

## 道路交通のダイナミクス (VII)

### — 交差点におけるショックウェーブと平均流量 —

高木 相谷 口正成 藤木 澄義  
神村 伸一 鈴木 伸夫

東北文化学園大学 科学技術学部

交差点あるいは高速道路のゲートから上流には、交通量が増加すると長い車両待ち行列ができる。本論文は、この車両待ち行列の生成と解消のダイナミクスをショックウェーブ論から論ずる。ショックウェーブは走行する車両群の平均車頭時間  $T'_0$  (自由走行時) とその最短時間  $T_0$  (これ以下になると危険を感じる限界時間の平均値) が主要パラメータとして定式化される。通行車両数の増加は交差点上流の待ち行列長を長くするが、その車列長が解消する時間は車列長に比例して長くなる。これは平均流量の低下として定量化される。本論文はこれらの車両群の挙動を理論的に明らかにする。

## Road Traffic Flow Dynamics (VII)

### — Vehicle shock wave and Average Flow Rate at an Intersection —

TASUKU TAKAGI, MASANARI TANIGUCHI, SUMIYOSHI FUJIKI,  
SHINICHI KAMIMURA, NOBUO SUZUKI  
TOHOKU BUNKA GAKUEN UNIV.

A long vehicle queue is generated at an upstream of intersection due to increase of a number of up-coming vehicles. This paper discusses the dynamics of generation and dissolution of the queue from the shock wave theory. The shock wave is determined by the parameters of average time headway  $T'_0$  (in case of noncongestion) and  $T_0$  (minimum average headway : drivers feel danger if less than  $T_0$ ). The dissolving time of queue becomes longer as the queue length increases, and this causes a decrease of average traffic flow rate. This paper theoretically clarifies the traffic behavior mentioned above.

#### 1. はじめに

筆者らはすでに道路交通のダイナミクスの解析を「道路交通のダイナミクス (I) - (VI)」として本研究会に発表し<sup>1)-6)</sup>、その一部は本学会論文誌に掲載されている<sup>7)</sup>。これらの研究は交差点における車両の流れをショックウェーブの理論<sup>8)</sup>を適用して解析したものである。本文ではこの結果を基礎として、交差点あるいは高速道のゲートの上流にできる車両待ち行列と平均流量の関係を考察する。この結果、通常我々が体験する交差点待ち時間が待ち行列長との関係で理解することができた。

#### 2. すでに明らかにした事項のまとめ

##### 2.1 交差点スループット<sup>7)</sup>

図 2.1 は交差点のモデルである。ここでは信号は赤と青に限り、黄信号は無視している。

すでに文献 7) に示しているように、交差点スループット  $n_{TG}$  は (2.1) 式で求められている。

$$n_{TG} = \frac{V_L(T_G - t_B) + d_B}{V_L T_0 + L_0} + 1 \quad (2.1)$$

$V_L$ : 速度 [m/s] (自由走行時)

$T_G$ : 青信号時間 [s]

$t_B$ : 加速時間 [s]

$d_B$ : 加速時間内に走行した距離 [s]

$T_0$ : 最短車頭時間 [s] ( $T_0$  の測定値は約 2 秒)

$L_0$ : 停車時の車頭距離 [m]

(以上はすべて平均値をとる)

実交差点の測定結果から得たこれらのパラメータの値を用いて (2.1) 式を計算した結果を図 2.2 に示す。

##### 2.2 交差点でできるショックウェーブ

図 2.3 は交差点の赤信号による車両停止によってできるショックウェーブを直線化して示したものである。ここで  $d = 0$  は交差点の停止線、 $W_A(t)$  は波頭、

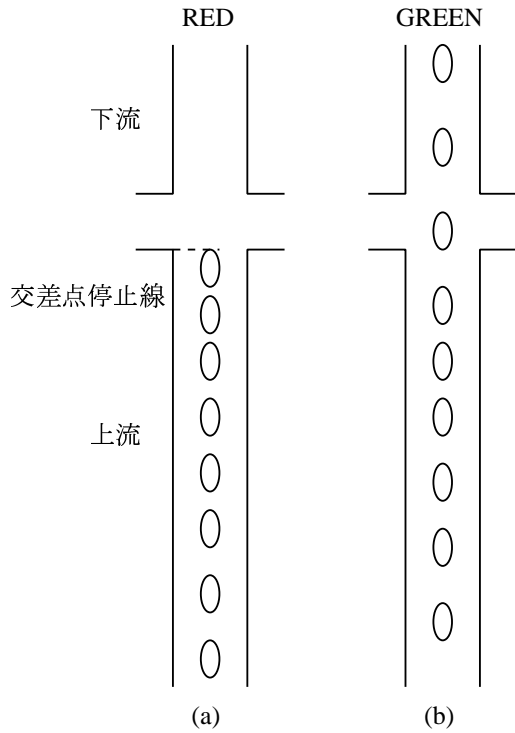


図 2.1 交差点と車両列のモデル.

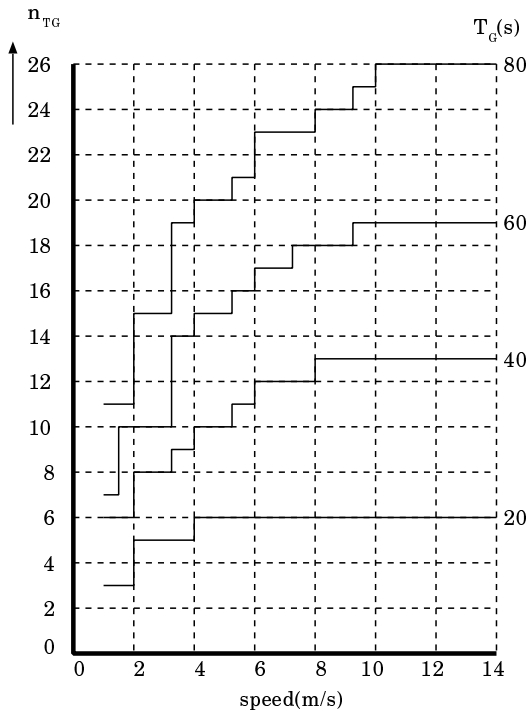


図 2.2 青信号スループットの計算値.

$W'_A(t - T_R)$  は波尾の時間関数である. これらは

$$W_A(t) = -\frac{L_0}{T'_0 - \frac{L_0}{V_L}} t \quad (2.2)$$

$$W'_A(t - T_R) = -\frac{L_0}{T_0 - \frac{L_0}{V_L}} (t - T_R) \quad (2.3)$$

である. ここで  $T_R$  は赤信号時間である. 一般に  $T'_0 > T_0$  であるから  $W'_A(t - T_R)$  の方が急である. しかし  $T'_0 = T_0$  (車両が定常速度で走行できる最短車頭時間) となると  $W_A(t)$  と  $W'_A(t - T_R)$  は平行となり交わることはなくなる. いま,  $T'_0 > T_0$  の状態で両者が P 点で交わる場合を図 2.3 は示している. この点の時刻を  $t = t_{GI}$  としている. そして P 点を通過する車両が交差点停止線 ( $d = 0$ ) を通過する時刻を  $t = t_0$  としている. これらは

$$t_{GI} = T_R \frac{T'_0 - \frac{L_0}{V_L}}{T'_0 - T_0} \quad (2.4)$$

$$t_0 = \frac{T_R T_0}{T'_0 - T_0} \quad (2.5)$$

である.

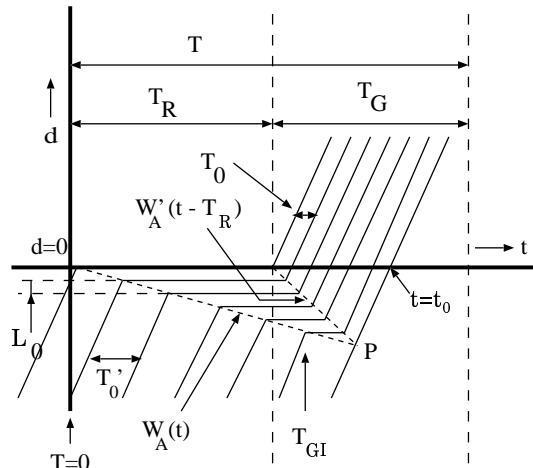


図 2.3 交差点でできるショックウェーブ.

### 2.3 交差点でできるショックウェーブのバリエーション

図 2.3 は交通流が比較的疎な場合で P 点を通過する車両が交差点を通過する時刻  $t_0$  が信号周期  $T (= T_R + T_G)$  より小さい場合 ( $t_0 < T$ ) である. (2.5) 式で  $T'_0$  が  $T_0$  に接近すると  $t_0 > T$  となる. そして  $T'_0 = T_0$  となると  $W_A(t)$  と  $W'_A(t - T_R)$  は平行となって  $t_0 = \infty$  となる. すなわち図 2.4 の状態を経て図 2.5 のようになる.

図 2.4 の状態が継続すると渋滞に至る. そして図 2.5

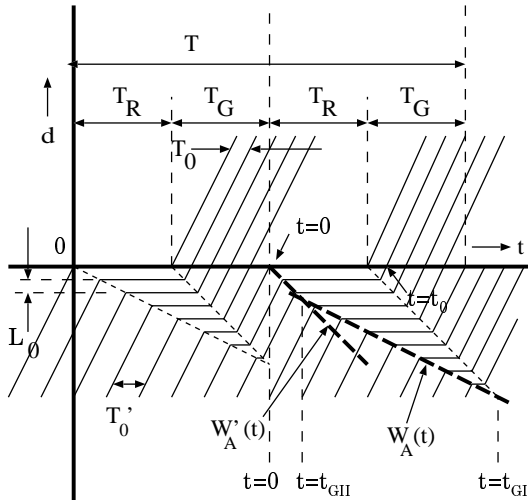


図 2.4  $t_0 > T$  となるショックウェーブ.

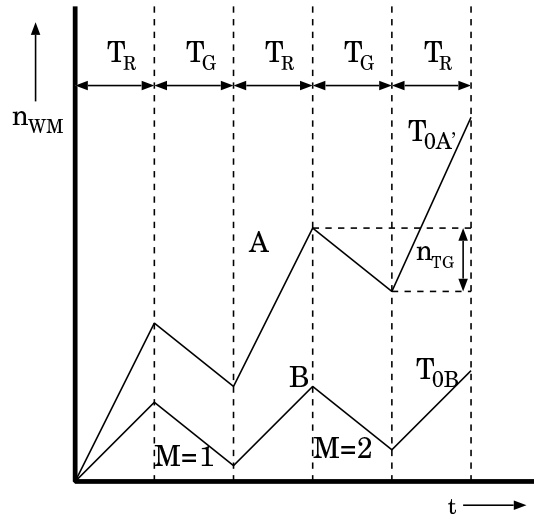


図 2.6 渋滞に向かうときの待ち車両数の時間変化.

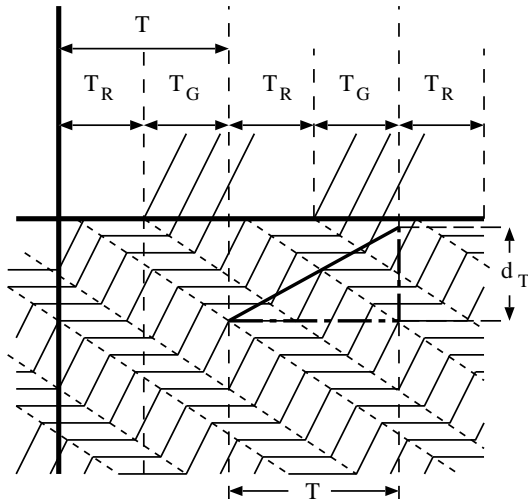


図 2.5  $t_0 = \infty$  となるショックウェーブ.

の状態は渋滞状況を示す。図 2.4 ではショックウェーブの波頭が  $W'_A(t)$  と  $W_A(t)$  の 2 つによって構成されるのが特徴である。この原因は  $t_0 > T$  となったため  $T - t_0$  間で捌ける車両の平均車頭時間は  $T_0$  (最短) となることから図 2.3 の  $W_A(t)$  は  $W'_A(t)$  となることによる。そして  $t_0$  以後は入力車両の車頭時間  $T'_0 (> T_0)$  となり、波頭周期は  $W_A(t)$  のままとなる。

波頭関数  $W'_A(t)$  と  $W_A(t)$  の交点の時刻  $t = t_{GI}$  は

$$t_{GI} = n_{-TG} \left( T_0 - \frac{L_0}{V_L} \right) \quad (2.6)$$

である。ここに  $n_{-TG}$  は直前の赤信号時間  $T_R$  でできた車両が次の青信号時間  $T_G$  内で通過できず取り残された車両数である。そして  $t_{GI}$  は

$$t_{GI} = t_{GI} + \frac{T_R \left( T'_0 - \frac{L_0}{V_L} \right)}{T'_0 - T_0} \quad (2.7)$$

と求められている。

#### 2.4 渋滞の発生と解消のダイナミクス

図 2.6 は渋滞に向かうときの交差点上流での待ち行列車両数  $n_{WM}$  を信号回数  $M$  に対して示したものである。 $T'_{0A} < T'_{0B}$  として 2 つの場合が示されている。 $T'_{0A}$ 、 $T'_{0B}$  は交差点に向かう非拘束走行時の車頭時間 (図 2.3, 2.4, 2.5 における  $T'_0$ : 入力車両の車頭時間で流量はこの逆数  $1/T'_0$ ) である。図 2.6 の A は B より交差点に流れ込む流量が大きく上流での待ち車両数が B に較べて大きくなることを示している。

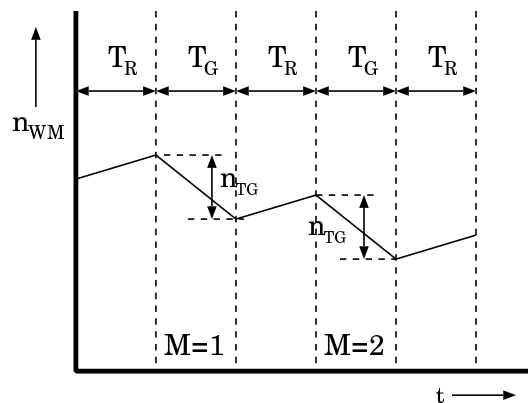


図 2.7 渋滞が解消するときの待ち車両数の時間変化.

図 2.7 は渋滞が解消するときで車両数が減少していく様子を示している。ここで  $n_{TG}$  は青信号スループツ

トである。待ち行列が解消に向かう条件は

$$\frac{T_R}{T_0} < n_{TG} \quad (2.8)$$

が成立するときである。

### 3. 交差点上下流の待ち行列長と流量

ここで平均流量とは、ある時点で測定された待ち行列長（待ち車両数）が何回かの信号待ちの末に解消するとき、この待ち車両の平均的車頭時間  $T'_0$  の逆数のことである。

#### 3.1 交差点下流の平均流量

まず簡単な交差点下流の平均流量を求めてみよう。交差点青信号スループットは (2.1) 式である。この式は交差点下流で赤信号によってできる車両待ち行列が十分長いとき（交通需要が十分あるとき）、青信号時間  $T_G$  間に交差点を通過できる最大の車両数 ( $n_{TG}$ ) を表している。よって、是は交差点スループット（交差点通過容量）である。

図 2.3 などで示しているように、本研究では黄信号は無視している。よって信号周期  $T$  は

$$T = T_R + T_G \quad (3.1)$$

である。いま  $T_G$  間に交差点を通過する車両数は  $n_{TG}$  である。そして、通過車両の車頭時間は  $T_0$ （最短）である。流量はこのときの平均車頭時間を  $T_D$  とすると、その逆数である ( $1/T_D$ )。交差点通過車両の平均車頭時間は信号の 1 周期に  $n_{TG}$  台の車両が通過するから

$$T_D = \frac{T_R + T_G}{n_{TG}} = \frac{T}{n_{TG}} \quad (3.2)$$

である。いま  $T_R = T_G$  とすると  $T_D$  は、 $T_G$  間は  $T_0$  で流出するから、 $T$  間で平均とすると

$$T_D = 2T_0 \quad (3.3)$$

となる。よって下流の平均流量を  $F_D$  とすると

$$F_D = \frac{1}{2T_0} \quad (3.4)$$

となる。

#### 3.2 交差点上流の待ち車両列中の車両平均速度

交通流がおおきくなると ( $T'_0$  が小さくなると)、図 2.6 に示すように、交差点上流にできる車列は信号の回数ごとに長くなる。そして、長い車列長のときのショックウェーブは図 2.5 のようになる。この待ち車両列をある時点  $t = 0$  で観測したものを図 3.1 に示す。ここで信号待ち回数を  $M$  とする。  $t = 0$  で青信号が点灯して 1 のグループが交差点を通過する。そして通過する車両数は  $n_{TG}$  である。つまり、信号時間  $T$  秒ごとに  $n_{TG}$  ずつ交差点を通過する。  $t = 0$  の時点での車列の最後尾の車両は  $MT + t_{GI}$  秒後に交差点を

通過することとなる。図 2.5 から  $T$  秒間に進む距離は  $d_T (= L_0 n_{TG})$  であるから平均速度  $v_m$  は

$$v_m = \frac{d_T}{T} = \frac{L_0 n_{TG}}{T} \quad (3.5)$$

である。図 3.1 の  $t_{GI}$  は (2.4) 式で求められている。

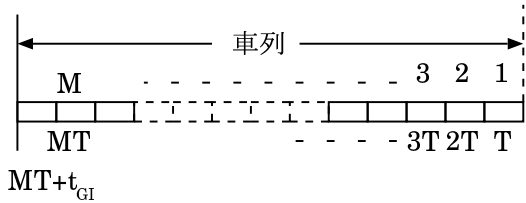


図 3.1 ある時点  $t = 0$  (青信号点灯時) で観測される車両列。

#### 3.3 待ち行列中の流量

図 3.1 は図 2.4 を待ち行列として画いたものである。交差点下流の平均車頭時間  $T_D$  は信号周期  $T$  で平均すると  $2T_0$  であった ((3.3) 式)。図 3.1 の車列の平均車頭時間も是に等しくなければならない。何故なら、交差点の上流と下流の流量は等しく、図 3.1 で  $MT$  秒間に  $Mn_{TG}$  だけ捌けることから車列長内の流量は (3.4) 式で表される。

#### 3.4 交差点上流の待ち行列長と流量の変化

交差点上流で長い待ち行列ができるのは上流から流入する流量が交差点スループット ( $n_{TG}$ , 車頭時間  $2T_0$  (3.3) 式, 流量  $1/2T_0$  (3.4) 式) より多くなるときである (図 (2.6))。この条件をショックウェーブで示したのが図 2.4 である。ここで車列長  $L_t$  は

$$\begin{aligned} L_t &= |W_A(t)| - \frac{L_0 n_{TG}}{T} t \\ &= L_0 \left( \frac{1}{T'_0 - \frac{L_0}{V_L}} - \frac{n_{TG}}{T} \right) t \end{aligned} \quad (3.6)$$

である。車両数を  $n_{ut}$  とすると

$$\begin{aligned} n_{ut} &= \left( \frac{1}{T'_0 - \frac{L_0}{V_L}} - \frac{n_{TG}}{T} \right) t \\ &= \left( \frac{1}{T'_0 - \frac{L_0}{V_L}} - \frac{1}{2T_0} \right) t \end{aligned} \quad (3.7)$$

である。( ) 中第 1 項は流入量で第 2 項は流出量である。信号回数  $M$  回後の  $n_{ut} (= n_{uM})$  は

$$n_{uM} = \left( \frac{1}{T'_0 - \frac{L_0}{V_L}} - \frac{1}{2T_0} \right) MT \quad (3.8)$$

である。

流入車両の平均車頭時間は  $T'_0$  で速度は  $V_L$  である。ここでの流量は  $1/T'_0$  である。そして車列の中では平

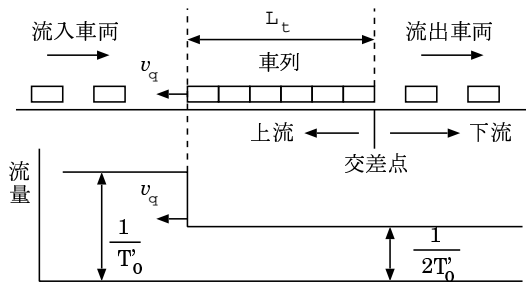


図 3.2 車列と流量.

均車頭時間は  $2T_0$  で流量は  $1/2T_0$  である。車列が伸びる条件は

$$T'_0 < 2T_0 \quad (3.9)$$

である。(3.8) 式によると、ほぼ流入と流出の流量の差を係数として車列が成長する。車列の成長速度  $v_q$  は (3.7) 式から

$$v_q = \frac{dn_{ut}}{dt} = \frac{1}{T'_0 - \frac{L_0}{V_L}} - \frac{1}{2T_0} \quad (3.10)$$

である。

図 3.2 は以上のことを図示したものである。

3.3 に示すように待ち行列中の流量は  $1/2T_0$  である。そして、車列の最後尾から上流の流量は  $1/T'_0$  である。この最後尾は速度  $v_q$  ((3.10) 式) で後退する。

#### 4. おわりに

交差点の上下流の流量をショックウェーブ論をもとに考察した。そして次のような結果が得られた。すなわち、

- 1) 交差点下流の平均流量は (信号周期  $T$ , 赤, 青信号時間 (黄信号は無視) は等しい ( $T_R = T_G$ ,  $T = T_R + T_G$ ) とき)  $1/2T_0$  ( $T_0$  は最短車頭時間) である。
- 2) 交差点上流の待ち車両列中の平均流量は下流のそれと等しく  $1/2T_0$  である。
- 3) 車列長は流入車両の流量  $1/T'_0$  と流出流量  $1/2T_0$  の差にほぼ比例した速度で伸びる。

これらの結果から云えることは、渋滞により待ち車列長が増加することによって平均流量は低下するということである。

#### 参 考 文 献

- 1) 高木: “道路交通のダイナミクス (I) - 車両の発進特性と交差点スループット -”, 情処研報 ITS-4 (2000,3,3).
- 2) 高木: “同 (II) - 交差点車列生成とショックウェーブの挙動 -”, 本会, 高度交通システム 1-13,

(2000,5,25).

- 3) 高木, 藤木, 谷口, 鈴木: “同 (III) - 交差点で生じる車列形成のダイナミクス -”, 同 2-6, (2000,9,18).
- 4) 同: “同 (IV) -  $t-s$  ダイアグラムの定量化の基礎考察 -”, 同 2-6, (2000,11,30).
- 5) 高木, 谷口, 藤木, 神村, 鈴木: “同 (V) - 疎な交通流下における単一交差点の信号の最適制御へのアプローチ -”, 同 4-1, (2001,3,2).
- 6) 同: “同 (VI) - 疎から密に向かう交通流 -”, 同 6-5, (2001,9,6).
- 7) 同: “交差点における車両の挙動のモデル的解析と青信号スループット”,
- 8) A. D. May: “Traffic Flow Fundamentals” Prentice-Hall(1990).