

## ガウス混成モデルによる ボケ像修正ウィナーフィルタ

高橋秀和

山根延元

森川良孝

岡山大学 工学部

700-8530 岡山市津島中 3-1-1

Phone. 086-251-8128

E-mail. hidekazu@shingou.elec.okayama-u.ac.jp

あらまし 本論文では、ガウス混成モデルに基づくウィナーフィルタ(WF)を雑音の重畳したボケ像の修正フィルタに応用する。このWF法は、画像の局所ブロック内の信号列を有限個のガウス定常過程に分類し、各過程毎にWFを適用することで、画像の局所的統計量の変化に対する適応化を図るものである。本法をボケ像修正フィルタに適用する場合、ボケによる信号電力の減少のため、モデルの検出誤差が増加し、復元能力が低下することが考えられる。その一対策法として混成モデルのパラメータ検出に正則化法を導入する。最後に、シミュレーション実験結果を示し、有効性を明らかにする。

キーワード 画像復元フィルタ, ウィナーフィルタ, ガウス混成モデル, 正則化法

## Wiener Filter based on the Gaussian Mixture Distribution Model for Blur Restoration

Hidekazu TAKAHASHI

Nobumoto YAMANE

Yoshitaka MORIKAWA

Faculty of Engineering, OKAYAMA University

3-1-1 Tsushima-naka, Okayama-shi 700-8530, Japan

Phone. (+81)86-251-8128

E-mail. hidekazu@shingou.elec.okayama-u.ac.jp

Abstract In this paper, a Wiener Filter(WF) based on the Gaussian mixture distribution model is adopted to restoration of blurred mages with additive noise. In this method, image signals in local blocks are classified into finite number of Gaussian processes and WF's are applied to each process individually to adapt WF to local variation of image statistics. In the case of restoring bured images, detection of the model parameter is significantly suffered with noise and performance of restoration is reduced. To improve detection of the model parameter, a regularization method is adopted. Finally simulation results show the efficiency of the proposed method.

key words image restoration filter, Wiener filter, Gaussian mixture distribution model, regularization

## 1 はじめに

ボケや雑音による劣化画像の復元フィルタとして、ウィナーフィルタ (WF) は原画像とフィルタ出力画像の間の歪みを最小とする意味で最適なフィルタである。一般に画像信号は強い非定常性を有しているため、そのWF係数は局所的な統計量変化に応じて適応的に変化するものとなる [1][2]。このような適応的WFの実現法として、ガウス混成モデル [3] に基づく雑音除去フィルタが提案されている [4]~[6]。この方法は、画像の局所ブロックの信号を有限個のガウス定常過程に分類し、各ガウス定常過程に対して予め導出しておいたWFを適用するものである。本論文ではこの手法を雑音の重畳したボケ像の修正フィルタに応用する。

以下、ガウス混成モデルとして処理の容易な方向性電力モデルを採用し、実際の画像を用いたシミュレーション実験を行って復元能力の検討を行う。方向性電力モデルでは、まず画素のブロックをブロック内の信号の勾配の方向と方向性の強さに応じて方向性のクラスに分類する。次に、各クラスに属するブロックをそのマハラノビス汎距離に応じて平均電力の異なるクラスに分類する。この方向性電力モデルにより、比較的低雑音の雑音除去WFの場合、クラス分け後の信号列を完全に定常化した場合に近い雑音除去能力が得られることが知られている。しかし、この方法をボケ像修正フィルタに適用する場合、ボケが大きくなると観測画像の高周波信号電力が減少するため、観測雑音によりモデルを誤って検出する可能性が増加すること等の問題点が考えられる。この問題点の対策法として平均電力モデルにおけるクラスの検出にリッジ推定による正則化法を導入する。最後に、計算機シミュレーションにより、提案法の有効性について明らかにする。

## 2 ボケ像修正WF

本章では、はじめにWFについて説明し、ボケ像修正WF係数の導出方法について述べる。

図1に示すように、画像を  $M \times M$  画素の正方ブロックに分割し、各ブロック内の信号を広義定常過程と仮定する。WFは同図  $S_r$  で示すサポート領域内にインパルス応答を持つ FIR フィルタとし、次式で表す。

$$\begin{aligned} \hat{x} &= Xc \\ \hat{x} &= [\hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_{M^2}]^T \end{aligned} \quad (1)$$

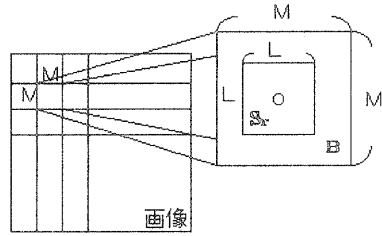


図1: ブロック  $B$  とフィルタサポート領域  $S_r$  の説明図

$$\begin{aligned} X &= [x_1, x_2, \dots, x_{L^2}] \\ c &= [c_1, c_2, \dots, c_{L^2}]^T \end{aligned}$$

但し、 $\hat{x}$  は  $B$  内のフィルタ出力信号ベクトル、 $c$  はフィルタ係数ベクトル、 $X$  は  $c_i$  に対応する観測信号のベクトル  $x_i$  を列ベクトルに持つ行列を表す。原画像信号を  $\tilde{x}$ 、そのフィルタ出力を  $\hat{x}$  とすれば、WF係数  $c$  はフィルタ出力  $\hat{x}$  と原画像とのひずみ電力  $J$  を最小とするものとなる。

$$J = E_{\tilde{x}} E_n \|\tilde{x} - \hat{x}\|^2 \quad (2)$$

但し、 $E_{\tilde{x}}$ 、 $E_n$  はそれぞれ原画像および観測画像に付加された雑音に関する期待値を表す。

フィルタ出力画像の平均値を保存し、ブロックひずみの発生を防ぐため、フィルタ係数の総和を1にする拘束条件の下で、 $J$  を最小とする  $c$  を導出すれば次式となる。

$$\begin{pmatrix} c \\ \lambda \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{R} & \mathbf{1} \\ \mathbf{1}^T & 0 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \hat{r} \\ 1 \end{pmatrix} \quad (3)$$

但し、 $\hat{R}$ 、 $\hat{r}$  は観測画像の共分散行列、共分散ベクトルを表し、 $\mathbf{1}$  は要素が1のベクトルである。ボケのインパルス応答、原画像の共分散及び付加雑音の共分散が与えられればフィルタ係数を決定することができる。

本法では、原画像の共分散行列の推定をブロック内の信号列にガウス混成モデルを当てはめることによって行い、フィルタ係数をブロック単位に適応化する。

## 3 方向性電力モデル

本章では、ガウス混成モデルとして、提案法で採用した平均電力モデルと方向性モデルの積モデルである方向性電力モデルについて述べる。

### 3.1 平均電力モデル

$M \times M$  画素のブロック内の信号列からブロック内平均を除去した信号列を広義定常過程と仮定し、その一次元に走査して得られたベクトルを  $\mathbf{x}$  とする。 $\mathbf{x}$  は零平均で共分散行列  $\mathbf{R}$  をもつと仮定する。平均電力モデルでは画像を広義定常過程としたときのブロック内信号列の共分散行列  $\bar{\mathbf{R}}$  を、画像の局所電力変化に適合するよう、次式のように構造化する。

$$\mathbf{R}_k = \epsilon_k^2 \bar{\mathbf{R}} + \sigma_n^2 \mathbf{I} \quad (4)$$

但し、 $\epsilon_k^2$  は混成モデルのパラメータ、 $\sigma_n^2$  は画像信号に付加される雑音を白色雑音と仮定した時の雑音電力を示す定数である。また  $\epsilon_k^2$  は、 $\epsilon_k^2 = \alpha \epsilon_{k-1}^2$  と選ぶ。入力ベクトル  $\mathbf{x}$  に対する  $\epsilon_k^2$  の検出は、 $\mathbf{x}$  の DCT 係数ベクトル  $\mathbf{y}$  が無相関と仮定して次式の統計量  $r_k^2$  を用いて行う。

$$\begin{aligned} r_k^2 &= \mathbf{y}^T (\epsilon_k^2 \bar{\mathbf{R}} + \sigma_n^2 \mathbf{I})^{-1} \mathbf{y} \\ &= \sum_{m=1}^N \frac{y^2(m)}{\epsilon_k^2 \bar{\sigma}^2(m) + \sigma_n^2} \end{aligned} \quad (5)$$

式 (5) の両辺の期待値をとれば、次式が成り立つ。

$$E[r_k^2 | \epsilon_k^2] = E\left[\sum_{m=1}^N \frac{y^2(m)}{\epsilon_k^2 \bar{\sigma}^2(m) + \sigma_n^2}\right] = N \quad (6)$$

従って、式 (6) より、 $r_k^2$  が  $N$  にもっとも近くなる  $\epsilon_k^2$  が、 $\epsilon_k^2$  の不偏推定の近似となる。

提案法では、 $\epsilon_k^2$  の検出精度の向上を図るために式 (5) の代わりに次式の  $r_k^2$  を求め、この  $r_k^2$  が  $N$  に最も近い  $\epsilon_k^2$  を検出結果とする。

$$r_{k,\delta}^2 = \sum_{m=1}^N \frac{y^2(m) + \delta^2}{\epsilon_k^2 \bar{\sigma}^2(m) + \sigma_n^2 + \delta^2} \quad (7)$$

ここで、 $\delta^2$  は正則化定数である。上式は、 $\bar{\sigma}^2$  が小さい高周波成分への雑音の影響を低減するためにリッジ推定による正則化法を導入したものであり、式 (6) を満たすように不偏化している。 $\delta^2$  は後の実験において決定する。

### 3.2 方向性モデル

各ブロックをエッジの方向とその方向性の強さにより分類する。方向性としては、 $\pi/D_d$  刻みに  $D_d$  方向に分類する。さらに各方向をその方向性の強さにより、 $D_p$  種類に分類する。これに無方向のクラスを一つ加えて、合計  $D = D_d \times D_p + 1$  種類のクラスに分類する。また、方向性およびその強さの推定には Bjontegaard の方法 [7] を用いる。

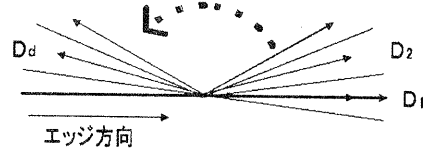


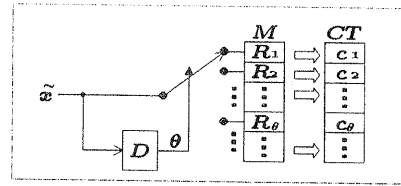
図 2: 方向性の説明

### 3.3 方向性電力モデル

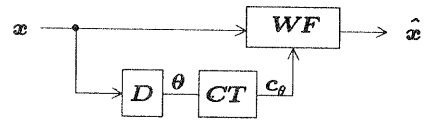
このモデルでは、先ず方向性モデルにより画素のブロックをエッジの方向とその強さに応じて分類し、更に各方向性クラス毎それぞれ独立に平均電力モデルを当てはめる。このモデルは、雑音除去WFの場合、ブロック内信号の共分散行列をパラメータとし最尤推定によりクラス分けを行う方法に近い復元能力を与えることが知られている [4]。

## 4 提案法

本章では、今回使用したガウス混成モデルによるボケ像修正WFの構成について述べる。図3(a)に



(a) フィルタ係数の導出



$D$ : モデル検出器       $WF$ : ウィナーフィルタ       $\tilde{\mathbf{x}}$ : 原画像列  
 $M$ : 方向性電力モデル       $\theta$ : パラメータ       $\mathbf{x}$ : 観測画像  
 $CT$ : WF係数表       $R_{\theta}$ : 共分散行列       $\hat{\mathbf{x}}$ : 復元画像

(b) 構成

図 3: 提案法の構成

示すように、本提案法では予め原画像を用いてガウス混成モデルの各要素過程のWF係数を作成するが、混成モデルを普遍化するため、様々な画像列をトレーニング系列として用いる。以下にフィルタ係数の導出法及び復元処理手順を示す。

[WF係数の導出法]

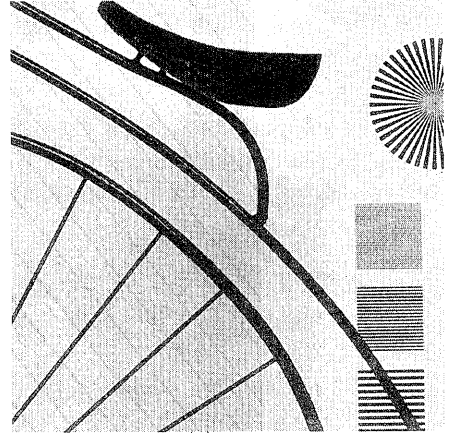
・原画像信号列を  $M \times M$  の大きさの正方ブロック

に分割し、ブロック内信号列  $\hat{x}$  に対して平均電力モデルを当てはめ、各クラスの共分散行列  $\mathbf{R}_\theta$  を求める。

- ・各クラスの  $\mathbf{R}_\theta$  とボケのインパルス応答から、観測画像における各クラスの共分散行列  $\hat{\mathbf{R}}_\theta$  を求め、式 (3) に従ってフィルタ係数  $c_\theta$  を導出する。

[復元処理手順]

- ・図 3(b) に示すように観測画像を  $M \times M$  の大きさの正方ブロックに分割し、各ブロックごとに方向性電力モデルのクラスパラメータ  $\theta$  を判定する。このとき平均電力モデルの検出において式 (7) の  $\hat{\sigma}^2$  はボケ画像における DCT 係数の分散とする。
- ・WF 係数表からパラメータ  $\theta$  のウィナーフィルタ係数  $c_\theta$  を選択し、ブロック内画像の復元を行う。



(a)n5\_06

## 5 計算機シミュレーション

この章では本フィルタの復元能力を確かめるために計算機シミュレーション実験結果を示し、本フィルタの有効性と問題点を明らかにする。

### 5.1 実験条件

はじめに実験条件を示す。

- ・実験対象画像は ISO/JIS-SCID の画像から蘭の花の部分を取り取った “n6\_00”, “n6\_02”, 車輪の部分を取り取った “n5\_06” を用いる。いずれも、 $512 \times 512$  画素の 256 階調濃淡画像である。
- ・ブロックサイズは  $M = 8$  とする。
- ・ボケはインパルス応答が次式で与えられるガウス型ボケとする。

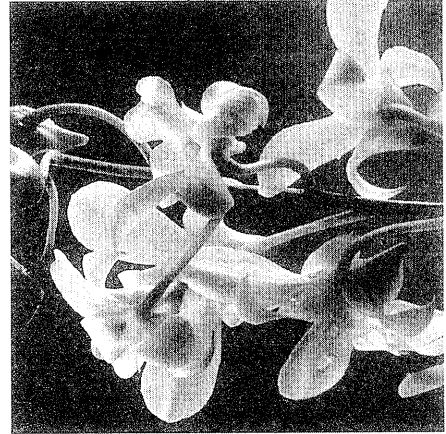
$$A(m, n) = \exp\left(\frac{-(m^2 + n^2)}{2\sigma_b^2}\right) \quad (8)$$

但し、 $A(m, n)$  は総和が 1 に正規化する。

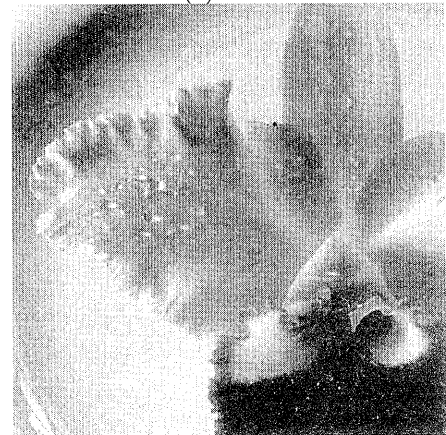
- ・雑音として分散  $\sigma_n^2$  のガウス型乱数を加える。
- ・ガウス混成モデルは簡単のため対象画像の原画像のみを利用し作成する。
- ・平均電力モデルにおける混成モデルの分解能は  $\hat{\epsilon}_{k+1}^2 = e^{0.21} \hat{\epsilon}_k^2$  とする。
- ・評価量としては次式で定義される相対的信号対雑音比 ( $RSNR$ ) を用いる。

$$RSNR = 10 \times \log_{10} \frac{D_0}{D_f} [dB] \quad (9)$$

ここで  $D_0, D_f$  はそれぞれ、観測画像と原画像、WF 出力画像と原画像の間のひずみ電力を表す。



(b)n6\_00



(c)n6\_02

図 4: 原画像

## 5.2 予備実験

### 1. フィルタサポートサイズ $L$ の決定

RSNR はフィルタサポートサイズ  $L$  の増加につれて増加するが、表 1 に示す値でほぼ飽和したため、以下の実験ではこれらの値とする。

表 1: ボケの大きさ  $\sigma_b^2$  と復元のサポートサイズ  $L$  の関係

ボケの大きさ $\sigma_b^2$	0.5	1.0	2.0	3.0
復元のサポートサイズ $L$	5	7	11	13

### 2. 方向性モデルの方向数 $D_d$ とその方向性の強さのクラス数 $D_p$ の決定

図 5 に、方向性モデルの  $D_p$ ,  $D_d$  と RSNR の関係を画像 “n6\_00” の場合を例として示す。  $D_p$  は 2 で、  $D_d$  は 12 でほぼ最適となっており、他の画像においても同様な傾向が見られるため、以下の実験では  $D_p = 2, D_d = 12$  を採用する。

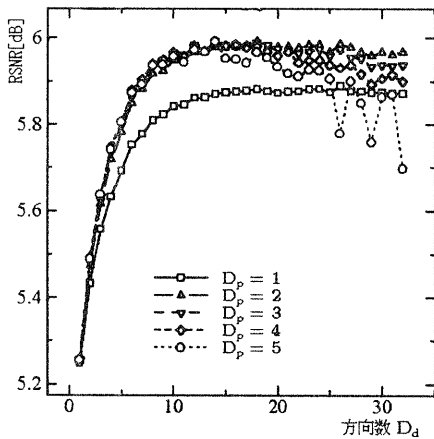


図 5:  $D_p$ ,  $D_d$  と RSNR の関係 (画像 “n6\_00”,  $L = 7$ ,  $\sigma_n^2=1.0$ ,  $\sigma_b^2=1.0$ )

### 3. 正則化定数 $\delta^2$ の決定

式 (7) における  $\delta^2$  の値を決定するために、各画像で雑音・ボケの度合いを変化させて RSNR の変化について調べた。図 6 に画像 “n6\_02” で  $\sigma_b^2 = 3$ , 雑音電力  $\sigma_n^2 = 10$  とにおける例を示す。他の条件のときについてもほぼ同様な傾向を示すため、  $\delta^2$  の値は  $10\sigma_n^2$  と決定する。

## 5.3 実験結果

### 1. 正則化の効果

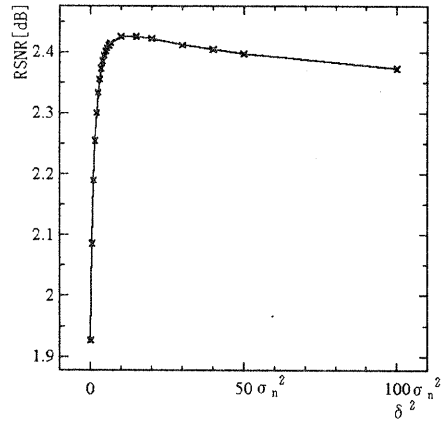


図 6:  $\delta^2$  と RSNR の関係 (画像 “n6\_02”.  $\sigma_b^2 = 3$ , 雑音電力  $\sigma_n^2 = 10$ )

表 2 に、  $\sigma_n^2 = 10$  の場合について、正則化による RSNR の改善の様子を示す。ほぼ全ての画像について、正則化を行わない場合 ( $\delta = 0$ ) に比べ、正則化定数  $\delta = 10\sigma_n^2$  とした場合の RSNR が増加し、特にボケ幅が大きい場合の改善度が高くなっていることがわかる。

### 2. 復元能力の比較

図 9 に、ボケの大きさ  $\sigma_b$  の変化に対する RSNR の変化を、雑音電力  $\sigma_n^2$  が 1 および 100 の場合について示す。図 9 には、比較のために、提案法でモデルの検出に誤りが無い場合と固定係数 WF の特性を示している。提案法と固定係数を比較すると、提案法における適応化による復元能力の向上が見られるが、ボケが大きくなるにつれて、改善度が低下している。特に細かい縞模様や低コントラストの輪郭部分の多い画像 “n5\_06”, “n6\_02” では、モデルの検出に誤りが無い場合と比べて、雑音電力の大きい場合の改善度の低下が著しく、提案法で採用した方向性電力モデルにおけるエッジの方向の検出誤りの影響であると考えられる。

表 2: 各画像における RSNR  
雑音電力  $\sigma_n^2=10$  の場合

画像	n5 06		n6 00		n6 02		
	$10\sigma_n^2$	0	$10\sigma_n^2$	0	$10\sigma_n^2$	0	
$\sigma_b^2$	0.5	8.21	8.34	4.55	4.49	3.33	3.18
	1.0	6.28	6.25	5.02	4.88	3.11	2.77
	2.0	5.45	5.44	4.83	4.62	2.69	2.21
	3.0	3.08	3.16	4.39	4.19	2.43	1.93

## 6 まとめ

本論文では、ガウス混成モデルに基づくWFを雑音の重畳したボケ像修正に応用した。また混成モデルのパラメータの検出精度を向上する方法として、正則化を導入し、シミュレーション実験結果により以下のことを明らかにした。

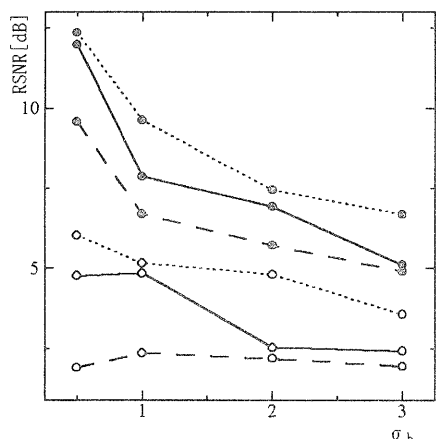
- ・ボケ幅および雑音電力が比較的小さい場合、処理の容易な方向性電力モデルにより所望の復元能力を得ることができる。
- ・正則化の導入により、ボケ幅および雑音電力が大きい場合の復元能力を向上できる。
- ・ボケ幅および雑音電力が大きくなるにつれて、主に方向の検出誤りにより復元能力が低下する。

今後の課題としては

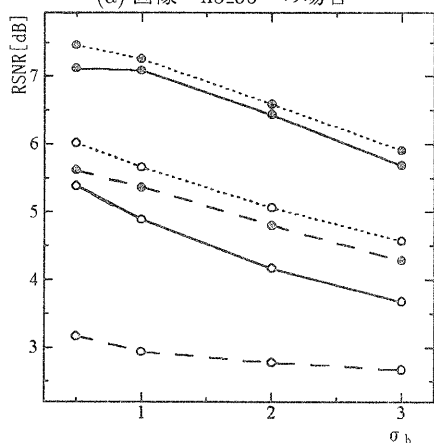
- ・ボケ幅が大きい場合のクラス判定精度の向上をはかる事。
  - ・フィルタを施した画像においてモデルの推定を行うこと。
- があげられる。

## 参考文献

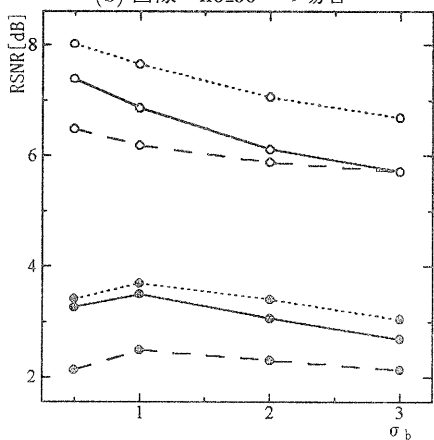
- [1] 小川英光, : “信号と画像の復元 [II]—古典的最適復元フィルタ—”, 電子情報通信学会誌, Vol.71, No.6, pp.539-601, 1988年6月.
- [2] 塚原, 長谷山, 北島, : “画像のエッジ保存を考慮した適応ウィナーフィルタによる加法性白色雑音の除去”, 電子情報通信学会論文誌, D-II Vol.J81-D-II No4 pp.623-631 1998年4月.
- [3] 山根, 森川, 浜田, 梅田: “画像のガウス混成モデルとエントロピー符号化への応用”, 信学論B-I, Vol.J80-B-I, No.7, 1997年7月.
- [4] 渡邊, 山根, 森川, : “画像のガウス混成モデルによるウィナーフィルタの実現とその雑音除去フィルタへの応用”, SITA97, pp765-768.
- [5] 前川, 山根, 森川, : “ウィナーフィルタのための画像の統計的モデルについて”, 信学技報, CS-121, IE98-100, pp.49-54, 1998年12月.
- [6] 前川, 山根, 森川, : “画像の局所定常モデルにもとづくウィナーフィルタ”, 電子情報通信学会総合大会, A-4-45, pp.171, 1999年3月.
- [7] G.Bjøntegaard : “A novel method for compressing image using Discrete Directional Transforms”, SPIE Vol1001 Visual Communications and Image Processing '88, pp.840-846.



(a) 画像 “n5\_06” の場合



(b) 画像 “n6\_00” の場合



(c) 画像 “n6\_02” の場合

- $\sigma_n^2=100$  — 提案法
- $\sigma_n^2=1$  - - 固定係数法
- - - - 検出誤り無し

図 7: 復元能力とボケの大きさの関係