

反射群による高次元・高レート ベクトル量子化法の特性改善

前智博

山根延元

森川良孝

岡山大学 工学部

700-8530 岡山市津島中 3-1-1

Phone. 086-251-8128

E-mail. mae@shingou.elec.okayama-u.ac.jp

あらまし 高次元・高レートベクトル量子化 (VQ) の実現法として、反射群による2段階VQ法が提案されている。この方法は、従属探索型・直和コードブック型の2段階VQであるため演算量・メモリー量の削減に有効である。また、初段VQのポロノイ領域が全て合同型となるため、後段VQのコードブックサイズを増加させるにつれて、量子化特性がレート-ひずみ特性に漸近する。本論文では、演算量・メモリー量を増加させることなく漸近特性を改善し、より高次元・高レートでの実現を図る方法として、初段VQのポロノイ領域の境界上にも後段VQの代表ベクトルを配置する方法を提案する。

キーワード ベクトル量子化, 反射群, ポロノイ領域, 多段VQ

Performance Improvement for Large Dimensional and High Rate Vector Quantization Method Using Reflection Group

Tomohiro Mae

Nobumoto YAMANE

Yoshitaka MORIKAWA

Faculty of Engineering, OKAYAMA University

3-1-1 Tsushima-naka, Okayama-shi 700-8530, Japan

Phone. (+81)86-251-8128

E-mail. mae@shingou.elec.okayama-u.ac.jp

Abstract A 2-stage Vector Quantization(VQ) method by reflection group is proposed to implement large dimensional and high rate VQ. This method is sequential search and direct sum codebook constrained 2-stage VQ that is able to reduce computation and memory amount. And because all of Voronoi regions of the first stage VQ are congruent, quantization performance asymptotically increases toward to Rate-Distortion Bound. In this paper, a performance improvement method is proposed, in which some vectors in the codebook of the second stage VQ are arranged to surface regions on the Voronoi region of the first stage VQ to improve asymptotic property without increasing computation and memory amount.

key words Vector Quantization, Reflection Group, Voronoi Region, Multistage VQ

1 まえがき

高能率符号化の中でも、ベクトル量子化 (Vector Quantization: VQ) は情報源符号化の達成限界であるレート-歪み限界に近づく可能性を持っていることから注目を集めている。しかし、ベクトル量子化は、高次元になるにつれて演算量やメモリー量が指数的に増加し、高次元・高レートにおける量子化器の実現が困難になるという問題点がある。

この問題を解決するために、残差 VQ 法 [1] が種々提案されているが、球対称分布情報源を対象とするものとして、反射群 [2] によるベクトル量子化法 [3] がある。この方法は、まず初段 VQ で信号空間における超球面を反射群により分割し、後段 VQ で全探索 VQ を行う縦続探索型・直和コードブック型 2 段階 VQ である。反射群により分割された領域はすべて合同となるため、そのうちの 1 つの領域 (基本領域) に入力ベクトルを鏡映的に射影して量子化すればよい。これにより、演算量やメモリー量を削減することができ、高次元・高レート化を図ることが可能となる。また、反射群を用いたベクトル量子化法は、初段 VQ のすべての出力に対し、次段 VQ の入力ベクトルの分布が変化しないため、一般の多段 VQ のような特性低下を生じないという利点もある。しかし、この方法では、初段 VQ のボロノイ領域である基本領域が鋭角を持つ多面体となり、また縦続探索型 VQ がもつ空間分割の制約のため、漸近特性が低下するという問題が残る。

そこで、本論文では、代表ベクトルを C 型反射群の探索領域の辺上にも配置することにより、反射群を用いたベクトル量子化法の漸近特性を向上する方法を提案する。また、そのコードブックの設計法として、代表ベクトルを辺上に拘束して LBG 法を適用する方法を与える。

以下、反射群を用いたベクトル量子化法について述べた後、提案法の構成および処理手順について説明する。最後に計算機シミュレーションの結果を示し、提案法の有効性を明らかにする。

2 反射群によるベクトル量子化法

2.1 反射群

n 次元空間を原点を通る超平面の集合で分割する。分割後の領域がすべて合同になるとき、これらの超平面は鏡映射影に関して群をなし、反射群と呼ばれる。図 1 に 3 次元における反射群の例として、C 型反射群による球面の分割の様子を示す。分割後の領域は基本領域と呼ばれ、一般に n 次元では n 個の超平面で構成される。

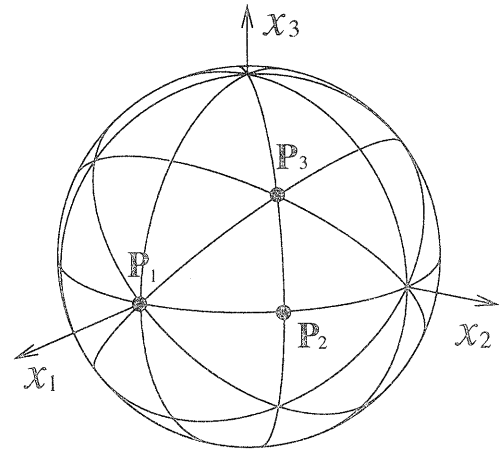


図 1: C 型反射群 (3 次元)

表 1: C 型反射群における超平面群の基底ベクトル, 超平面数 L , 基本領域数 F

C 型反射群を形成する超平面の基底ベクトル	超平面数 L	基本領域数 F
$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & \vdots \\ & & & 1 & -1 \\ 0 & & & 0 & 1 \end{pmatrix}$	n^2	$2^n n!$

また、作業領域として基本領域のうちから領域を 1 つ選び、それを探索領域と呼ぶ。表 1 に C 型反射群を形成する超平面群の基底ベクトル, 超平面数および基本領域数を示す。表 1 から分かるように、超平面の法線ベクトルが $\{\pm 1, 0\}$ の要素だけで表されるので、領域の判定や鏡映射影操作を比較演算および符号反転だけで行うことができ、任意の基本領域から探索領域への鏡映射影のための演算量は無視できる。

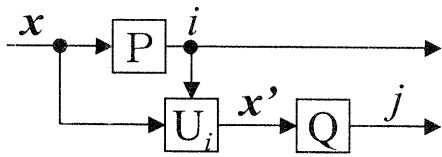
2.2 反射群によるベクトル量子化法

反射群を用いたベクトル量子化法は縦続探索型・直和コードブック型 2 段階 VQ である。図 2 に、反射群を用いたベクトル量子化法のブロック図を示す。

量子化操作は以下のような手順で行われる。

(1) 反射群 VQ: P

P により入力ベクトル \vec{x} が位置する基本領域の指



P : 反射群VQ U_i : 鏡映射影行列
Q : 全探索VQ

図 2: 反射群をベクトル量子化法のブロック図

数 i を求める。

(2) 鏡映射影行列: U_i

i に対応した射影行列 U_i により入力ベクトル \vec{x} を探索領域内に鏡映射影する。

(3) 全探索 VQ: Q

Q により探索領域内に射影されたベクトル \vec{x}' に対して量子化を行う。

この量子化器は n 次元超球面上に様に分布するベクトルを入力とし、また、基本領域はすべて合同となることから、後段の VQ は探索領域内のみで設計すればよく、演算量・メモリ量を削減することができる。また、初段 VQ の出力に対して、次段 VQ の入力ベクトルの分布が変化しないため、一般の多段 VQ のような特性低下を生じない。

また、本方法の符号化レート R は以下の式で計算される。

$$R = \frac{1}{n}(\log_2 F) + \frac{1}{n}(\log_2 M) \quad [\text{bits/sample}] \quad (1)$$

ここで、 n は次元数、 F は表 1 で表される基本領域数、 M は後段の全探索 VQ のコードブックサイズであり、第 1 項は反射群 VQ の符号化レート、第 2 項は全探索 VQ の符号化レートである。

しかし、図 1 から分かるように、反射群により分割された領域は、鋭角を持つ領域に分割されている。また、この方法は縦続探索型の直和コードブック型 2 段階 VQ であるため、探索領域の境界における代表ベクトル配置の制約が量子化特性に与える影響を無視できるためには、高次元の場合、後段の全探索 VQ のコードブックサイズを非常に大きく選ぶ必要が生じるという問題点がある。

3 提案法

反射群を用いたベクトル量子化法では、基本領域の形状が鋭角を持つことおよび縦続接続型の 2 段階 VQ による領域分割の影響のため、十分な漸近特性を得るた

めには、コードブックサイズを増加させなければならないことを示した。そこで、提案法ではこの問題点を緩和する方法を提案する。

3.1 用語の説明

● 基本領域の頂点

反射群を構成する超平面群と単位超球面とが交わってできる曲面多面体の頂点を基本領域の頂点と呼ぶ。図 1 に 3 次元における頂点の例として P_1, P_2, P_3 を示している。また、C 型反射群の探索領域を次式を満たすものを選ぶ。

$$x_1 \geq x_2 \geq \dots \geq x_n \geq 0 \quad (2)$$

このときの頂点は以下の式で表される n 個となる。

$$\vec{P}_t^T = \frac{1}{\sqrt{t}} \left[\underbrace{1, 1, \dots, 1}_t, \underbrace{0, 0, \dots, 0}_{n-t} \right]^T$$

: $t = 1, 2, \dots, n$ (3)

また、これらの頂点の全空間における領域数は次式で表される (付録 A.1)。

$${}_n C_t 2^t \quad : t = 1, 2, \dots, n \quad (4)$$

● 辺

n 次元反射群における基本領域を構成する超平面群を $n-1$ 次元辺、2 つの $n-1$ 次元辺の交わりを $n-2$ 次元辺と呼ぶ。以下同様にして、 $n-1, n-2, \dots, 1$ の各次元辺を定義する。更に便宜上、基本領域そのものを n 次元辺と呼ぶ。例えば、4 次元において P_1, P_2, P_3, P_4 で構成される多面体のうち、 P_1, P_2 のように 2 個と原点を通る平面を 2 次元辺、 P_1, P_2, P_3 のように 3 個の頂点と原点を通る胞を 3 次元辺と呼ぶ。

3.2 提案法の構成

提案法は、演算量・メモリ量を増加させないため縦続探索型の 2 段階 VQ とするが、C 型反射群の探索領域の各次元辺上に代表ベクトルを配置する。図 3 に提案法のブロック図を示す。

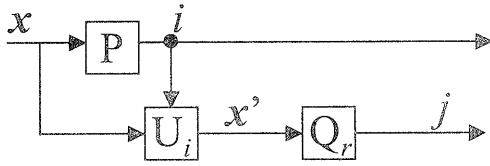
量子化操作は以下のような手順で行われる。

(1) 2 で述べた量子化手順と同様の操作で、 \vec{x} を C 型反射群の探索領域内のベクトル \vec{x}' に鏡映射影する。

(2) 代表ベクトル VQ: Q_r

\vec{x}' を Q_r により代表ベクトルに量子化する。

辺上に代表ベクトルを置くことにより、以下の利点が期待できる。



P : 反射群VQ U_i: 鏡映射影行列
Q_r: 代表ベクトルVQ

図 3: 提案法のブロック図

- (a) 初段VQの作るボロノイ領域の形状を変化できるため、鋭角を持つ基本領域をボロノイ領域とする従来法に比べ、漸近特性を改善することができる。
- (b) 代表ベクトルが作るボロノイ領域が境界上にできるため、縦続探索型の2段VQによる代表ベクトルの配置が制限されることを緩和することができる。
- (c) 従来法と同じ処理手順で量子化を行うことができるため、演算量・メモリー量が増加しない。

図4に提案法の代表ベクトル($n=3$)の例を示す。この例では、 $m=1,2$ の各辺および探索領域内に1つずつ代表点を配置している。ここで、Pの添え字は、その代表ベクトルが存在する辺が通る頂点を表している。例えば、 P_{1-2-3} は、頂点 P_1, P_2, P_3 と原点を通る3次元辺上に存在することを示している。また、代表ベクトルの位置は次節で説明するLBGアルゴリズムに基づく方法を用いて設計する。

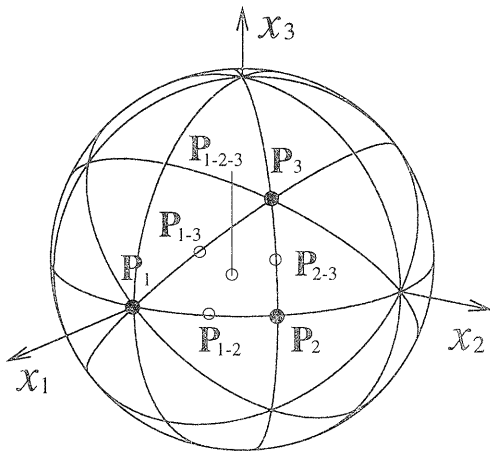


図 4: 提案法の代表ベクトルの配置 (3次元)

3.3 提案法の設計アルゴリズム

本法では、まず前処理として、トレーニングベクトルをC型反射群の探索領域内に鏡映射影しておく。提案法の設計アルゴリズムを以下に示す。

- (1) 各辺上にあらかじめ決められた個数の代表ベクトルをランダムに初期配置する。
- (2) 全探索VQにより、トレーニングベクトルを代表ベクトルに量子化する。
- (3) 平均歪みを計算し、歪みの減少量がしきい値以下となった場合は終了する。
- (4) 各代表ベクトルが作るボロノイ領域の重心を求め、それを各代表ベクトルが位置する辺上に正射影する。
- (5) (2)に戻る。

本方法の符号化レートは以下の式によって計算される。

$$R = \frac{1}{n} \left[\sum_{k=1}^V \{P(k) \log_2 C(k) - P(k) \log_2 P(k)\} \right] \quad [\text{bits/sample}] \quad (5)$$

ここでVは探索領域とその辺上の代表ベクトルの総数、nは次元数、 $P(k)$ はk番目の代表ベクトルの出現確率、 $C(k)$ はk番目の代表ベクトルの全空間での総数を示す。尚、 $C(k)$ の導出方法は付録A.2に示す。

4 計算機シミュレーション

本実験は、以下の条件のもとで行う。

- (1) トレーニングベクトルにはn次元単位超球面上に一様に分布する疑似乱数列を使用する。
- (2) トレーニングベクトル数は 5×10^6 とする。
- (3) 提案法における代表ベクトル数は8個と140個とする。

ここで、実験条件(3)について、代表ベクトル8個の場合の各辺に配置する代表ベクトル数は、総当り的な探索によって見出した以下のものを使用する。

$$\{P_2, P_3, P_4, P_6, P_8, P_{1-3}, P_{2-8}, P_{1-5}\}$$

代表ベクトル140個の場合には、総当り的な探索は不可能なため、配置方法は現在検討中であるが、現在のところ最も特性の良かった配置を使用する。

図5に8次元における量子化特性を、図6にレート-歪み限界(R-D bound)との量子化損、表2に提案法の量

子化特性のデータを示す。図5の破線は経験的に得られたR-D boundの目安を示しており、勾配が $6n/(n-1)$ [dB/bits]の直線である。また、図6の破線は8次元全探索VQの量子化損を示しており、値は1.38dBである。また、参考としてC型反射群の頂点のみを初段VQの代表ベクトルとした2段階VQ(従来法2)[3]の特性も示す。

ここで、SNRは次式によって求められる。

$$\text{SNR} = 10 \log_{10} \frac{1}{\text{平均二乗誤差}} \quad (6)$$

また、図6の量子化損は以下の式から求める。

$$\frac{6n \times \text{rate}}{n-1} - \text{SNR}(\text{rate}) \quad (7)$$

ここで $\text{SNR}(\text{rate})$ は、そのrateにおけるSNRを示している。

図5を見ると、反射群を用いたベクトル量子化では、高レートでの量子化器を実現できているものの、漸近特性は十分なものとなっていない。提案法は代表ベクトルが8個のとき、1.80bits/sampleでR-D boundとの量子化損は1.40dB、代表ベクトルが140個のとき、3.11bits/sampleでR-D boundとの量子化損が1.64dBと、全探索ベクトル量子化に近づいていることが分かる。これは、初段VQのポロノイ領域の境界上にも後段VQの代表ベクトルを配置した効果であると考えられる。

表 2: 提案法の量子化特性

代表ベクトル数	8	140
符号化レート [bits/sample]	1.80	3.11
SNR[dB]	10.90	19.71
R-D boundからの量子化損 [dB]	1.40	1.64

5 まとめ

本論文では、基本領域の境界上にも代表ベクトルを置き、その配置を最適化することにより、高レートでのベクトル量子化器を実現できることを示した。

今後の課題は、初期配置を最適化することにより、さらに全探索ベクトル量子化の量子化特性に近づけることである。また、より高次元での量子化器の実現を図ることも挙げられる。

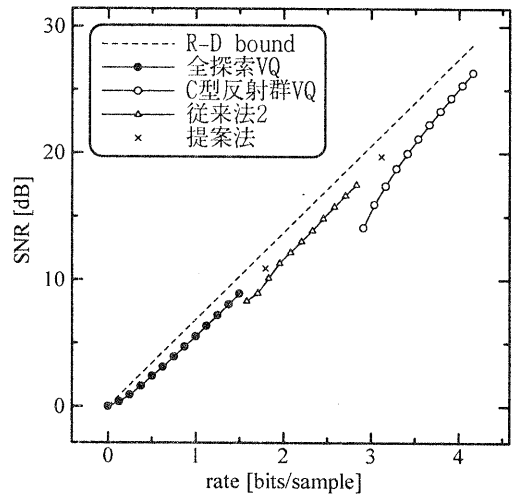


図 5: 提案法の量子化特性 (8次元)

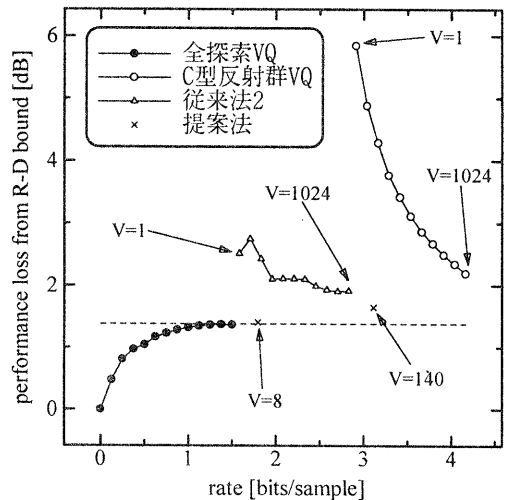


図 6: R-D boundとの量子化損 (8次元)

参考文献

- [1] C.F.Barnes,S.A.Rizvi and N.M.Nasrabadi: *IEEE Trans.Image Processing*, Vol.5,No.2, pp.226-262 (Feb.1996)
- [2] J.H.Conway and N.J.A.Sloane:“Sphere Packings,Lattices and Groups”, Springer-Verlag (1988)
- [3] 松本 和洋:“反射群を用いたベクトル量子化法の特
性改善”,SITA97,Vol.II,p.833, (1997)

A 付録

A.1 C型反射群の基本領域の頂点数

C型反射群の探索領域の頂点は、式(3)で表される。これらの頂点に対応するC型反射群のすべての頂点は、次式のベクトルの要素を並び変えたものとなる。

$$\frac{1}{\sqrt{t}}[\underbrace{\pm 1, \pm 1, \dots, \pm 1}_t, \underbrace{0, 0, \dots, 0}_{n-t}]^T : t = 1, 2, \dots, n \quad (8)$$

したがって、上式から全空間における頂点数は次式で表される。

$${}_n C_t 2^t : t = 1, 2, \dots, n \quad (9)$$

A.2 $C(k)$ の導出

k 番目の代表ベクトルが位置する辺を、頂点 $\{P_{t_1}, P_{t_2}, \dots, P_{t_m}\}$ を通る m 次元辺と仮定すれば、 k 番目の代表ベクトルの全空間での総数 $C(k)$ は、この辺の総数となり、頂点 $\{P_{t_1}, P_{t_2}, \dots, P_{t_m}\}$ を選ぶ組み合わせの数として求めることができる。

$$t_1 < t_2 < \dots < t_m$$

と仮定すれば、 P_{t_m} の総数は、式(9)で与えられる。 P_{t_m} を1つ選んだとき、 $P_{t_{m-1}}$ は P_{t_m} の要素が0以外の t_m 個の位置の要素のうち、 t_{m-1} 個の要素を選び残りの要素を0としたものとなる。従って1つの P_{t_m} に対する $P_{t_{m-1}}$ の数は ${}_{t_m} C_{t_{m-1}}$ で与えられる。以下同様にして対応する頂点の数を数え上げると、 $C(k)$ は、次式で与えられる。

$$\begin{aligned} C(k) &= 2^{t_m} {}_n C_{t_m} \cdot {}_{t_m} C_{t_{m-1}} \cdot {}_{t_{m-1}} C_{t_{m-2}} \cdots {}_{t_2} C_{t_1} \quad (10) \\ &= \frac{2^{t_m} n!}{(n-t_m)!(t_m-t_{m-1})! \cdots (t_2-t_1)! t_1!} \end{aligned}$$