \beta_i}, \quad T_{ij}(\mathbf{x}) = \frac{1}{\mu - \beta_j} + t \quad (j \neq i).$$

非協力的最適化 (図2) の解 (Nash 均衡解) を $\bar{\mathbf{x}}$ とすると $T_i(\bar{\mathbf{x}}) = \min_{x_{ij}} T_i(x_{ij}, \bar{x}_{ji}), \quad (i \neq j)$. 図1の場合では,

(i) $t > \phi/(\mu - \phi)^2$ の場合:

$$\bar{x} = \bar{x}_{ij} = 0, \quad T_i(\bar{\mathbf{x}}) = \frac{1}{\mu - \phi}, \quad \text{パラドックスは生じない.}$$

(ii) $0 < t < \phi/(\mu - \phi)^2$ の場合:

$$\bar{x} = \bar{x}_{ij} = \frac{1}{2} \{ \phi - t(\mu - \phi)^2 \}, \quad T_i(\bar{\mathbf{x}}) = \frac{1}{\mu - \phi} + \frac{t}{2\phi} \{ \phi - t(\mu - \phi)^2 \}. \quad \text{下線部がパラドックスを示す.}$$

したがって, $0 < t < \phi/(\mu - \phi)^2$ が, パラドックスの発生のための必要十分条件ということになる.

結合する以前の平均応答時間に対する, 下線部の大きさの比を, パラドックスの大きさの程度と考え, $\Delta(\mu, \phi, t)$ と記す.

$$\Delta(\mu, \phi, t) = \frac{\frac{t}{2\phi} \{ \phi - t(\mu - \phi)^2 \}}{\frac{1}{\mu - \phi}}.$$

パラドックスの大きさの程度は, ϕ, μ が変わらなければ, $t = \phi/[2(\mu - \phi)^2]$ の時最大になり,

$$\max_t \Delta(\mu, \phi, t) = \frac{\phi}{8(\mu - \phi)}.$$

したがって, 到着率 ϕ が処理能力 μ に近づくとつれ, パラドックスの大きさの程度は, 限りなく大きくなり得ることが分かる. 例えば,

$$\begin{aligned} \max_t \Delta(1.01, 1, t) &= 12.5 \quad (1250\% \text{ 性能劣化}), \\ \max_t \Delta(1.001, 1, t) &= 125 \quad (12500\% \text{ 性能劣化}), \\ \max_t \Delta(1.00001, 1, t) &= 12500 \quad (1250000\% \text{ 性能劣化, 等}). \end{aligned}$$

3 より一般の場合

前節で示した結果は, もっと一般的な場合に示すことができ, 下記参考文献 [1] Kameda & Pourtallier, *J. ACM* (2002) に発表されている. その論文では各ノードに複数のジョブクラスがある一般的な場合を示してあるが, 本発表では, 見易さのため, 各ノードに単一のジョブクラスがある場合を述べる. パラドックスが発生するための必要十分条件を示し, パラドックスがどの程度の大きさになるかを求め, 最悪の場合, パラドックスの程度が限りなく大きくなることを示す.

参考文献と URL

この発表の主な内容は、次の文献 [1], [2] に含まれている。

[1] H. Kameda & O. Pourtallier, “Paradoxes in distributed decisions on optimal load balancing for networks of homogeneous computers,” *Journal of the ACM*, **49**, 3, 407 – 433 (2002)

[2] H. Kameda, E. Altman, T. Kozawa and Y. Hosokawa, “Braess-like paradoxes in distributed computer systems,” *IEEE Trans. Automatic Control*, **45**, 9, 1687 – 1691 (2000)

その他関連する文献を次に示す。

[3] H. Kameda, “How harmful the paradox can be in Braess/Cohen-Kelly-Jeffries networks,” *Proc. IEEE INFOCOM 2002*, New York, June 2002.

[4] T. Boulogne, E. Altman, H. Kameda, & O. Pourtallier, “Mixed equilibrium (ME) for multiclass routing games,” *IEEE Trans. Automatic Control*, Special issue on control issues in telecommunication networks, **47**, 6, pp.903-916, June 2002.

[5] H. Kameda, J. Li, C. Kim, & Y. Zhang, *Optimal Load Balancing in Distributed Computer Systems*, Springer, 251 pp. (1997)

また, [5] を除く上記文献をはじめとして, 関連する文献が下記 URL で見られる。

URL: http://www.osdp.is.tsukuba.ac.jp/~kameda/posted_papers.html