

道路交通のダイナミクス(VIII)ーボトルネックと交通流ー

高木相、鈴木祥介、谷口正成、藤木澄義、神村伸一、鈴木伸夫
東北文化学園大学

道路交通にはさまざまな障害が存在し、これによって交通流が妨げられる。交通流の妨げになるものをここで一般的にボトルネックということとする。ボトルネックには事故、工事中、など、偶発的あるいは計画的なものから、平面交差点の信号や高速道路の料金所(ゲート)のように、必要不可欠なものも、物理的交差流の立場から見れば、これらもボトルネックである。本文はこのようなさまざまな原因で起こる交通渋滞の性質をボトルネック交通流として考察する。

Traffic Flow Dynamics (VIII) –Bottleneck and Flow–

T. Takagi, S. Suzuki, M. Taniguchi, S. Fujiki, S. Kamimura, N. Suzuki

Tohoku Bunka Gakuen University

A road traffic congestion occurs due to many causes such as an intersection signal, toll gate, accident, construction, etc.. We discuss in this paper those traffic obstructions as a bottleneck concept. Since the traffic flow, of course, depends on the characteristics of each bottleneck, we first theoretically analyze each case of obstruction by means of the shock wave theory, and propose the general model of bottleneck flow.

1.はじめに

筆者らはこれまで、道路交通流について、ショックウェーブの理論を用いて、交差点の交通流を解析することに主眼をおいてきた¹⁾。それは交差点信号による待ち車両群が渋滞の最大の原因であるから、このダイナミクスを明らかにすることが、渋滞問題の理解にはもっとも近いと考えたからである。しかし、交差点も渋滞を起こすひとつの要因であるから、これをボトルネックのひとつと見れば、その他の原因で生じる渋滞問題にも当然適用されるので、ここで、交差点を含めて、高速道の料金所(ゲート)、工事による片側交互通行、などの交通障害となるものに、いままでの考察結果を展開することとした。

2. 道路交通のボトルネックのモデル

2.1 モデル

図 2.1 はボトルネックのモデルである。一般に道路は双方向であるが、ここでは一方方向を示している。上流から下流に流れる車両群の方向を逆にすれば、逆方向も同じになるが、必要に応じて両方向のモデル表示が理解のために有用であることは予想される。

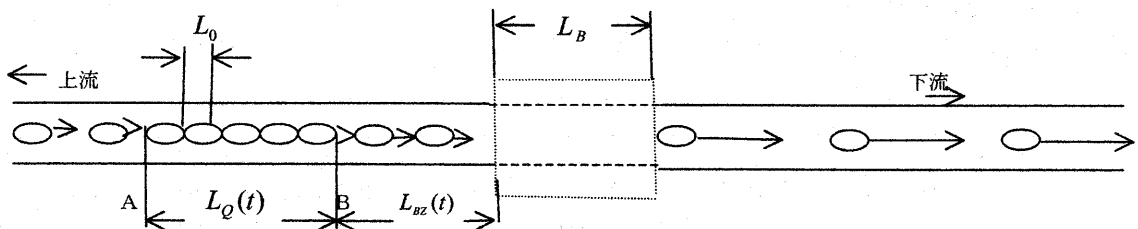


図 2.1 道路交通におけるボトルネックのモデル

○ : 平均1車両存在ゾーン (L_0 : 車両停止時平均車頭距離)

L_B : ボトルネック距離 (交通流が制限される距離、ボトルネックの種類によって決まる)

$L_{BZ}(t)$: ボトルネックゾーン (ボトルネックの存在が影響する距離、時間関数となる)

$L_Q(t)$: 待ち行列長 (停止車両列の長さ、時間関数となる)

2.2 ボトルネックとなる交通障害の種類とモデルとの対応

ボトルネックとなる交通障害には、1) 平面交差点信号、2) 高速道路のゲート(料金所)、3) 道路工事や事故による片側交互通行、などがある。これらと図 2.1 のモデルとの対応について述べる。

1) 交差点交通信号*

一般に交差点では、車両は赤信号点灯により、停止線で停車する。後続車は L_0 だけ後方に停車して車両列(待ち行列)を作る。そして、先頭車が青信号で発進すると、待ち行列車列は前から次々と解消する。車両は必ず交差点を通り抜けるから、交差点の場合ボトルネック距離 $L_B = 0$ としてよい。青信号点灯とともに待ち行列が解消するから(B点が上流に移動)、ボトルネックゾーン $L_{BZ}(t)$ も上流方向へ移動する。上流からの車両がA点に着くので(A点も後方へ移動)、待ち行列も上流方向へ移動し、その長さ $L_Q(t)$ はA点とB点の速度差によって定まる。

すでに明らかにしているように¹⁻¹⁰⁾、ショックウエーブの理論から、A点のショックウエーブ波頭関数 $W_A(t)$ とB点の波尾関数 $W'_A(t - T_R)$ はそれぞれ

$$W_A(t) = -\frac{V_L L_0}{V_L T_0' - L_0} t \quad (2.1), \quad W'_A(t) = -\frac{V_L L_0}{V_L T_0 - L_0} (t - T_R) \quad (2.2)$$

と求められている。マイナス符号はともに上流方向(負方向)へ伝播することを意味している。これからA点とB点の速度をそれぞれ V_A 、 V_B とすれば、これらはそれぞれ

$$V_A = \frac{V_L L_0}{V_L T_0' - L_0} \quad (2.3), \quad V_B = \frac{V_L L_0}{V_L T_0 - L_0} \quad (2.4)$$

である。ここに T_0' は上流より流入する車両の平均車頭時間(平均 T_0' 秒ごとに流入する)で、 T_0 は青信号時間内に平均 T_0 秒ごとに出て行く平均車頭時間である。

2) 高速道路のゲート

高速道には信号はないが、渋滞はゲートがボトルネックとなるために起こる。この場合もゲートを通ると自由走行となるので $L_B = 0$ としてよい。よって、基本的には上記の交差点の場合と同様である。

* 交差点信号を一般的に交通障害というのは適当ではないと思われるが、明らかに、交差点信号の存在は交通の妨げになることから、あえて障害という範疇にいれた。交差点は、必要不可欠な存在であるから、交差点と交通流の関係の議論は、交通信号の制御問題(最適制御)が重要課題となるがこれはここでの課題ではない。しかし、交差方向に全く車流がないのに、赤信号で長時間と止められるような場合は明らかに信号制御が適切でないことから、この場合の交通信号は障害となる。

3) 道路工事等による片側交互通行

この場合は工事区間を含むある区間が L_B である。ここでは一般に車両の速度も落ちる。片側交互通行は渋滞の大きい原因となるが、まだその解析的研究は十分なされていないと思われる。

3. 下流交通流の平均化とボトルネックの $t-s$ ダイアグラム

$t-s$ ダイアグラムとは車両の時間 t と距離 d の関係を群として空間的に描いた時空間図のことである。図 2.1 のモデルを交通を妨げる多くの要因に適用するためには、下流の交通流（ボトルネックの交通流に等しい）について、若干の考察が必要である。特に交差点（2.2の1）と片側交互通行（2.2の3）のように、交通流が交差方向や対向方向と交互に切り替わる場合の取り扱いは複雑になる。そこでここでは、多くのボトルネック交通流に適用できるモデルとするため、下流交通流を平均化する。

1) 交差点

交差点では、信号機によってこれらが制御される。ここでは簡単のため、黄信号時間、同時赤信号時間は無視して、赤信号と青信号のみによって制御されるものとして、ボトルネックの平均流量をその信号の1周期で平均化した交通流とする。

図 3.1 は信号1周期の青信号通過車両数（青信号スループット）を1周期で平均化したときのショックウェーブを示す。上の図は交通流が疎な場合（進入車両数 n_U がすべて青信号で通過する場合）で、下の図は交通流が密な場合（ n_U が大きくなりその周期の青信号では全部通過できず取り残される場合）である。このように平均化して考えれば、ボトルネック交通流はすべて共通の概念として処理することができる。図 3.1 の上の図は交通流が疎な場合（信号1周期内の流入車両はすべて1周期内で通過する場合）、下の図は交通流が密な場合で1周期内に流入する車両が青信号で捌けられず、取り残される場合（渋滞にいたる場合）である。(a) 実体を示し、(b) は平均化したものを示している。

図 3.1 (a) で青信号時間 T_G 間に通過する車両数 n_G は式 (3.1) によって求められる²⁾。すなわち、

$$n_G = \frac{V_L(T_G - t_B) + d_B}{V_L T_0 + L_0} + 1 \quad (3.1)$$

である。また、流入車両数 n_U は信号時間1周期 (T) 内に流入する車両数であるから、

$$n_U = \frac{T}{T_0} \quad (3.2)$$

である。スループット n_G が信号周期内に平均化されて、時間間隔 T_0 が T_{0m} となる。 T_{0m} は

$$T_{0m} = T_0 \left(1 + \frac{T_R}{T_G}\right) \quad (3.3)$$

となる。

2) 高速道ゲート

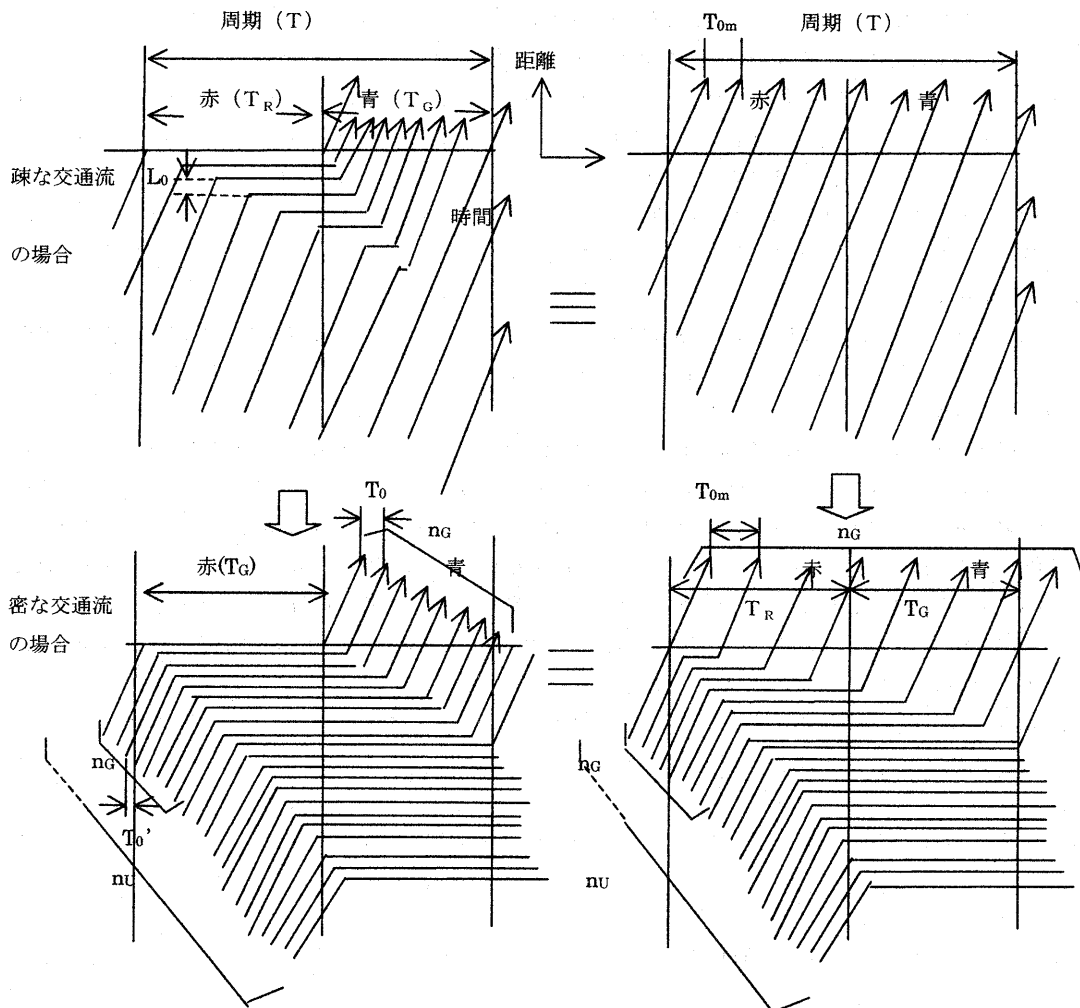
高速道のゲートは信号機のような時間制限ではなく、料金を支払う時間によって、通行が制限される。今1ゲートあたり平均 T_0 秒の時間間隔でゲートを通過するものとする。ゲートの数を N 個とすると、全体として平均 T_0/N 秒ごとに1台通過することになる。すなわち、

$$T_{0m} = \frac{T_0}{N} \quad (3.4)$$

よって、たとえば5分間にゲートを通過する車両数 $n(5分)$ は

$$n(5分) = \frac{300N}{T_0} \quad (\text{台}) \quad (3.5)$$

となる。このときのショックウェーブダイアグラムは図 3.1 の(b)と同じである。ただこの場合、 T_0 を平均化した T_{0m} がゲートの数 N によって(3.4)式となる。



(a) 赤信号で停車して青信号で発進 (n_G 台通過) (b) (a)を信号の1周期で平均化

図 3.1 交差点交通流の $t-s$ ダイアグラム (a)とその平均化ダイアグラム (b)

n_G : 青信号スループット (交通容量)、 n_U : 信号1周期間(T) 進入車両数

3) 片側交互通行

事故や工事などで、片側交互通行となることがある。この場合はボトルネック距離 L_B は交互通行の設定距離である。片側交互通行の時空間特性 ($t-s$ ダイアグラム) を描くと図 3.2 のようになる (ボトルネックで速度は変わらないとしている)。この図では、座標 d の正方向と負方向の交通流を示している。ここで、 $d > 0$ の流れを正方向、 $d < 0$ の流れを負方向と定義する。

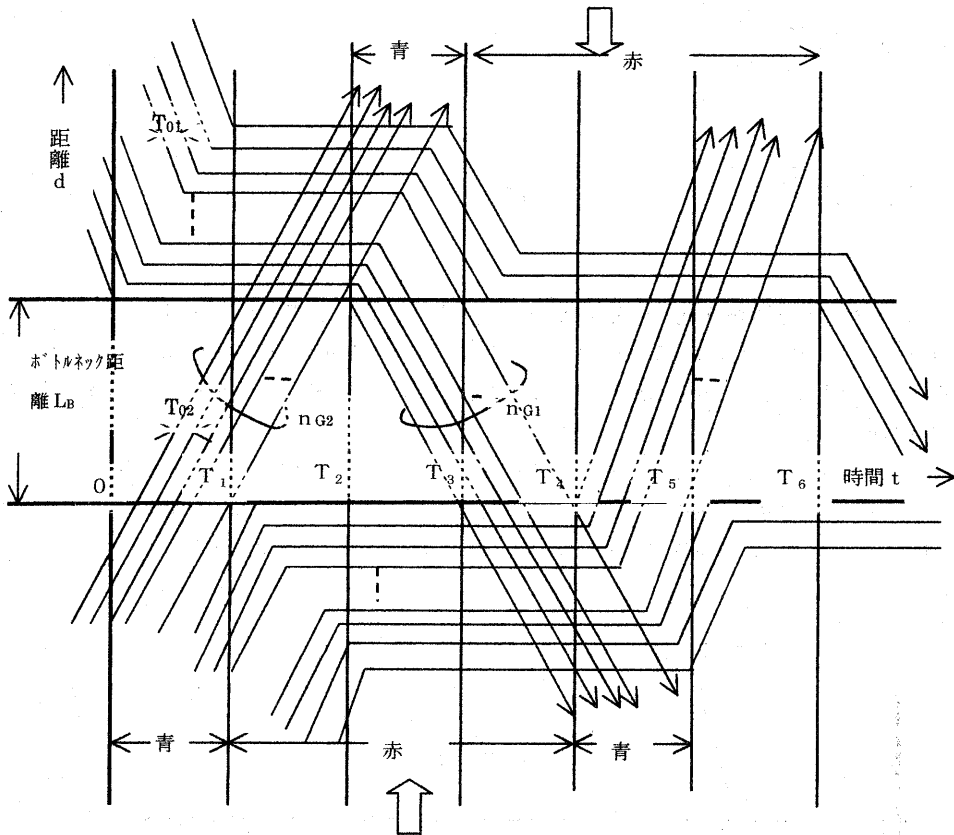


図 3.2 片側交互通行の $t-s$ ダイアグラム

この場合の特徴はボトルネックに距離 L_B が存在していることである。 L_B を走行する時間が存在するため正方向と負方向の両方向がともに赤信号となる時間が存在する。このことは片側交互交通が大きい交通障害となることを意味する。図を説明しよう。時間軸 $t=0$ で交互交通が始まったとする。

正方向：

- 1) T_1 まで正方向が青信号、
- 2) T_1 から T_4 までが赤信号
- 3) T_4 から T_5 まで青信号

以下繰り返し

負方向：

- T_2 まで赤信号
- T_2 から T_3 まで青信号
- T_3 から T_6 まで赤信号

以下繰り返し

よって、 $T_1 \sim T_2$ 間、および $T_3 \sim T_4$ 間が両方向赤信号となる。

ここで負方向の交通流（スルーット）を n_{G1} 、正方向のそれを n_{G2} とする。これらの値は(3.1)式から求められる。負方向の青信号時間内の平均車頭時間を T_{01} 、正方向のそれを T_{02} とすると、信号 1 周期内の平均車頭時間は、負方向のそれを T_{0m1} 、正方向のそれを T_{0m2} とすると、それぞれは $T_2 - T_6$ 間で、また $0 - T_4$ で平均することになるから、

$$T_{0m1} = T_{01} \frac{T_6 - T_2}{T_3 - T_2} \quad (3.6)$$

$$T_{0m2} = T_{02} \frac{T_4}{T_1} \quad (3.7)$$

と計算される。

4. ボトルネックのある道路交通の一般的 $t-s$ ダイアグラム (渋滞に至るとき)

図 2.1 でボトルネックでは車速は落ちることが多い (図 3.2 ではこのことは考慮していない)。また、ボトルネックゾーンでの速度は異なる速度となる (後述)。上流からの進入車両の定常速度とボトルネックを抜けた下流の車両の定常速度は等しいとする。

図 4.1 はボトルネックをもつ道路交通の交通流を一般的に表した $t-s$ ダイアグラムである。図中 $0-A$, $0-A'$, $D-D'$, はそれぞれ車両の速度が変化する境目を表すショックウェーブの波頭または波尾を表わしている。 $0-A$ はボトルネックへ向けて進入する車両が停止することによって生ずるショックウェーブである。これを $W_{0A}(t)$ とすると

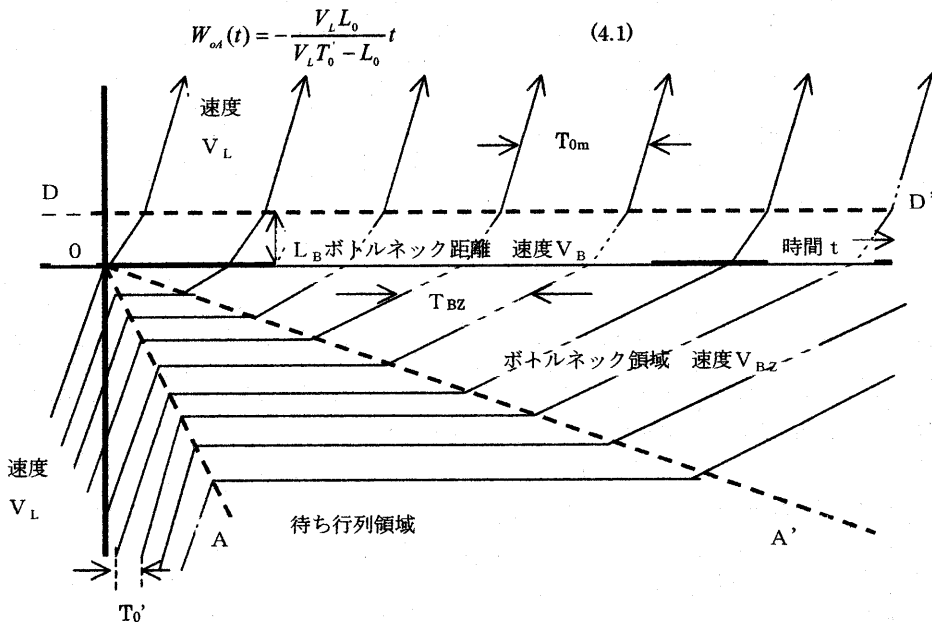


図 4.1 ボトルネックのある道路交通の一般的 $t-s$ ダイアグラム (渋滞に至るとき)

$0-A'$ は待ち行列領域からボトルネック領域にはいるときのショックウェーブである。これを $W'_{0A}(t)$ とすれば、

$$W'_{0A}(t) = - \frac{V_{BZ} L_0}{V_{BZ} T_{0m} - L_0} t \quad (4.2)$$

と書ける。

時間軸と $D-D'$ もショックウェーブの波頭であるが、これは水平 (停滞型ショックウェーブ) である¹⁻¹¹⁾。

0-A' を過ぎた後の車両の流れ（流量）は等しい。流量は走行車両の車頭時間の逆数であるから、ボトルネックを過ぎたあとの車頭時間は等しく

$$\frac{1}{T_{BZ}} = \frac{1}{T_B} = \frac{1}{T_{0m}} \quad (4.3)$$

である。進入車両の車頭時間 T_0' とボトルネックで定まる車頭時間 T_{0m} が

$$T_0' < T_{0m}, \left(\frac{1}{T_0'} - \frac{1}{T_{0m}} \right) > 0 \quad (4.4)$$

となると、待ち時間が時間とともに大きくなって渋滞状態となる。図 4.1 はこの様子をモデル的に示している。

5. ボトルネック交通流における待ち行列の生成

5.1 待ち行列

一般に(4.4)式が成立するとき、ボトルネック上流で待ち行列が生成し渋滞が発生することとなる。その条件は図 2.1 で A 点と B 点の速度関係 ((2.3)、(2.4)式) で定まることを述べた。図 4.1 では(2.3)式の V_A はショックウェーブ特性 0-A の傾きである。よって(4.1)式から

$$V_A = \frac{V_L L_0}{V_L T_0' - L_0} \quad (5.1)$$

B 点の速度 V_B は、ショックウェーブ特性 0-A' の傾きであるから、(4.2)式より、

$$V_B = \frac{V_{BZ} L_0}{V_{BZ} T_{0m} - L_0} \quad (5.2)$$

である。よって、渋滞の長さ $L_Q(t)$ は

$$L_Q(t) = (V_A - V_B)t = L_0 \left(\frac{V_L}{V_L T_0' - L_0} - \frac{V_{BZ}}{V_{BZ} T_{0m} - L_0} \right) t \quad (5.3)$$

ここで、 $V_A - V_B \leq 0$ のとき、待ち行列は平均的には存在しなくなる（交差点の場合は 1 周期の信号時間内に通過することができる。高速道ゲートでは待つことなくゲートを通ることが出来る）。待ち行列中の車両台数は停止時の一台あたりの平均車頭距離が L_0 であるから、(5.3)式を L_0 で除した値である。

5.2 ボトルネックゾーンの車速 V_{BZ}

渋滞の長さ $L_Q(t)$ は(5.3)式で表された。ここでボトルネックゾーンの車速 V_{BZ} はどのようなものかを理解する必要がある。図 5.1 は交差点を例にした説明図である。交差点に進入する車両は速度が V_L で、 T_0' なる車頭時間であり、交差点を車両は T_0 なる車頭時間に出て行く。信号 1 周期（この場合は $T_R + T_G$ ）で平均化した車頭時間は(3.3)式となることはすでに述べた。さて、この図は、渋滞に至る条件 ((4.4)式) で描かれている。すなわち、赤信号で出来た待ち車両群が青信号時間内に捌けない状態である。このような場合、(5.3)式に示すように、待ち行列は成長し渋滞にいたる。ボトルネックゾーンの車速 V_{BZ} は、信号 1 周期間 (T) の車両スループットが n_G ((3.1) 式) であるから、距離に換算すると $n_G L_0$ である。よって V_{BZ} は

$$V_{BZ} = \frac{n_G L_0}{T} \quad (5.4)$$

となる。

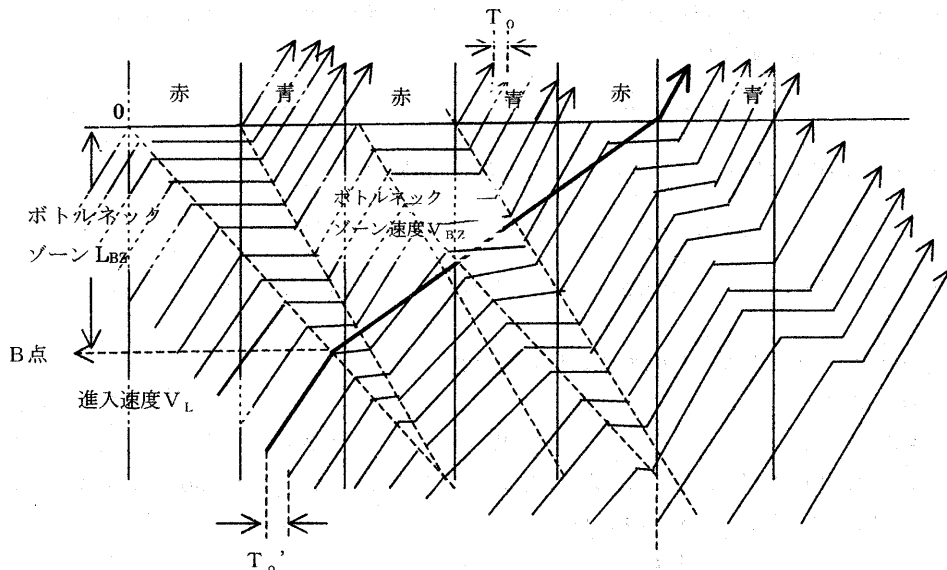


図 5.1 ボトルネックゾーンの車速 V_{BZ} (渋滞状態の交差点上流 B 点から交差点まで (図 2.1))

6. おわりに

道路交通の障害となるものを平面交差点信号も含めて、すべて統一的にひとつのモデルで処理することを考え、一応の結論を得た。これによって単一の障害による交通流は解析出来るとともに、交通渋滞の短期間予測も可能となるものと考えられる。また、交通流の改善策もこれによって可能になるものと予想されるが、今後の課題である。もっとも関心の高い都市交通にこれを適用するにはまだ不足することが多い。最大の課題は面的に存在する交差点の交通流をどのように考えるかである。しかし、差し当たり、ここで述べた理論を検証するための交通流の測定が当面の課題であろう。

文献

- 1) 高木 (他)：“道路交通のダイナミクス (I) - (VII)”，情報処理学会 ITS 研究会資料
サブタイトル
 - (I) 車両の発進特性と交差点スループット (2000. 3.3)
 - (II) 交差点車列生成とショックウェーブの挙動 (2000. 5.25)
 - (III) 交差点で生じる車列形成のダイナミクス (2000. 9.18)
 - (IV) $t-s$ ダイアグラムの定式化の基礎考察 (2000. 11.9)
 - (V) 疎な交通流下における単一交差点の信号の最適制御へのアプローチ (2001. 3.2)
 - (VI) 疎から蜜に向かう交通流 (2001. 9.6)
 - (VII) 交差点におけるショックウェーブと平均流量 (2002. 9.3)
- 2) 高木、谷口、藤木、神村、鈴木：“交差点における車両の挙動と青信号スループット”，
情報処理学会論文誌、第 42 巻 第 7 号 (平成 13 年 7 月)