

## サブバンド符号化におけるFIRフィルタバンクの セル面積最小に基づく最適化

野村武志 森川良孝 山根延元

岡山大学 工学部 電気電子工学科

700-8530 岡山市津島中 3-1-1

TEL 086-251-8128

E-mail nomu@shingou.elec.okayama-u.ac.jp

あらまし 画像符号化用のフィルタバンクの設計において、IIR フィルタである全域通過ポリフェーズ (Allpass Polyphase:AP) フィルタを用いる場合、セル面積最小に基づく設計法が提案されている。本稿では提案法がサブバンド符号化における FIR フィルタバンクについても有効であるか確かめるため、多くある FIR フィルタバンクのうち QMF (Quadrature Mirror Filter) バンク, CQF (Conjugate Quadrature Filter) バンク, 一般化 LOT (Generalized LOT:GenLOT) バンクについて提案法が有効であるかを、符号化利得最大に基づくフィルタ設計の場合等と比較し確認する。

キーワード サブバンド符号化, FIR フィルタバンク, QMF バンク, CQF バンク, GenLOT バンク, セル面積

## An Optimization of FIR Filter Banks for Subband Image Coding via Minimizing Cell Area

Takeshi NOMURA Yoshitaka MORIKAWA Nobumoto YAMANE

Department of Electrical and Electronic Engineering, Faculty of Engineering, Okayama University

3-1-1 Tsushimanaka, Okayamashi 700-8530, Japan

TEL (+81)86-251-8128

E-mail nomu@shingou.elec.okayama-u.ac.jp

Abstract The authors previously showed an optimization of allpass polyphase filter banks via minimizing cell area leads good coding performances for subband coding. No optimizations of finite impulse response filter(FIR) banks, however, have confirmed. So this paper examines that this optimization works well for three FIR filter banks; quadrature mirror filter(QMF) banks, conjugate quadrature filter(CQF) banks and generalized lapped orthogonal(GenLOT) banks.

key words Subband coding, FIR filter banks, QMF banks, CQF banks, GenLOT banks, Cell Area

# 1 まえがき

周波数分析／合成を用いる画像データ圧縮方式において、サブバンド符号化法はDCT法と異なってブロック歪が発生しない方式として注目されている。本論文は、サブバンド符号化法においてFIRフィルタバンクを用いる場合のフィルタ設計に関するものである。

さてフィルタバンクは、相異なるパスバンドをもつ複数のバンドパスフィルタから構成されている。一般に自然画像はエッジ部とテクスチャ部から成るが、このような画像をフィルタバンクで分析・符号化する場合について符号化の立場から考察してみよう。エッジ部はバンドパスフィルタを駆動し、エッジ部から離れた場所においてもリップル状の出力を発生する。符号化ではこれらのリップル応答をも符号化することになるが、このスプリアスなリップルが早く減衰すれば、符号化能率はよくなるであろう。すなわちフィルタの応答長は短い方がよいことになる。一方テクスチャ部では電力スペクトルに偏りがあるため、フィルタの周波数分解能が高い程符号化能率はよくなるであろう。しかし不確定性原理 [1] によりサブバンドフィルタのフィルタ長（時間幅）と、周波数分解能（帯域幅）を同時に小さくすることが出来ない。そこで時間幅と帯域幅をフィルタのセル面積と定義し、これを不確定性原理の下限に出来る限り近づけるようにフィルタを設計することにより、画像の符号化特性を向上させようとするのが本論文の狙いである。なお従来は、画像を相関係数が  $\rho \approx 0.95$  のARガウス過程と考え、直接信号を符号化したときの平均歪とサブバンド符号化で同じ符号化レートで符号化したときの平均歪の比（符号化利得）を最大にするような設計が行われている。

フィルタバンクは歴史的にはまず、設計パラメータを少なくするために2バンドの周波数分析／合成を目的とし、線形位相を有する対称フィルタをEstebanらが設計した [2]。このフィルタバンクはQMF(Quadrature Mirror Filter)バンクと呼ばれている。分析・合成を続けて実行した場合、近似的に原信号を再構成するのが欠点である。しかし符号化の応用ではある程度の再生誤差が許容されるため、必ずしも完全再構成が必要ではない。

QMFバンクの発見に続いて、Smithらは分析側のフィルタの双対フィルタを合成側で用いる構造の2バンドフィルタバンクを提案した [3]。このバンクはCQF(Conjugate Quadrature Filter)バンクと呼ばれている。先のQMFバンクと異なって完全再構成であるが、フィルタは線形位相ではない。なお、CQFバンクは格子構造に書きなおすことが出来る [4]。

上記2つのバンクは、多バンド分析するためには木構造状に接続しなければならないが、直接多バンド分析／合成を行うLOT(Lapped Orthogonal Transform)バンクが考案されている [5]。LOTバンクは、DCT分析／合成を基本とし、ブロックにまたがってDCTを用いて分析／合成する。さらにSomonはLOTをさらに発

展させてGenLOT(Generalized LOT)バンクを提案した [6]。GenLOTバンクは多バンド格子構造をもっているため高速実現可能であり、またフィルタは線形位相を有している。

本論文では、以上QMFとCQFを用いた木構造バンク、及びGenLOTバンクをセル面積最小規範に基づいて設計し、符号化利得最大規範に基づいたものと比較を行い、セル面積最小設計が有効であることをシミュレーションにより確認する。まず二つの設計法に基づくフィルタのインパルス応答及び周波数振幅応答を提示し、セル面積最小設計ではどのバンドパスフィルタも概略等しい遷移帯域幅をもち、セル面積が下限に近づいていることを示す。次にQMF、CQFとGenLOTの比較では、レート-歪特性はGenLOTが最もよく、CQFが線形位相でないことを示す。最後に再生画像をQMFの場合に提示し、モスキート雑音セル面積最小設計で著しく低減していることを示す。

## 2 FIRフィルタバンク

この章では、実験に用いた3つのFIRフィルタバンクおよび2バンドフィルタバンクを用いた木構造フィルタバンクについて説明する。

### 2.1 QMFバンク [2]

2バンドQMFバンクは、分析側のフィルタ対をそのまま合成側で用いる構造で、線形性が保証された近似再構成バンクである。

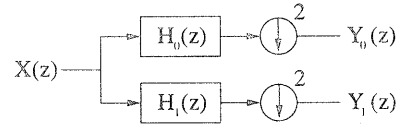


図 1: 2バンド分析フィルタバンク

図1は2バンドフィルタバンクを示している。図中の  $H_0(z)$  および  $H_1(z)$  と対になる合成フィルタバンクを  $F_0(z)$  および  $F_1(z)$ 、さらに入力信号を  $X(z)$ 、再構成信号を  $\tilde{X}(z)$  とし、 $H_0(z)$ 、 $H_1(z)$ 、 $F_0(z)$  および  $F_1(z)$  のインパルス応答をそれぞれ  $h_0(n)$ 、 $h_1(n)$ 、 $f_0(n)$ 、 $f_1(n)$  として以下の関係式を満たすと再構成信号  $\tilde{X}(z)$  は式 (5) のように表すことができる。ここで  $N$  はフィルタのタップ数である。

$$h_0(n) = h_0(N-1-n), \quad n = 0, 1, \dots, N-1 \quad (1)$$

$$h_1(n) = (-1)^n h_0(n) \quad (2)$$

$$f_0(n) = 2h_0(n) \quad (3)$$

$$f_1(z) = -2(-1)^n h_0(n) \quad (4)$$

$$\tilde{X}(z) = [|H_0(z)|^2 + |H_0(-z)|^2] z^{(N-1)} X(z) \quad (5)$$

式 (5) の  $[\cdot]$  が 1 となるときこのフィルタバンクは完全再構成となる。完全再構成に近づけるため以下の評価関数を定めこれが最小になるように、上の条件を満たしたフィルタ係数を設計する。ここで  $\omega_s$  は遮断角周波数で、式中の  $\alpha$ 、フィルタのタップ数と共にQMFフィルタバンクの応答を決定する。

$$fval = \alpha E_r + (1-\alpha) E_s(\omega_s) \quad (6)$$

$$E_r = \int_0^\pi \left[ |H_0(e^{j\omega})|^2 + |H_0(e^{j(\omega+\pi)})|^2 - 1 \right]^2 d\omega \quad (7)$$

$$E_s(\omega_s) = \int_{\omega_s}^\pi |H(e^{j\omega})|^2 d\omega \quad (8)$$

## 2.2 CQF バンク [3]

QMFとは逆に2バンドCQFバンクは、分析側のフィルタ対の双対フィルタを合成側で用いる構造で、線形性が保証されない完全再構成フィルタバンクである。実験に用いた2バンドCQFは以下の直交変換を直列接続したものである。

$$\mathbf{R}_m = \begin{bmatrix} \cos \theta_m & \sin \theta_m \\ -\sin \theta_m & \cos \theta_m \end{bmatrix}, \Lambda(z) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & z^{-1} \end{bmatrix} \quad (9)$$

CQFの $N$ ステージの分析ポリフェーズ行列 $\mathbf{H}_N(z)$ を式(10)に示す。これは格子構造に書き直すことが可能で、格子構造を図2に示す。

$$\mathbf{H}_N(z) = \mathbf{R}_N \Lambda(z) \mathbf{R}_{N-1} \Lambda(z) \cdots \mathbf{R}_1 \Lambda(z) \mathbf{R}_0 \quad (10)$$

ここで $\alpha_m$ ,  $S$ は以下の式に示す変換により求まる。

$$\alpha_m = \frac{\sin \theta_m}{\cos \theta_m}, \quad S = \prod_{m=0}^{N-1} \frac{1}{\sqrt{1 + \alpha_m^2}} \quad (11)$$

このステージ数 $N$ を決定し $\alpha$ を変えることにより様々な応答をもつフィルタバンクを構成できる。

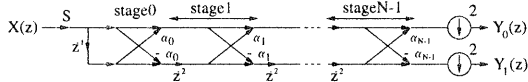


図2: 2バンドCQFフィルタバンク

## 2.3 木構造フィルタバンク [7]

図1に示す2バンドフィルタバンクを多段に木構造に接続したのが木構造フィルタバンクである。木構造フィルタバンクの応答は各階層の2バンドフィルタバンクから並列等価フィルタバンクとして表すことが出来る。以後QMF, CQFフィルタの設計には等価フィルタバンクを用い、多バンドフィルタバンクとして扱う。

## 2.4 GenLOT [6]

前述の2つのバンクは2バンドフィルタバンクで木構造フィルタバンクを構成し、多バンドバンクとして利用してきた。GenLOTは直線位相直交フィルタバンクの一構成法であるLOTを一般化したものであり偶数分割でタップ数が分割数の整数倍の実係数線形直位相フィルタバンクをすべて実現可能な多バンド完全再構成フィルタバンクである。さらに直線位相、直交性を保証し、フィルタバンクにDCT-IIを含み高速実現法が存在する利点がある。

分割バンド数 $M$ のGenLOTの構成は以下のポリフェーズ行列分解から与えられる。

$$\mathbf{E}_N(z) = \mathbf{B}_M^T \mathbf{Q}(z) \mathbf{R}_{N-1} \cdots \mathbf{Q}(z) \mathbf{R}_0 \mathbf{B}_M \mathbf{C}_M^H \mathbf{J}_M \quad (12)$$

ここで $N$ はブロックの重なり量(重複係数)である。ただし、 $\mathbf{J}_M$ は反転行列、 $\mathbf{B}_M$ は置換行列である。また、 $\mathbf{C}_M^H$ は $M \times M$  DCT-II行列であり $\mathbf{Q}(z)$ は次式で与えられる。

$$\mathbf{Q}(z) = \frac{1}{2} \mathbf{K}_M \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{\frac{M}{2}} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & z^{-1} \mathbf{I}_{\frac{M}{2}} \end{bmatrix} \mathbf{K}_M \quad (13)$$

$$\mathbf{K}_M = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{\frac{M}{2}} & \mathbf{I}_{\frac{M}{2}} \\ \mathbf{I}_{\frac{M}{2}} & -\mathbf{I}_{\frac{M}{2}} \end{bmatrix}, \mathbf{R}_m = \begin{bmatrix} \mathbf{W}_m & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{U}_m \end{bmatrix} \quad (14)$$

実験では式(15)(16)のように $\mathbf{W}_m$ ,  $\mathbf{U}_m$ を簡略化することにより設計パラメータを削減できる高速GenLOTを用いた。これにより設計パラメータは $(N+1)(M-2)M/4$ 個から $(N+1)(M-2)/2$ に減少する。

$$\mathbf{W}_m = \mathbf{I}_{\frac{M}{2}} \quad (15)$$

$$\mathbf{U}_m = \eta_m \mathbf{V}_{m, \frac{M}{2}-1} \mathbf{V}_{m, \frac{M}{2}-2} \cdots \mathbf{V}_{m, 1} \quad (16)$$

$$\mathbf{V}_{m,i} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{i-1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{Y}_{m,i-1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{I}_{i-1} \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$\mathbf{Y}_{m,i} = \begin{bmatrix} \cos \theta_{m,i} & -\sin \theta_{m,i} \\ \sin \theta_{m,i} & \cos \theta_{m,i} \end{bmatrix} \quad (18)$$

ただし、 $\eta_m$ は $m=0$ で1それ以外では $-1$ である。 $\mathbf{Y}_{m,i}$ のパラメータ $\theta_{m,i}$ を変化させることにより様々な応答を持つフィルタバンクを構成できる。

## 3 セル面積最小に基づく最適化

### 3.1 不確定性原理

まず、 $f(n)$ ,  $F(e^{j\omega})$ をそれぞれフィルタのインパルス応答とそのフーリエ変換とし、インパルス応答長 $\Delta n$ , 周波数分解能 $\Delta\omega$ を以下のように定義する。

$$(\Delta n)^2 = \frac{1}{E} \sum_{n=-\infty}^{\infty} (n - \bar{n})^2 f^2(n) \quad (19)$$

$$\bar{n} = \frac{1}{E} \sum_{n=-\infty}^{\infty} n f^2(n) \quad (20)$$

$$(\Delta\omega)^2 = \frac{1}{\pi E} \int_0^\pi (\omega - \bar{\omega})^2 |F(e^{j\omega})|^2 d\omega \quad (21)$$

$$\bar{\omega} = \frac{1}{\pi E} \int_0^\pi \omega |F(e^{j\omega})|^2 d\omega \quad (22)$$

$$E = \sum_{n=-\infty}^{\infty} f^2(n) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} |F(e^{j\omega})|^2 d\omega \quad (23)$$

ただし、低域通過、高域通過フィルタに関しては $\bar{\omega}$ はそれぞれ $0, \pi$ とする。このように定義した時 $F(1) \simeq 0$ ,  $F(-1) \simeq 0$ と仮定すると $\Delta n$ ,  $\Delta\omega$ には次のような関係が成り立つ[8]。これは、インパルス応答長と周波数分解能が同時に小さくすることはできず、その積が下限 $1/2$ より小さくなりえないことを示している。これを不確定性原理という。

$$\Delta n \Delta\omega \geq \frac{1}{2} \quad (24)$$

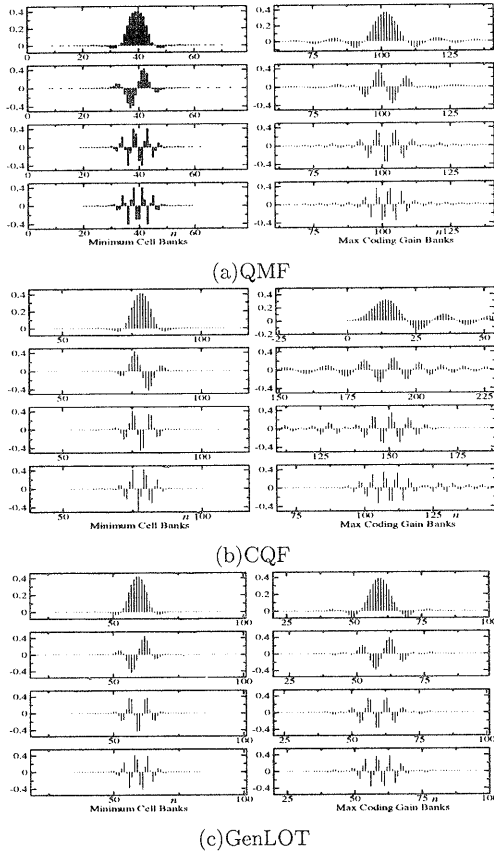


図 3: インパルス応答

### 3.2 セル面積

自然画像はエッジとテクスチャ領域から構成されると考えることが出来る。エッジ部はバンドパスフィルタを駆動しエッジから離れた場所にもリップル状出力が発生する。無駄なリップル出力までも符号化されてしまうので、これを早く減衰させることにより符号化能率は向上する。つまり駆動された出力が広く波及しないようインパルス応答長の小さいフィルタが良い。一方、テクスチャ部では領域内の電力スペクトルは偏っていることが考えられるので周波数分解能が高いほど符号化能率は上がる。しかし、前述の不確定性原理によって同時に限りなく小さくすることは不可能である。そこで、提案法では次善策として  $\Delta n$ ,  $\Delta \omega$  の積をセル面積と考えこれを小さくすることにより不確定性原理による下限に限りなく近づけ、 $\Delta n$ ,  $\Delta \omega$  を同時に小さくする。

$K$  バンドのフィルタバンクを構成する場合、各バンドのセル面積を  $(\Delta n \Delta \omega)_k$  とすると以下の式がフィルタ設計の評価関数となる。なお  $(\Delta n \Delta \omega)_k$  は、QMF, CQF

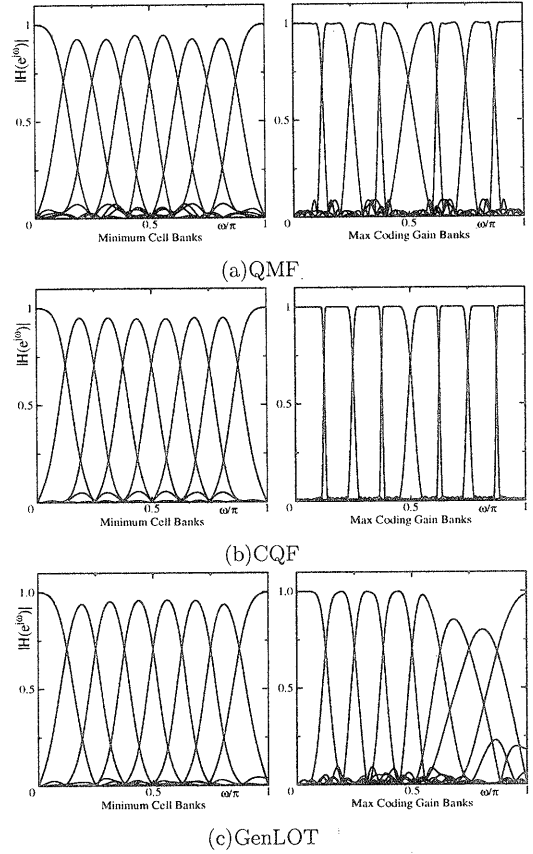


図 4: 周波数振幅応答

では並列等価フィルタのインパルス応答から式 (19)~(23) より計算し、GenLOTバンクでは式 (12) から得られるインパルス応答を用い計算する。また、式 (21)~(23) 中の積分は台形公式を用いて近似計算する。

$$\text{セル面積和} = \sum_{k=0}^K (\Delta n \Delta \omega)_k \quad (25)$$

## 4 計算機シミュレーション

### 4.1 実験条件

実験に用いた画像は、ITE“Chart-3”およびISO-CCITT“barbara”から  $256 \times 256$  画素抜き出した 256 階調濃淡画像、“Tenki”および“Barbara4”である。実験は以下のように行う。

- 分割バンド数は 8, QMF, CQF については 3 階層木構造フィルタバンクを構成する。
- 量子化は Midtread 型の線形量子化器を用い、各バンドのサブバンド信号を同一の step 幅で量子化を行う。

表 1: セル面積

(a)QMF

MC バンク				MCG バンク		
band	$\Delta n$	$\Delta \omega$	$\Delta n \Delta \omega$	$\Delta n$	$\Delta \omega$	$\Delta n \Delta \omega$
0	2.96	0.26	0.78	4.38	0.25	1.08
1	3.42	0.21	0.73	4.83	0.18	0.88
2	3.45	0.22	0.74	4.84	0.19	0.90
3	3.56	0.21	0.75	4.62	0.19	0.88

(b)CQF

MC バンク				MCG バンク		
band	$\Delta n$	$\Delta \omega$	$\Delta n \Delta \omega$	$\Delta n$	$\Delta \omega$	$\Delta n \Delta \omega$
0	2.22	0.26	0.58	13.6	0.23	3.11
1	3.12	0.16	0.51	17.8	0.12	2.09
2	3.09	0.17	0.52	12.3	0.12	1.49
3	3.14	0.17	0.52	13.1	0.12	1.52

(c)GenLOT

MC バンク				MCG バンク		
band	$\Delta n$	$\Delta \omega$	$\Delta n \Delta \omega$	$\Delta n$	$\Delta \omega$	$\Delta n \Delta \omega$
0	2.14	0.26	0.56	3.02	0.24	0.73
1	3.03	0.17	0.51	4.44	0.14	0.62
2	3.14	0.16	0.51	4.54	0.14	0.63
3	3.18	0.16	0.51	4.44	0.15	0.66
4	3.22	0.16	0.51	3.94	0.23	0.91
5	3.18	0.16	0.52	2.89	0.24	0.69
6	3.02	0.17	0.51	2.36	0.23	0.55
7	2.07	0.27	0.55	1.89	0.31	0.58

- エントロピーは各バンドごとに計測し、1画素当たりで計算する。
- 信号対雑音比 (SNR) にはピーク SNR を用いた。

フィルタバンク最適化には、BFGS (Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shannon) 法 [9] を用い、式 (25) が最小になるように各フィルタバンクのパラメータを最適化した。設計時に用いる初期値が必要となるが CQF, GenLOT においては 100 組のランダム初期値を作り最も式 (25) が小さくなるものを最適値とした。QMF は、既存の設計されたフィルタ係数を初期値とした。今回、各フィルタバンクのタップ数は設計後の式 (25) が最も小さいものを最適設計フィルタとしている。

また、比較のため画像信号の相関モデルとしてよく用いられる相関関数  $R(n) = \rho^{|n|}$ ;  $\rho = 0.95$  を仮定し符号化利得 [7] が最大となるフィルタバンクも設計した。

## 4.2 結果と考察

後の付録に各フィルタバンクのパラメータの設計値を示す。図 3 に設計したフィルタのインパルス応答を、また、図 4 にその周波数振幅応答を示す。

いずれのフィルタバンクもセル面積最小 (Minimum Cell:MC) バンクの方が全体のインパルス応答の長さに

比べ符号化利得最大 (Max Coding Gain :MCG) バンクよりもインパルス応答長が短くなっている。CQF においては、線形性が保証されていないにもかかわらず MC バンクでは応答がほぼ対称となっているのに対し MCG バンクでは片側に長く応答が分布している。周波数応答では MCG バンクの応答が急峻であるのに対して MC バンクが緩やかで各バンドとも似たような応答を持つことがわかる。GenLOT バンクで高域の振幅が小さいのは今回用いた相関信号の相関が強く高周波成分の振幅が小さいため、設計時にあまり重要とされなかったためと思われる。CQF, QMF にその傾向がないのは低域と高域の周波数応答が対称となるからである。これら応答の特性を式 (19)(21) によるセル面積で表したのが表 1 である。QMF, CQF については低域の双対フィルタが高域の応答となり同じ値を持つので低域 4 バンドのみ示している。これらからも、MC バンクのインパルス応答長の短さ、MCG バンクの周波数応答の急峻さが数値として現れている。

これらのフィルタバンクを画像 “Tenki”, “Barbara4” に適用した場合の符号化特性を図 5 に、画像 “Tenki” に QMF バンクを適用した場合の再構成画像を図 6 に示す。MCG バンクでは全体にモスキートノイズが発生しているのが分かる。MC バンクでは天気図などのエッジ付近の狭い範囲にノイズが発生している。その影響からか、符号化特性でも Tenki, Barbara4 ともに MC バンクは CG バンクに比べて良い結果が得られている。Tenki でその差が大きいのはインパルス応答長が短く抑えられモスキートノイズが減少した効果が出ていると考えられる。一方、Barbara4 では QMF を用いた場合大きな差はない。これは、Barbara4 がテクスチャ部が広く高周波成分も多く含まれているため、周波数分解能の高い MCG バンクが有利であるからと考えられる。CQF はフィルタが線形でないことに原因が、GenLOT バンクはバンクの高域フィルタの影響があると思われる。

## 5 まとめ

本稿ではサブバンド符号化における FIR フィルタバンクのセル面積最小に基づく最適化が有効であることを 3 種類の FIR フィルタバンクについて検証した。その結果、検証した FIR フィルタバンクのいずれにおいても提案法が MCG バンクを上回る良い特性をもつことが分かった。今後の課題は、今回得られた最適フィルタが、最適設計の際に局所的な最適解として解かれていないか確認することと、他の FIR フィルタバンクについても提案法が有効であることを検証することである。

## 参考文献

- [1] R.A.Haddad et al. “Time-frequency localization in transforms, subbands and wavelets: critical review”, *Optical Engineer*, 32(7), pp1411-1429, July 1993.

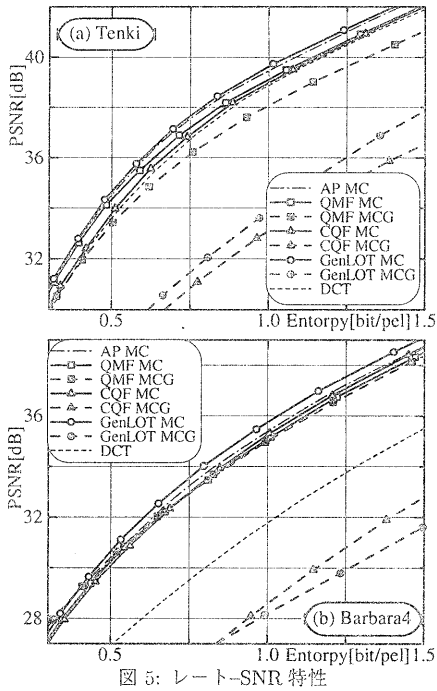
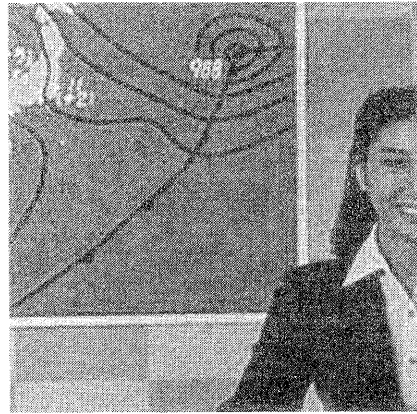


図 5: レート-SNR 特性



(a)MC バンク



(b)MCG バンク

図 6: QMF バンク再構成画像 Tenki (0.5[bit/pel])

- [2] D. Esteban and C. Galand, "Application of Quadrature Mirror Filters to Split Band Voice Coding Schemes," *Proc. 1977 IEEE Int. Conf. Acoust. Speech Signal Process.*, Hartford, Conn., pp. 191-195, May 1977.
- [3] M. J. T. Smith, T. P. Barnwell, III, "Exact Reconstruction Techniques for Tree-Structured Sub-band Coders," *IEEE Trans. on Acoustics, Speech and Signal Proc.*, pp. 434-441, June 1986.
- [4] Vaidyanathan, P. P., and Hoang, P.-Q. "Lattice structures for optimal design and robust implementation of two-channel perfect reconstruction QMF banks," *IEEE Trans. on Acoustics, Speech and Signal Proc.*, vol. ASSP-36, pp.381-391, March 1988.
- [5] Malvar, H. S., and Staelin, D. H. "The LOT: Transform coding without blocking effects" *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Proc.*, vol. ASSP-37, pp. 553-559, April, 1989.
- [6] A. K. Somon, Vaidyanathan, P. P., and T. Q. Nguyen, "Linear-phase orthonormal filter banks," *Proc. IEEE Int. Conf. Acoust., Speech., Signal, Processing*, Minneapolis, MN, vol. III, April. 1993,

pp. 209-212. vol. ASSP-36, pp.381-391, March 1988

- [7] T.A. Ramstad, S.O. Aese and J.H. Husøy: "Sub-bandcompression of images : principles and examples", *Elsevier*, Amsterdam (1995)
- [8] 野村武志、他 "画像のサブバンド符号化における全域通過フィルタ木構造バンクの時間-周波数局在化による設計", *映像情報メディア学会誌* Vol.53, No.8, pp.1168-1175 (1999)
- [9] 茨木俊秀・福島雅夫: "FORTRAN77 最適化プログラミング", 岩波書店 (1991)

## A 付録

表2, 表3, 表4にQMF, CQF, GenLOTのMC, MCGバンクの設計パラメータを示す。QMFバンクはインパルス応答が対称となるので片側のインパルス応答のみを示している。CQFのパラメータは図2中の $\alpha_m$ を示している。CQFバンクのフィルタのタップ数は、ステージ数 $N$ の2倍となる。今回設計したMCバンクは各階層でステージ数が15, 15, 9, タップ数30, 30, 18のフィルタで、MCGバンクは全階層でステージ数15, タップ数30のフィルタバンクである。また、QMF, CQFのMCGバンクは木構造の各階層で同じフィルタを使用し、1階層分のみの係数を示している。GenLOTバンクのパラメータは式(18)のパラメータ $\theta_{m,i}$ を示している。設計したバンクは全階層で重なり数 $N=14$ のフィルタである。GenLOTバンクのフィルタのタップ数は分割数 $M$ とすると $M(N+1)$ となるので各階層のタップ数は90である。

表2: QMF フィルタ係数

h(n)	MCバンク			MCGバンク
	階層0	階層1	階層2	階層0,1,2
0	1.03E-3	-6.11E-3	2.22E-3	-1.03E-3
1	6.37E-4	2.55E-2	-3.34E-2	6.37E-4
2	1.64E-3	-1.09E-2	3.32E-2	1.64E-3
3	7.91E-4	-7.82E-2	4.98E-1	7.91E-4
4	-4.41E-3	8.40E-2		-4.41E-3
5	-5.56E-3	4.86E-1		-5.56E-3
6	1.77E-2			1.77E-2
7	3.97E-3			3.97E-3
8	-4.12E-2			-4.12E-2
9	1.85E-2			1.85E-2
10	5.56E-2			5.56E-2
11	-4.22E-2			-4.22E-2
12	-1.02E-1			-1.02E-1
13	1.35E-1			1.35E-1
14	4.62E-1			4.62E-1

表3: CQF フィルタ係数

(a)MCバンク

	階層0	階層1	階層2
$\alpha_0$	0.228	0.181	17.4
$\alpha_1$	0.200	1.06	-29.7
$\alpha_2$	0.508	-14.0	1.72
$\alpha_3$	-0.363	-1.20	-2.72
$\alpha_4$	2.45	-0.334	-20.8
$\alpha_5$	-3.88	13.6	1.86
$\alpha_6$	-3.78	-8.44	-0.283
$\alpha_7$	0.154	-0.752	-20.9
$\alpha_8$	18.4	1.97	-11.7
$\alpha_9$	-5.57	-2.40	
$\alpha_{10}$	-0.549	-12.8	
$\alpha_{11}$	0.0218	-15.1	
$\alpha_{12}$	-0.607	-19.7	
$\alpha_{13}$	1.22	0.731	
$\alpha_{14}$	-0.0154	-1.03	

(b)MCGバンク

$\alpha_0$	-3.84	$\alpha_8$	-0.160	$\alpha_{16}$	-0.0408
$\alpha_1$	1.25	$\alpha_9$	0.135	$\alpha_{17}$	0.0335
$\alpha_2$	-0.722	$\alpha_{10}$	-0.114	$\alpha_{18}$	-0.0271
$\alpha_3$	0.495	$\alpha_{11}$	0.0968	$\alpha_{19}$	0.0215
$\alpha_4$	-0.369	$\alpha_{12}$	-0.0822	$\alpha_{20}$	-0.0166
$\alpha_5$	0.289	$\alpha_{13}$	0.0696	$\alpha_{21}$	0.0124
$\alpha_6$	-0.233	$\alpha_{14}$	-0.0587	$\alpha_{22}$	-0.0089
$\alpha_7$	0.191	$\alpha_{15}$	0.0491	$\alpha_{23}$	0.0061

表4: GenLOT フィルタ係数  $\theta_{m,i}$

	MCバンク			MCGバンク		
	0	1	2	0	1	2
$\theta_{0,i}$	0.59	0.11	0.97	-0.68	0.26	-0.03
$\theta_{1,i}$	0.31	0.20	0.24	-0.42	-0.53	-0.11
$\theta_{2,i}$	-0.70	-2.40	-0.37	0.92	-0.29	-0.31
$\theta_{3,i}$	0.09	-0.12	-0.13	0.44	-0.26	-0.05
$\theta_{4,i}$	0.21	2.74	0.59	-0.52	0.17	0.28
$\theta_{5,i}$	-0.25	0.07	-0.09	-0.62	1.48	-0.11
$\theta_{6,i}$	0.77	-0.17	-2.91	-0.12	-0.91	0.12
$\theta_{7,i}$	0.52	0.32	-0.11	-0.52	-1.08	-0.12
$\theta_{8,i}$	0.19	-0.09	1.32	1.04	0.10	-0.02
$\theta_{9,i}$	-0.29	-2.73	0.97	-0.56	-0.01	0.13
$\theta_{10,i}$	-0.12	0.01	0.12	-0.82	0.54	0.09
$\theta_{11,i}$	0.13	2.83	-1.06	1.26	0.50	0.34
$\theta_{12,i}$	0.13	-0.08	-0.02	0.85	-0.03	-0.37
$\theta_{13,i}$	0.11	0.39	2.54	0.53	0.08	0.01
$\theta_{14,i}$	-0.64	-0.40	-0.34	-0.52	0.12	0.34