解 説

ファジィ理論の基礎概念と情報処理への応用†

向 殿 政 男††

1. はじめに

ファジィ理論の基本的な考え方を紹介し，ファジィ理論の情報処理への応用とその役割について述べる．特に，ファジィ理論の基礎となっているファジィ集合，ファジィ論理とファジィ推論，およびファジィ測度などについてやさしく紹介し，それらが情報処理にどのように応用され，その特徴は何か，などについて解説する．

2. ファジィネスというあいまいさとファジィ理論

ファジィ集合に関する論文が，L. A. Zadeh により，1965年に発表[1]されて以来のファジィ理論とその応用の経緯，特にその批判，発展の様子などについては，すでに多くの解説などに紹介されている[2]．そこで，ここでは，まず，あいまいな情報の取り扱いという観点から，ファジィ理論の誕生の背景などについて振り返ってみる．

L. A. Zadeh が，数学的に厳密で精密な現代システム理論の研究を断念して，“あいまい”な情報の取り扱いの必要性を強く主張するようになったのには理由がある．彼自身の言葉によれば，“それまで，ほとんどあらゆる問題に対して数学的な解決法があると信じていた”[3]が，次第に疑問を感ずるようになり，ついに行き詰まってしまったと述べている．その理由は，

（1） 非常に複雑なシステムを取り扱うとき，従来の正確で厳密な解決法では不十分である……システムの複雑さが一定の限度を超えると必然的にあいまいさを帯びてきて，厳密に記述することが困難に，そして無意味になってくる，

（2） システム理論の中にも正確な定義づけができないような概念が多く存在する．……“徐々に変化する”システムとか“信頼しうる”システムなどを正確に記述するのは困難である，

（3） 人間の認識のほとんどが境界があいまいな概念で占められている……“古い”，とか“ほとんどの”とか，“～よりはるかに大きい”などは，人間は容易にその意味を理解できるにもかかわらず，数学的にどのように厳密に定義してみても人間にとっては不自然である．

などによる．その結果，これまでの数学の枠組が，すべての対象を（1）ある概念の事例である（イエス），（2）概念の事例ではない（ノー）のどちらかに分類するという正確さを要求していて，不正確さや部分的な正確さを容認しない点に問題があるとし，イエスとノーの中間的な所属度を認めるというファジィ集合の概念に至る．そしてシステムの正確な記述と意味のある記述との要請の間には，互に相容れない関係があり，これを**不適合性の原理** (Principle of Incompatibility) と呼び[4]，複雑なシステムを取り扱ったり，人間中心のヒューマンフレンドリなシステムを取り扱うためには，ある程度量的に正確で厳密な関係を犠牲にして，あいまいで定性的なものが必要になるという結論に至る．そして，それ以後，あいまいな情報の処理の重要性を主張し，そのための一つの理論としてファジィ集合の概念を基礎に置くファジィ理論を提唱して，その発展を積極的に進めていくことになるのである．

あいまいなものを取り扱うために1と0の中間の度合いを認める，といえば，だれでもすぐに確率論を思い出す．ファジィ理論が出現するまでは，あいまいなものを取り扱うための数学的理論としては，確率論が唯一のものであったと言って良いだろう．しかしあいまいさの種類は一つではない．たとえば，「この映画は面白かったか」と

---

† Fundamental Concepts of Fuzzy Theory and Their Applications to Fuzzy Information Processing by Masao MUKAIDONO (Dept. of Computer Science, School of Science and Technology, Meiji University).

†† 明治大学理工学部情報科学科

いう問に対して，0 と 1 の中間の値，たとえば 80 点という主旨で 0.8 という値を与えたからといって，この評価の値を確率の値と考えるのはむずかしいだろう．本来，確率で取り扱っているあいまいさは，与えられた事象はある概念に対してイエス（1）かノー（0）かのいずれかであるが，まだ発生していない，または，まだ聞いていないから分からないというあいまいさである．確率としての数値の与え方は，一般に，たとえば，上の例では映画を観た人の数に対して，面白かった（イエス…1）と言った人の数の比であり，まだ発生していない場合には，起こり得る可能性の全ての組み合せの中で，現象はランダムに発生すると仮定して，イエス（1）となる組み合せの数の比である．たとえば映画を観た人数，または全ての組み合せ 100 に対して，イエスが 80 ならば，確率は 0.8 となる．ここでの大前提は，前述したように原データはイエス（1）かノー（0）かのいずれかでなければならないことである．上の 80 点の意味で与えた 0.8 という評価値は，明らかに確率の数値とは異なるだろう．確率論で取り扱っているあいまいさは，ランダムネスと呼ばれる．これに対して，上の映画の評価のように属する（イエス），属さない（ノー）の間の連続的な度合いを認めたようなあいまいさは，時には主観的なあいまいさであり，これはファジィネスと呼ばれる．

複雑なシステムや人間が関与するようなシステムでは，このファジィネスをコンピュータでうまく処理できるように表現することがきわめて重要である．ファジィ理論では，ファジィ集合を用いてこれを表現している．そこで，まず，ファジィ集合の定義について復習してみる．

3. ファジィ理論の基礎概念

ファジィ理論の最も基本的なアイディアは，ファジィ集合の考え方にある．通常，集合と言えば，**図-1** で描かれるように，全体集合 U のある部分集合を A とすると，U のある要素は，A に所属するか，所属しないかのいずれかである．これは，正確には集合の特性関数

$$\lambda_A : U \rightarrow \{0, 1\}$$

を用いて，ある要素 a が A に所属しているときには $\lambda_A(a)=1$，ある要素 b が A に所属していないときは $\lambda_A(b)=0$ と定義される．所属している（1）か所属していない（0）かの境界が明確なために，このような通常の集合は**クリスプ集合**（クリスプとはパリパリとしたという意味）とも呼ばれることがある．これに対して，0 と 1 のみでなく，所属する度合いとしてその中間の任意の値を認めようというのが，**ファジィ集合**である（ファジィとは境界がぼやけてあいまいという意味）．クリスプ集合の特性関数に対するものは，ファジィ集合では，**メンバシップ関数**と呼ばれる．すなわち，**図-2** のように，全体集合 U（これは通常の集合である）のあるファジィ集合 A（厳密にはファジィ部分集合 A と呼ぶべきである）は，正確にはそのメンバシップ関数

$$\mu_A : U \rightarrow [0, 1]$$

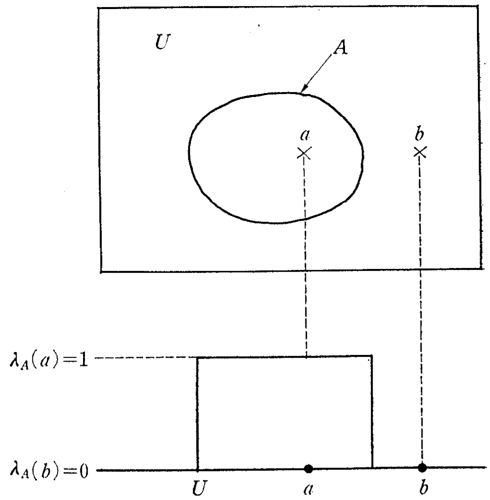


図-1 クリスプ集合

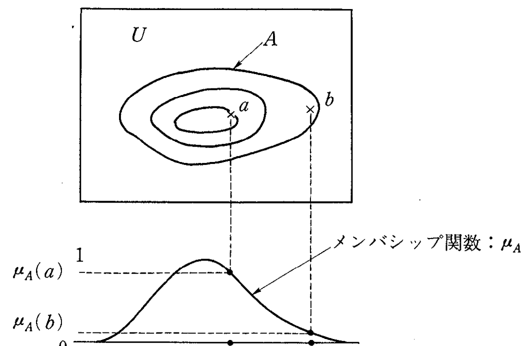


図-2 ファジィ集合

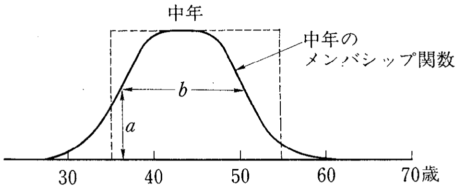


図-3 ファジィ集合の例

を用いて定義される．ある要素 a に対して，メンバシップ関数の値 $\mu_A(a)$ は，a がファジィ集合 A に所属している度合いを表していると解釈され，**グレード**とも呼ばれる．

たとえば，ここでよく例題として用いられる“中年”というファジィ集合を考えてみよう[5]．全体集合 U として年齢の集合をとるとして，たとえば**図-3** のように中年が35歳から始まって，55歳で終わるクリスプ集合として定義してみてもわれわれの直観とはなかなか一致しない．その最も大きな理由は1歳の違いで途端に中年になったり，中年でなくなったりするからである．そこで，その境界をなだらかにしたのがまさにファジィ集合であり，ここには，主として二つのあいまいさが表現されている．一つは，全体集合のある要素（この場合はある年齢）が中年という集合に所属する度合い，すなわち中年という概念に一致する度合い（図-3 の a）であり，もう一つは，中年という概念が表す広がり（図-3 の b）である．前者がファジィネスというあいまいさに対応する．中年の場合，広がりの b には意味があり，b の間の一つの数値に決めてしまっては正しい中年の意味を表しているとは言えない．ところが一方，問題によっては，正解は U の中のどれか一つであるのだが，今のところあいまいである．しかし，少なくとも b の幅の中のどれかであるという解釈も可能である．この場合には b の幅が大きくなればなるほどあいまいになる．ここでのあいまいさは non-specificity とも呼ばれる．このときのファジィ集合 A のメンバシップ関数の値 $\mu_A(e)$ は，U 上の変数 x が値として U の要素 e をとる可能性の度合いを表現していると解釈することとができる．このように，ファジィ集合 A は，変数 x が値として U の各要素をとるときの一つの制約（**ファジィ制約**とも呼ばれる）を表現するのに用いられているという解釈の下でファジィ集合を利用する理論に**可能性理論**があるが，ここではこれ以上触れない[6]．

通常の集合の場合と同様に，ファジィ集合の場合にも，集合演算が定義されており，次の三つが主なものである．

（1） 和集合

$A \cup B$: $\mu_{(A \cup B)}(x) = \mu_A(x) \vee \mu_B(x)$

（2） 積集合

$A \cap B$: $\mu_{(A \cap B)}(x) = \mu_A(x) \cdot \mu_B(x)$

（3） 補集合 A^C: $\mu_{A^C}(x) = \overline{\mu_A(x)}$

ここで，記号 $\vee$，$\cdot$，$-$ は論理演算であり，通常

$$a \vee b = \max(a, b)$$

$$a \cdot b = \min(a, b)$$

$$\bar{a} = 1 - a, \quad a, b \in [0, 1]$$

と定義される．クリスプ集合の場合，上の三つの集合演算で本質的には十分であったが，ファジィ集合の場合には，本質的に異なった集合演算が無限に定義可能である．また，上の三つの論理演算の定義は，0と1に限れば通常の二値論理の演算に一致するという条件を満たしているが，この条件を満たす論理演算もファジィ集合の場合には無限に定義可能である．ここにファジィ理論の理論としてのむずかしさがある．

ここで，クリスプ集合とファジィ集合との関係について簡単に触れておこう．A を全体集合 U のあるファジィ集合とする．[0, 1] の間のある値を α とするとき，A のメンバシップ関数の値が α より等しいか大きな値となるような U の要素の集合，すなわち，

$$A_\alpha = \{x \in U \mid \mu_A(x) \geq \alpha\}$$

を，A の α-カットという．**図-4** に示すように A_α はクリスプ集合となる．このとき，$\alpha \cdot A_\alpha$ は図-4 のように，A_α を α の値で頭を切った集合

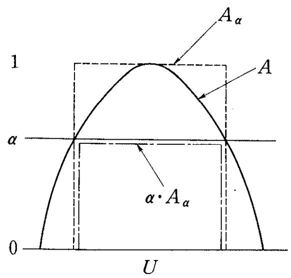


図-4 α-カット

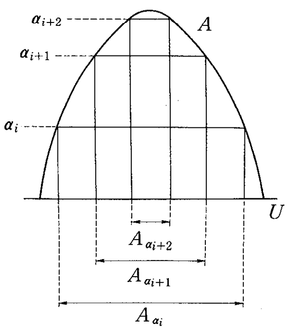


図-5　分解定理

となる．今，Aのメンバシップ関数の値が有限個 $\alpha_0=0<\alpha_1<\alpha_2<\cdots<\alpha_i<\cdots<\alpha_n=1$ であったとすると，$A_{\alpha i}(i=0, \cdots, n)$ は，

$$A_{\alpha 0}=U\supseteq A_{\alpha 1}\supseteq A_{\alpha 2}\supseteq\cdots\supseteq A_{\alpha i}\supseteq\cdots \supseteq A_{\alpha n}\supseteq\phi$$

となる（**図-5**）．このときファジィ集合 A は，クリスプ集合 $A_{\alpha i}(i=0, \cdots, n)$ を用いて，図-5 より近似的に，

$$A=\bigvee_{i=1}^{n}(\alpha_i\cdot A_{\alpha i}) \qquad (1)$$

と表現できることが分かる．(1)式は**分解定理**と呼ばれる．(1)式の意味していることは，ファジィ集合とは，

$\alpha_i<\alpha_{i+1}$ のとき

$A_{\alpha i}\supseteq A_{\alpha i+1}\quad(i=0, \cdots, n-1)$

を満たす度合い付きのクリスプ集合の集りを同時に表現しているとみなせるということである．なお，通常の理論では，ファジィ集合 A は，加算と乗算を用いて，

$$A=\sum_{i=1}^{n}(\alpha_i-\alpha_{i-1})\times A_{\alpha i}$$

$$=\sum_{i=1}^{n}(\alpha_i'\times A_{\alpha i}) \qquad (2)$$

ただし，$\alpha_i'=\alpha_i-\alpha_{i-1}\quad(\alpha_0=0)$

と分解できる．(1)式と(2)式の類似性，すなわち，加算（+）を $\vee$(max) 演算に，乗算（×）を・(min) 演算に置き変えた形になっていることに注意されたい．ファジィ理論と通常の理論との間では，上のように対応関係が付く場合が多い．

4. ファジィ理論の構成

ファジィ理論は，前章のファジィ集合という素朴な発想から出発して，現在では理論的にも応用的にも奥行きと幅のある理論に発展しつつある．しかし，ファジィ理論の基礎は，(1)ファジィ集合，(2)ファジィ論理，および (3)ファジィ測度の三つとみることができよう．それぞれの分野の基本的なキーワードを次にあげておく．

(1)　ファジィ集合

a)　ファジィ集合の定義

メンバシップ関数，凸性，α-カット，ノーマル，一致度，ファジィ関係，ファジィグラフ，ファジィ分割，分解定理

b)　ファジィ集合演算

t-ノルム，t-コノルム，含意，否定，凸結合，ファジィ数，拡張原理，ファジィ算術

(2)　ファジィ論理

a)　論 理 演 算

無限多値論理，ファジィ代数系，ファジィ命題，言語真理値，言語変数，言語ヘッジ

b)　ファジィ推論

直接法，ファジィ関係演算，言語近似，脱ファジィ化，間接法，真理値限定，真理値逆限定

(3)　ファジィ測度

非加法性測度，可能性測度，必然性測度，デンプスターシェファー理論，ファジィ事象，条件付ファジィ測度，ファジィ積分，λ-ファジィ積分，ショケ積分

ここでは，これらのすべてについて解説するゆとりはない．そこで，ファジィ理論の情報処理への応用に当たって，その基礎となる特徴的な考え方をそれぞれ一つずつ，すなわちファジィ集合では一致度について，ファジィ論理ではファジィ推論について，そして，ファジィ測度ではファジィ積分について，なるべく簡単な例を用いて解説することにする．

5. ファジィ理論の情報処理への応用

ファジィ理論は，最近，情報処理の各分野で盛んに応用されるようになってきた．それは，情報処理で基本となる各種の機能や手法に，たとえば，診断，評価，推論，検索，予測，意思決定，認識，モデリング，クラスタリング，計算法等々に，ファジィ理論の考え方がそのまま利用できるからである．ここでは，その基本となる三つの応用のされ方の例について紹介する．

1)　ファジィ集合と一致度

たとえば，中年という概念と熟年という概念とがどれくらい近いかを，どうやって求めたらよいであろうか．言葉の記号レベルの処理では，正確に一致しているか（1），一致していない（0）のいずれかであり，近いとか似ているとかの度合いを含んだ取り扱いはできない．ところが，ファジィ集合の一致度または適合度の考え方を用いるとこれが可能となる．

ある二つのファジィ集合同士の一致度の求め方には，いくつかのやり方がある．一つに，$\|A\|$ でファジィ集合 A のメンバシップ関数 μ_A の面積，または U の要素が有限の場合には，メンバシップ関数のグレードの総和を

$$\|A\|=\sum_{i=1}^{n}\mu_A(x_i)$$

で表すとすると，A，B の一致度として

$$\|A\cap B\|/\|A\cup B\| \tag{3}$$

を採用するものがある．ほかに，$|A|$ でファジィ集合の高さ，すなわちメンバシップ関数のグレードの一番大きい値

$$\bigvee_{x\in U}\mu_A(x)$$

を表すとすると，A，B の一致度を

$$|A\cap B|=\bigvee_{x\in U}(\mu_A(x)\cdot\mu_B(x)) \tag{4}$$

とするものがある．後者のほうが簡単であり，一般によく用いられている．たとえば，後者の一致度を用いれば，熟年という概念を**図-6** のように定義したとすると，図より中年と熟年の一致度は 0.5 となる．中年，熟年，…などのいくつかの標準的な言葉がファジィ集合としてすでに定義されているとき，新しい概念，たとえば，“ほぼ50歳” が出てきたとき，標準的な言葉とどれだけ近いかなども，たとえば図-6 のように “ほぼ 50 歳” のメンバシップ関数を定義すれば，0.8, 0.6, … のように計算することができる．特に，（4）式の場合，B が U のある一つの要素 b を表しているときには

$$|A\cap B|=\mu_A(b)$$

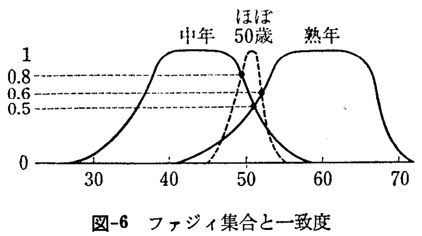


図-6　ファジィ集合と一致度

となり，A の b におけるグレードとなる．

2)　ファジィ論理とファジィ推論

U 上のファジィ集合 A には

“x は A である”$=A(x)$

というファジィ述語が対応している．ただし，x は U の要素をとる変数である．このとき，x がある要素 a をとったとき，$A(a)$ はファジィ命題となり，その真理値 Truth $(A(a))$ は

$$\mathrm{Truth}\,(A(a))=\mu_A(a)\in[0,1]$$

で与えられると考える．このように命題の真理値として，〔0, 1〕の任意の値をとるような論理（または真理値として〔0, 1〕上のファジィ集合をとる場合もある）をファジィ論理という．ファジィ論理は，次のファジィ推論の基礎理論となっている．まず，

“x は A である”⇒“y は B である”：ルール

“x は A' である”　　　　　　：事実

という一つのルールと一つの事実が与えられたとする．このとき，どのようにして，新しい結論

“y は B' である”

を導くかというのが，ファジィ推論の基本である．ただし，A，A' はある全体集合 U の，B と B' とは一般的には U とは異なる全体集合 V のファジィ集合である．ここでの問題は，ルールの前提 A と事実 A' が一般に異なっているとき，結論 B' を B からどのようにして求めるかということである．一般的な解法は，A と A' との一致度により B を修正して B' を求めるものである．修正の仕方も，一致度を α とするとき，

$$B'=\alpha\cdot B \tag{5}$$

$$B'=\alpha\times B \tag{6}$$

の二つが主なものである（**図-7**）．（5）は特に頭切り法とも呼ばれる最もよく用いられてる方法である．一般にルールは一つだけではない．二つ以上のルールが存在する場合には，おのおののルー

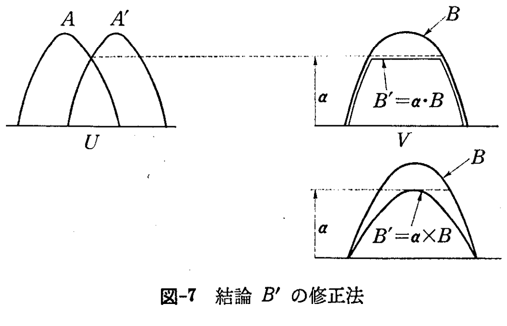


図-7　結論 B' の修正法

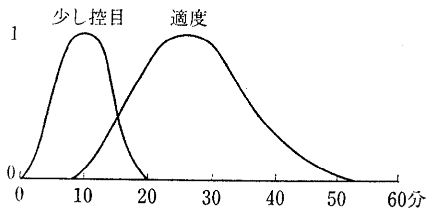


図-8 “少し控目” と “適度” な運動のファジィ集合

ルに対して上の方法でおのおのの結論を求め，それらの和集合をもって最終出力としている．ファジィ推論の簡単な1例をあげてみよう[5]．次のような二つのルールと一つの事実があったとする．

“中年”⇒“適度” な運動　　：ルール 1
“熟年”⇒“少し控目” な運動　　：ルール 2
“ほぼ50歳である”　　：事実

ここで，“少し控目” と “適度” な運動は，たとえば運動をやる時間に対するファジィ集合として，**図-8** のように与えられていたとする．“中年” と “熟年” に対する “ほぼ50歳” の一致度は，図-6よりそれぞれ0.8と0.6であった．そこで，修正法として（5）を採用すれば**図-9** のように，それぞれのルールの出力は，“適度” と “少し控目” を0.8と0.6で頭を切ったものとなる．最終出力 B' は，これらの二つの和集合をとった図-9の斜線で示されるファジィ集合となる．言葉として最終出力を欲しい場合には，斜線のファジィ集合に最も近い標準的な言葉として定義されているファジィ集合を見い出し，その対応するファジィ集合の名称を出力すればよい（これを言語近似の問題と言う）．もし，一つの数値として最終出力を欲しい場合には，ファジィ集合を一つの数値で表現しなければならない．これを**脱ファジィ化**と言う．脱ファジィ化で最も良く用いられる方法は，メンバシップ関数の重心を求めるもので，**重心法**と呼ばれる．たとえば図-9の場合，面積を二分する点として，たとえば 22 分という一つの数値としての解答が得られることになる．

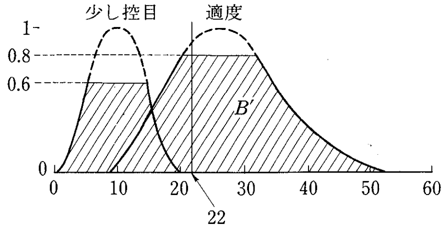


図-9 例題の最終出力

ここで紹介したファジィ推論の方法は最も簡単なものであるが，ファジィ制御などでよく用いられている方法である．すなわち，制御における制御則を上のように言葉によるルール群として表現し，ファジィ推論により制御量を決定しているのがファジィ制御である．最近，地下鉄，エレベータ，乗用車，及び各種家電製品などに盛んにファジィ制御が利用され，その有効性が喧伝されているが，これらは全て，基本的には専門家により制御のためのルールが与えられて，上で紹介したファジィ推論により制御量を決定するという方法で知的な制御を行っていると言って良い．

3)　ファジィ測度とファジィ積分

測度（尺度）とは，一般的にはものを測るときに与える一つの数値，またはその数値を与える数学的な取り決めのことを言う．特に，U をある全体集合とし，A，B をその通常の部分集合とするとき

$$m(\phi)=0, \quad m(U)=1 \tag{7}$$

$$A\cap B=\phi \text{ ならば } m(A\cup B)=m(A)+m(B) \tag{8}$$

を満足する U の部分集合から〔0, 1〕への写像

$$m:\{A\,|\,A\subseteq U\}\rightarrow [0,1] \tag{9}$$

を測度と言う．(8)式は**加法性の条件**と言い，A の測度は，A を構成している各部分の測度の総和で与えられることを意味している．たとえば，**表-1** の三つの問題 1, 2, 3 に対する A 先生のテストの配点（表では100点満点になっているが，以後各点は100で割って，数値は0と1との間の数として考えることにする）を参照されたい[5]．この配点を測度 m_A と考えると，

表-1 ファジィ測度としての配点例

正解の問題	A先生	B先生	C先生
なし：ϕ	0	0	0
1	25	50	10
2	35	60	20
3	40	70	30
1, 2	60	70	50
1, 3	65	80	60
2, 3	75	90	70
1, 2, 3：U	100	100	100

$$m_A(\{1,2\})=m_A(\{1\})+m_A(\{2\})$$
$$=0.25+0.35=0.6$$

のように確かに(8)式の加法性の条件が成立している．ところが，もし，表-1 のB先生（問題の内容にはダブリがあるから二つ以上の正解は，おのおのの配点の和より少なくてよいはずという意見）やC先生（たくさん問題ができることを高く評価したい）のような配点をしたとすると，もはや加法性の条件は成立せず，従来の意味での測度とは言えない．ファジィ測度とは，これらも測度の一種として認めようとするものである．すなわち，(9)式の写像が

$$m(\phi)=0, \quad m(U)=1$$
$$A\supseteq B \text{ ならば } m(A)\supseteq m(B) \qquad (10)$$

の二つを満たすとき，mを**ファジィ測度**と言う．ファジィ測度は従来の測度の条件をゆるめたもので，(10)式は**単調性の条件**と言う（加法性の条件が成立すれば，常に単調性の条件を満たしていることは容易に示される）．

B, C先生の配点 m_B, m_C はファジィ測度の定義を満たしており，

$$m_B(\{1,3\})=0.8<m_B(\{1\})+m_B(\{3\})$$
$$=0.5+0.7$$

のようなファジィ測度は劣加法性，

$$m_C(\{1,3\})=0.6>m_C(\{1\})+m_C(\{3\})$$
$$=0.1+0.3$$

のようなファジィ測度は優加法性であると言われる．

ファジィ測度の定義のみを見ると，ファジィ理論には無関係のようにみえるが，実は，ファジィ集合を可能性の度合いを表しているという解釈をすることにより，典型的なファジィ測度が現れる．たとえば**図-10** で，30 歳〜35 歳の人が中年である可能性（これを Poss（〔30, 35〕）と記す）は，図から最も可能性の高い値

$$\mathrm{Poss}([30,35])=|[30,35]\cap \text{中年}|=0.4$$

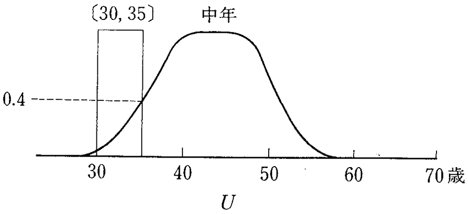


図-10　可能性の値

として与えるのが妥当であろう．

すなわち，〔30, 35〕は通常の集合であり，上式は通常の集合とファジィ集合との一致度に相当している．このように全体集合 U の通常の部分集合 A（上の場合，〔30, 35〕）が U のあるファジィ集合 B（上の場合，中年）である可能性を

$$\mathrm{Poss}(A)=|A\cap B|$$

と定義するとき，この Poss は**可能性測度**と呼ばれるが，これは明らかにファジィ測度になっている．

一方，ファジィ測度に基づく積分（**ファジィ積分**と呼ばれる）もファジィ理論に強く関係していて，あいまいな対象の評価などに応用されている．たとえば上の例で問題 1，2，3 に対する採点の結果が，正解(1)，不正解(0)のみでなく，$U=\{1,2,3\}$ 上のファジィ集合で与えられているとする．いま，**図-11** のようにa君，b君の評価がそれぞれ $E_a=\{0.6/1, 0.65/2, 0.8/3\}$，および $E_b=\{0.75/1, 0.4/2, 0.85/3\}$ のファジィ集合で与えられたとする．A, B, C 各先生は a 君と b 君どちらが総合的にできると判断するだろうか．これは，ファジィ積分により評価できる．ファジィ集合 A を，ファジィ測度 m でファジィ積分するとは，正確には

$$\oint A\circ m=\bigvee_{A'\subseteq U}\Big(\bigwedge_{x\in A'}\mu_A(x)\Big)\cdot m(A')$$

と定義されるが，これは，図-5 において，μ_A の値を小さい順からそれぞれ $\alpha_0=0<\alpha_1<\alpha_2\cdots<\alpha_n$ とするとき

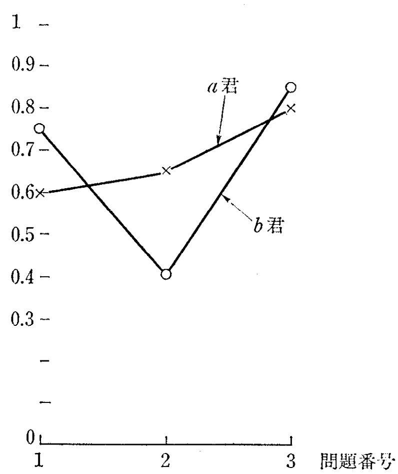


図-11　ファジィ集合による評価

表-2 例題のファジィ積分の値

	A先生	B先生	C先生
a君	0.65	0.7	0.65
b君	0.65	0.75	0.6

$$\oint A \circ m = \bigvee_{i=1}^{n} \alpha_i \cdot m(A_{\alpha i}) \qquad (11)$$

と等しい．ここで $A_{\alpha i}$ は A を α_i で α-カットしたクリスプ集合である．図-11 で，たとえば，B 先生のファジィ測度 m_B で a 君のファジィ集合 E_a をファジィ積分してみると，

$$\oint E_a \circ m_B = 0.6 \cdot m_B(\{1,2,3\}) \vee 0.65 \cdot m_B(\{2,3\}) \vee 0.8 \cdot m_B(\{3\}) = 0.6 \cdot 1 \vee 0.65 \cdot 0.9 \vee 0.8 \cdot 0.7 = 0.7$$

となる．同様に計算してみると**表-2** となり，A 先生の測度では両者は等しいが，B先生ではb君が，C先生ではa君が良いという判断が得られる．

ここでファジィ積分と通常の積分との類似性について述べておこう．図-5 でタテ割りに基づく通常の積分は，m を通常の測度とするとき，

$$\int A dm = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i \times m(A_{\alpha i+1} - A_{\alpha i})$$

となるが，横割りに基づく積分に変えると，これは

$$\int A dm = \sum_{i=1}^{n} (\alpha_i - \alpha_{i-1}) \times m(A_{\alpha i})$$

と等しい．$\alpha_i - \alpha_{i-1} = \alpha_i'$ と置くと上式は

$$\int A dm = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i' \times m(A_{\alpha i}) \qquad (12)$$

となる．(11)式のファジィ積分と(12)式の通常の積分の違いは，max↔加算，min↔乗算であり，α_i を α_i' と置き変えたものに等しい．ファジィ理論での分解定理(1)式と通常の理論での分解(2)式との関係の類似性が，ここでも成立している．

6. ファジィ理論の情報処理における役割

情報処理において，ファジィ理論が果たしている従来にない新しい役割とその特徴についていくつか考えてみよう．

まず，あいまいな情報の処理があげられる．前述したように特に，(1)複雑なシステムを取り扱う場合，(2)データが不正確だったり一部分しか定義されていない場合，(3)研究対象が明確でない場合，(4)人間の感性や感情に関する情報を取り扱う場合等々に，あいまいな情報や対象をファジィ集合として表現し，前章で紹介したようなファジィ理論に基づく処理により，あいまいな情報を取り扱うことができる．しかし，ファジィ集合のメンバシップ関数の値をどのような根拠で定義するのかという疑問が残る．たとえば，図-3の中年のメンバシップ関数はどのように定義されるべきなのであろうか．ファジィ理論では，その中年という言葉を用いた人がある程度主観的に決めて良いとしている．いったん決まってしまったメンバシップ関数は数値で表現された厳密な研究対象であるが，それを決める根拠にはあまりこだわる必要はない，としている．このメンバシップ関数の定義そのものに自由さとあいまいさを吸収させている．このためにこそ，ファジィ理論により人間の主観などを研究対象に織り込むことができるのである．

あいまいな情報の取り扱いの二つ目の特徴として，ファジィ集合は，前述したようにある変数が全体集合上の要素を値としてとる可能性の度合いを表しているという可解性理論の解釈がある．この考え方に従えば，確率論のように最初は幅のあるあいまいな表現が，いろいろな他のあいまいな情報を加えたり処理したりすることを通して，その幅をだんだん狭くしていって，あいまいさを減少させて明確にしていくというアプローチが可能となる．

次に，ファジィ集合には，記号表現と数値表現の両方の概念が含まれているという特徴により，これまでにない役割をファジィ理論は情報処理において果たしている．たとえば，図-3 の中年という言葉は，ファジィ集合の**名称**または**ラベル**と呼ばれる記号表現であり，そのメンバシップ関数は数値表現である．ファジィ理論では，ラベルとメンバシップ関数とを意識的に分けて，ファジィ集合は両方の概念を同時に含んでいるとしている．この発想により，言語という記号表現されたものの意味をメンバシップ関数という数値表現で表すことにより，より柔軟な処理が可能となり，自然言語の意味表現などに利用できることになる．また，逆に，数値データの関係をそれを言語で表現するという言語モデリングなどが可能になる．さらに，記号同士の0（一致しない）と1（一致した）の値しか得られないエグザクトマッ

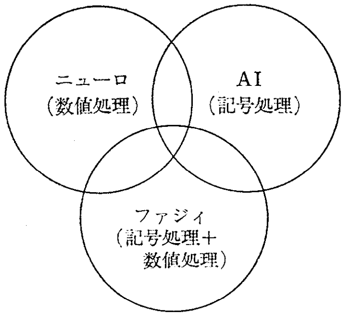


図-12 AI，ファジィおよびニューロ

チングに対して，記号に対応するメンバシップ関数の一致度は，閉区間〔0, 1〕の値を出力するソフトマッチングの手法を与えている．これは，データベースなどの検索などに応用される．

次に，ファジィ理論は，エキスパートシステムを構築するための新しい手法を与えている．これは，ファジィ推論の直接の利用である．すなわち，エキスパートの知識は，通常，言葉で表現され，その言葉の意味は一般にあいまいであり，主観的である．知識を言葉でルールの形で表現してもらえば，その言葉をファジィ集合と解釈することにより，ファジィ推論の考え方がそのまま利用できるのである．ファジィ推論を用いれば，ルールを正確に記述する必要もないし，記号レベルのみの推論に比べれば，ルールの数も極端に少なくすることができる．

最後に，ファジィ理論と AI およびニューロネットワークとの関係について述べてみる．これまでの AI 研究の主流は，記号処理である．一方，ニューロは数値処理が主である．前述したように，ファジィ理論は記号処理と数値処理の両方を含んでいる．よって，ファジィ理論が，AI とニューロとの橋渡しをする役割を担うことができ，知的情報処理の重要な位置を占めていると言えよう．事実，最近は，ファジィ理論とニューロネットワークの融合の研究が活発である．そこでのファジィ理論の役割りは人間に分かりやすい知識情報の表現であり，ニューロネットワークは，学習に主として用いられている．

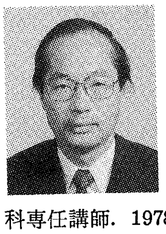
7. あとがき

情報処理で利用されるファジィ理論の基本的な事項のいくつかについて紹介してきた．ファジィ理論は，今後，これまでのコンピュータを用いた情報処理技術に加えて，AI およびニューロネットワークとともに，それぞれの長所を生かし合い，欠点をお互に補い合いながらソフトコンピューティングとも呼ぶべき知的でやわらかな，そしてヒューマンフレンドリな情報処理技術へと融合されていくことを期待したい．

参　考　文　献

1) Zadeh, L. A.: Fuzzy Sets, Inf. Control, Vol. 8, pp. 338-353 (1965).
2) 広田：ファジィ情報処理応用の現状と展望，情報処理，Vol. 30, No. 8, pp. 913-919 (1989).
3) Zadeh, L. A.: The Birth and Evaluation of Fuzzy Logic,（本田賞受賞記念講演）日本ファジィ学会誌，Vol. 2, No. 1, pp. 2-11 (1990).
4) Zadeh, L. A.: Outline of a New Approach to the Analysis of Complex Systems and Decision Process, IEEE Trans. on Systems, Man and Cybernetics, SMC-3, pp. 28-44 (1973).
5) 向殿：ファジィ集合論，ファジィ測度論，ファジィ推論，ファジィ応用ハンドブック（山川監修），工業調査会 (1981).
6) Zadeh, L. A.: Fuzzy Sets as a Basis for a Theory of Possibility, Fuzzy Sets and Systems, Vol. 1, pp. 3-28 (1978).

（平成4年8月20日受付）



向殿　政男（正会員）

1942年生．1965年明治大学工学部電気工学科卒業．1970年同大大学院博士課程電気工学専攻修了．工学博士．同年明治大学工学部電気工学科専任講師．1978年同大工学部電子通信工学科教授．1979年カリフォルニア大学バークレー校客員研究員，1985年明治大学情報科学センター所長，1988年同大理工学部情報科学科教授．多値論理，フェールセーフ理論，ファジィ理論，フォールトトレラントシステム，計算機の論理設計などの研究に従事．（社）私立大学情報教育協会常務理事．電子情報通信学会，電気学会，日本ファジィ学会，人工知能学会，IEEE 各会員．