

## PA 符号を用いたシャノン限界に迫る効率的な多値符号化方式

栗原 淳<sup>†</sup> 植松 友彦<sup>†</sup> 松本隆太郎<sup>†</sup>

<sup>†</sup> 東京工業大学 〒152-8550 東京都目黒区大岡山 2-12-1

E-mail: †{cri,uematsu,ryutaroh}@it.ss.titech.ac.jp

あらまし PA(Product Accumulate) 符号は、BPSK におけるシャノン限界に接近する性能を持ち、符号化・復号化の計算処理量が小さく、高符号化率における符号化率設定の柔軟性の高い符号である。本論文では、マルチレベル符号化や反復復号を行う BICM(Bit Interleaved Coded Modulation) を用いて、PA 符号を多値変調に適用するための新たな手法を提案する。最初に、符号化率をより柔軟に設定するために、PA 符号あるいは GPA(Generalized Product Accumulate) 符号の要素符号として 2 つの相異なる単一パリティ検査符号を用いる手法を提案し、その性能を明らかにすると共に、広範囲な符号化率に対して PA あるいは GPA 符号を設計する手順を示す。次に、PA 符号を用いたマルチレベル符号化および反復復号を行う BICM において、復号誤り確率を最小にするシンボル点のラベリング方式を明らかにする。最後に、提案した設計手順によって設計した符号をマルチレベル符号化および反復復号を行う BICM の成分符号に用い、最適なシンボル点のラベリングを行うことによって得られる性能を計算機シミュレーションによって調べ、シャノン限界に漸近する性能を示すことを確認している。

キーワード 符号化変調, PA 符号, マルチレベル符号化, BICM-ID, sum-product 復号, BCJR 復号

## Efficient Nonbinary Coding Systems Approaching the Shannon Limit by Using Product Accumulate Codes

Jun KURIHARA<sup>†</sup>, Tomohiko UYEMATSU<sup>†</sup>, and Ryutaroh MATSUMOTO<sup>†</sup>

<sup>†</sup> Tokyo Institute of Technology, 2-12-1, O-okayama, Meguro-ku, Tokyo, 152-8550 Japan

E-mail: †{cri,uematsu,ryutaroh}@it.ss.titech.ac.jp

**Abstract** PA (Product Accumulate) codes achieve performance near the Shannon limit for BPSK, have low encoding and decoding complexity, and have flexible rate adaptivity for all rates above 1/2. In this paper, we propose a new method of application of PA codes to multilevel modulation with multilevel coding and BICM-ID(Bit Interleaved Coded Modulation with Iterative Decoding). First, to adjust code rate flexibly, we investigate performances of PA codes and GPA (Generalized Product Accumulate) codes that have two different single parity check codes as component codes, and we show a procedure to design PA codes or GPA codes with different component codes for wide range of code rate. Next, we identify labeling methods that give the lowest decoding error probability for BICM-ID and multilevel coding. Computer simulation demonstrates that multilevel coding systems and BICM-ID systems with PA codes or GPA codes designed with our procedure give performances near the Shannon limit.

**Key words** coded modulation, PA code, multilevel coding, BICM-ID, sum-product decoding, BCJR decoding

### 1. はじめに

現在 Turbo 符号や低密度パリティ検査 (Low Density Parity Check(LDPC)) 符号をはじめとして、シャノン限界に接近する

性能を持つ様々な誤り訂正符号が考案されている。これらの符号は 2 元符号であるため BPSK への適用が主として検討されている。しかしながら高 SNR を持つ伝送路に対しては、BPSK よりも高速な伝送を可能とする多値変調方式を用いることが、伝

送効率の点から望ましく、Turbo 符号や LDPC 符号などを多値変調方式へ適用する方法の検討が望まれている。多値符号化変調に対する最近のアプローチとして、成分符号に Turbo 符号を用いたマルチレベル符号化 (Multilevel Coding(MLC))[11] が提案されているが、Turbo 符号自体の符号化率の自由度が低いことから、この手法を用いて任意に指定された符号化率での符号の設計は不可能である。そのため、指定された SNR を有する伝送路に対して常に通信路容量に接近する符号の設計を行うことは困難である。他方、成分符号に LDPC 符号を用いてマルチレベル符号化を行う手法 [14] は符号化率を非常に柔軟に変更できる。しかしながら LDPC 符号がエラーフロアを持つことがあるため、文献 [14] で示された  $10^{-4}$  のビット誤り率を達成するために必要な SNR とシャノン限界との差を評価した結果を、必要最低限の信頼性としてより妥当である  $10^{-5}$  のビット誤り率によって再評価した場合、シャノン限界との差が大きく広がってしまうという問題がある。

他方、Li らによって 2001 年に提案された PA(Product Accumulate) 符号 [2] は、BPSK におけるシャノン限界に接近する性能を持ち、符号化・復号化の計算処理量が小さく、高符号化率における符号化率設定の柔軟性が高い符号として注目されている。文献 [1] には、PA 符号を最尤復号および反復復号したときに漸近的に誤り確率が零に収束するために必要な最小 SNR を、Divsalar の限界式 [6] と密度発展法を用いて評価し、PA 符号がシャノン限界に接近する性能を持つことが示されている。また PA 符号は Turbo 符号よりも復号の計算量が少なく、1/2 以上の符号化率を細かく設定することができる。更に PA 符号は、エラーフロアを持たないことも計算機シミュレーションによって確認されている。文献 [4] では PA 符号をより一般化した GPA(Generalized Product Accumulate) 符号が提案されており、1/2 以下の符号化率を持つ PA 符号の設計指針が示されている。

本論文では PA 符号を用いた多値符号化へのアプローチとして、BICM-ID(Bit Interleaved Coded Modulation with Iterative Decoding) [7], [8], [15] と、マルチレベル符号化/反復軟判定マルチステージ復号 (MLC/反復軟判定 MSD(Multi Stage Decoding)) を検討し、計算機シミュレーションによってその性能を明らかにしている。その際、成分符号に用いる PA 符号の符号化率の柔軟性を高める手法として、PA 符号の外符号に 2 つの異なる単一パリティ検査符号を用いることを提案している。そして BICM-ID と MLC/反復軟判定 MSD それぞれについて、復号誤り確率を最小にするシンボル点のラベリング方式を明らかにしている。更に計算機シミュレーションによって、BICM-ID ならびに MLC/反復軟判定 MSD は広い符号化率の範囲でシャノン限界に迫る性能を持つことを確認し、符号化率に応じて両者を使い分けることで広範囲な符号化率でシャノン限界に接近する性能を持つ符号が設計可能であることを示している。

以下、本論文では ASK 変調と PSK 変調を例に取って解析を行う。尚、ASK 変調では多値 QAM 変調への拡張を視野に入れ、原理検証として簡易な 4ASK を検討対象とした。また、PSK 変調では BPSK の組み合わせとして表せる QPSK ではなく 8PSK を検討対象とした。

## 2. PA 符号の符号化率の柔軟性を増すための新手法

### 2.1 PA 符号の構成と原理

PA 符号の符号化器構成を図 1 に、復号器構成を図 2 に示す。

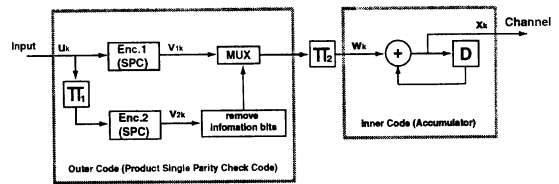


図 1 PA 符号化器

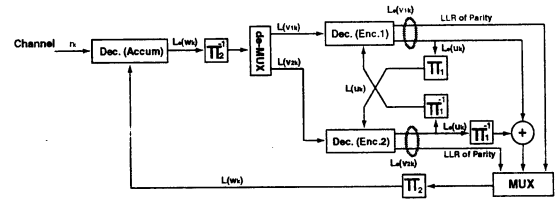


図 2 PA 復号器

PA 符号の符号化器は、基本的に外符号の符号化器として 2 つの単一パリティ検査 (Single Parity Check(SPC)) 符号化器、内符号の符号化器としてアキュムレータ、各要素符号化器間にインターリーブを配した構成となっている。復号器は Turbo 符号のように各要素符号化器に対応する要素復号器間で、信頼度情報として対数尤度比 (Log Likelihood Ratio(LLR)) をやり取りする構成となっている。本論文では、図 2 の Dec.(Accum) における内符号の復号に文献 [1] の sum-product アルゴリズムを用いた。また、外符号の復号法には文献 [1], [5] のメッセージパッシングアルゴリズムを用いた。

### 2.2 SPC 符号の組み合わせを変化させた場合の性能解析

#### 2.2.1 PA 符号の場合

以下では情報ビット長  $t$ 、符号長  $t+1$  の SPC 符号を SPC( $t+1, t$ ) 符号と表す。

通常、PA 符号は Enc.1 と Enc.2 に同一の SPC( $t+1, t$ ) 符号化器を用いて構成されているため、符号化率は  $\frac{1}{t+1}$  に限定される。このため 0.8 以下の符号化率を柔軟に設定することができないという欠点を有している。そこで、本論文では Enc.1 と Enc.2 にそれぞれ SPC( $t+1, t$ ) 符号化器と SPC( $t, t-1$ ) 符号化器を用いた、符号化率  $\frac{1}{1+t/(t-1)}$  を有する PA 符号を提案し、その特性を計算機シミュレーションによって評価する。

図 3 に計算機シミュレーションによって求めたビット誤り率 (Bit Error Rate(BER)) 特性を示す。図中で、 $R$  は符号化率、 $N$  は符号長を表している。図 3 から、同一の SPC 符号を外符号に用いているか否かに関係なく、符号化率が大きくなるにつれて、同一の BER を達成する SNR( $E_b/N_0$ ) が大きくなるのが分かる。このことから、相異なる SPC 符号を組み合わせることで外符号を構成した PA 符号を従来の PA 符号と同様に扱うことができ、BER 特性の劣化なしに符号化率の設定範囲を広げることが可能である。

#### 2.2.2 GPA 符号の場合

PA 符号の符号化率を柔軟に変更する方法として、Li らによって提案された GPA 符号がある [4]。図 4 に  $M$  ブランチ GPA 符号の符号化器構成を示す。 $M$  ブランチ GPA 符号では  $M$  段の並列連結された SPC 符号を用いており、各ブランチすべてに同一の SPC( $t+1, t$ ) 符号を用いるとすれば、符号化率は  $\frac{1}{t+M}$  になる。まず、GPA 符号のブランチ数の増加による BER 特性の変化を

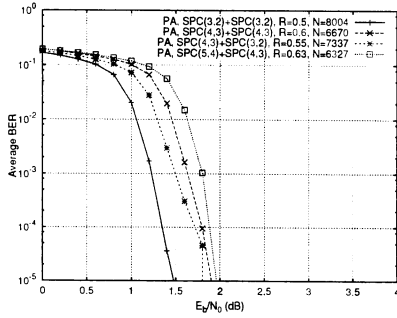


図3 SPC符号の組み合わせを変化させたPA符号のビット誤り率特性, BPSK, AWGN, Iteration (Outer,Inner)=(10,30),  $\Pi_1$ :Algebraic block interleaver,  $\Pi_2$ :Pseudo random interleaver

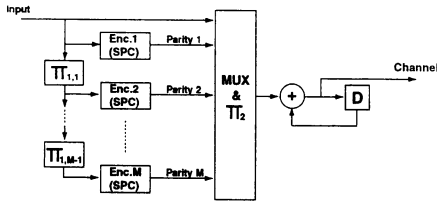


図4 GPA符号化器

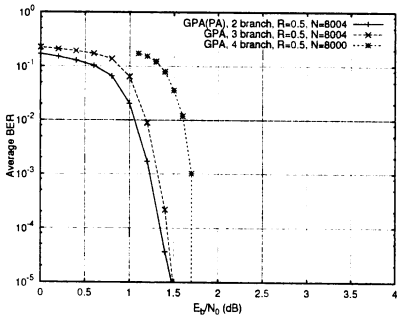


図5 GPA符号のビット誤り率特性, BPSK, AWGN, Iteration (Outer,Inner)=(10,30),  $\Pi_1$ :Algebraic block interleaver,  $\Pi_2$ :Pseudo random interleaver

評価する。計算機シミュレーションによって求めたBER特性を図5に示す。この図から、GPA符号のブランチ数を増やすごとに、符号化率が一定でも、同一のBERを達成するSNR( $E_b/N_0$ )が大きくなる事が分かる。これから、BER特性の劣化を抑えるためには、できる限りGPA符号のブランチ数は少なく抑えることが必要である。

次に、3ブランチを有するGPA符号において、Enc.1, 2, 3に用いたSPC符号化器の組み合わせの変化によるBER特性の変化を調べる。計算機シミュレーションによって3ブランチGPA符号について求めたBER特性を図6に示す。図6から、3ブランチGPA符号においても、同一のSPC符号のみを用いているか否かに関係なく、符号化率が大きくなるにつれて、同一のBERを達成するSNR( $E_b/N_0$ )が大きくなる事が分かる。このことより、2つの異なるSPC符号を組み合わせせて外符号を構成したGPA符号を、従来のGPA符号と同様に扱うことができ、ブランチ数が同一ならばBER特性の劣化なしに符号化率

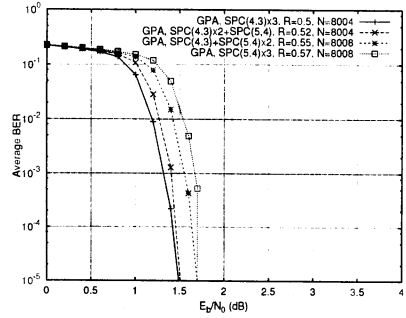


図6 SPC符号の組み合わせを変化させたGPA符号のビット誤り率特性, BPSK, AWGN, 3 branch GPA, Iteration (Outer,Inner)=(10,30),  $\Pi_1$ :Algebraic block interleaver,  $\Pi_2$ :Pseudo random interleaver

の設定範囲を拡張することが可能である事が分かる。

### 2.3 符号設計の手順

前節の結果より以下のことが明らかになった。

- 同一符号化率のPA符号あるいはGPA符号では、ブランチ数が増えるにつれBER特性が劣化していく。
- 同一のブランチ数を有するPA符号あるいはGPA符号において、2つの異なるSPC符号を外符号に用いることでBER特性の劣化なしに符号化率の設定範囲を広げることができる。

これらの事実をもとに、所望の符号化率と設計によって得られた符号化率との差が許容範囲内にあるPA符号もしくはGPA符号の中で、最も良好なBER特性を示す符号を設計するための手順を提案する。ただし説明の簡便化のため、提案した設計手順では、所望の符号化率と設計によって得られる符号の符号化率との差が許容範囲内にあるPA符号あるいは3ブランチGPA符号が存在しない場合、設計を打ち切ることとしている。4ブランチ以上のGPA符号も考慮の対象にするように本設計手順を拡張することは容易である。

#### 【符号の設計手順】

**STEP 0)** 所望する符号化率  $R$  と設計によって得られた符号の符号化率の差の許容範囲  $R_{error}$  を設定する。

**STEP 1)** 同一のSPC( $t+1, t$ )を用いたPA符号で、 $R$ に最も近い符号化率  $R_2 = \frac{1}{t+2}$  を持つものを探す。

**STEP 2)** SPC( $t'+1, t'$ )とSPC( $t', t'-1$ )を組み合わせさせたPA符号で、 $R$ に最も近い符号化率  $R_{2mix} = \frac{1}{\frac{1}{t'+1} + \frac{1}{t'-1}}$  を持つものを探す。

**STEP 3)** (a)  $|R - R_2| \leq |R - R_{2mix}|$  かつ  $|R - R_2| \leq R_{error}$  の場合。同一のSPC( $t+1, t$ )を用いたPA符号を使用することとし、設計を終了する。

(b)  $|R - R_{2mix}| \leq |R - R_2|$  かつ  $|R - R_{2mix}| \leq R_{error}$  の場合。SPC( $t'+1, t'$ )とSPC( $t', t'-1$ )を組み合わせさせたPA符号を使用することとし、設計を終了する。

(c)  $|R - R_{2mix}| > R_{error}$  かつ  $|R - R_2| > R_{error}$  の場合。PA符号では所望の符号化率が得られないため、3ブランチGPA符号での設計を行う。

**STEP 4)** 同一のSPC( $t+1, t$ )を用いた3ブランチGPA符号で、 $R$ に最も近い符号化率  $R_3 = \frac{1}{t+3}$  を持つものを探す。

**STEP 5)** 2つのSPC( $t'+1, t'$ )と1つのSPC( $t', t'-1$ )を組み合わせさせた3ブランチGPA符号で、 $R$ に最も近い符号化率  $R_{3mix1} = \frac{1}{\frac{1}{t'+2} + \frac{1}{t'+1} + \frac{1}{t'-1}}$  を持つものを探す。

**STEP 6)** 1つのSPC( $t''+1, t''$ )と2つのSPC( $t'', t''-1$ )を組

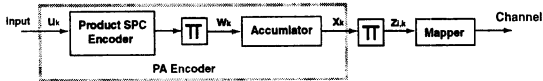


図7 BICM-IDを適用したPA符号化器

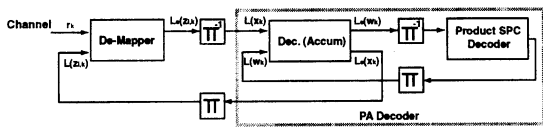


図8 BICM-IDを適用したPA復号器

み合わせた3ブランチGPA符号で、 $R$ に最も近い符号化率  $R_{3mix2} = \frac{1}{1+1/r''+2/(r''-1)}$  を持つものを探す。

STEP 7) (a)  $|R - R_3| \leq \min\{|R - R_{3mix1}|, |R - R_{3mix2}|\}$  かつ  $|R - R_3| \leq R_{error}$  の場合。

同一のSPC( $t+1, t$ )を用いた3ブランチGPA符号を使用することとし、設計を終了する。

(b)  $|R - R_{3mix1}| \leq \min\{|R - R_3|, |R - R_{3mix2}|\}$  かつ  $|R - R_{3mix1}| \leq R_{error}$  の場合。

2つのSPC( $t'+1, t'$ )と1つのSPC( $t', t'-1$ )を組み合わせた3ブランチGPA符号を使用することとし、設計を終了する。

(c)  $|R - R_{3mix2}| \leq \min\{|R - R_3|, |R - R_{3mix1}|\}$  かつ  $|R - R_{3mix2}| \leq R_{error}$  の場合。

1つのSPC( $t''+1, t''$ )と2つのSPC( $t'', t''-1$ )を組み合わせた3ブランチGPA符号を使用することとし、設計を終了する。

(d)  $\min\{|R - R_3|, |R - R_{3mix1}|, |R - R_{3mix2}|\} > R_{error}$  の場合。

条件を満たす符号が設計できないとして、設計を終了する。

尚、PA符号あるいはGPA符号で2種類以上のSPC符号を組み合わせた場合、PA符号の情報ビット長が各SPC符号の情報ビット長の公倍数となる。これによるPA符号の符号長の自由度の低下を避けるため、本設計手順では3種類以上のSPC符号を組み合わせは行わず、2種類までのSPC符号の組み合わせを用いることにした。

### 3. PA符号の多値変調への適用

#### 3.1 BICM-ID

本節では、PA符号を多値変調に適用する一方法として、まずBICM-ID(Bit Interleaved Coded Modulation with Iterative Decoding) [7], [8], [15] を検討し、その特性を評価する。

BICM-IDを適用したPA符号化器・復号器の構成をそれぞれ図7と図8に示す。2符号を多値変調方式に使用する場合、同一受信シンボルを構成する複数の符号語ビットのLLR間には関係がある。そこで、BICM-IDでは通常のPA復号器でLLRを収束させた後、デマッパにおいて同一受信シンボルを構成する符号語ビット間のLLRの関係を用いてLLRを更新する。更に、PA復号とデマッパでのLLRの更新は、既定の反復更新回数だけ繰り返される。

最初に、BICM-IDにおいて復号誤り確率の上で適切なラベリング方式を明らかにするため、グレイラベリングとUngerboeckによるラベリング(4ASK及び8PSKではナチュラルラベリングと等価) [13] のBER特性の比較を行う。計算機シミュレーションによって求めたBER特性を図9に示す。この図から、グレイラベリングを適用した場合、PA復号器とデマッパ間の反復更新回数が増加しても、BER特性の改善は高々0.1dB程度であ

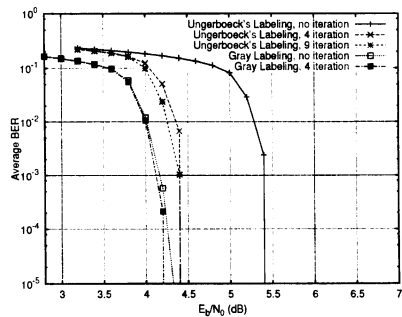


図9 BICM-IDを用いたPA符号のBER特性、4ASK, AWGN, Iteration (Outer, Inner)=(10,30),  $\Pi_1$ : Algebraic block interleaver,  $\Pi_2$ : Pseudo random interleaver, PA符号長  $N = 12000$ , 変調シンボル長  $N_s = 6000$ , 符号化率  $R = 1.20$

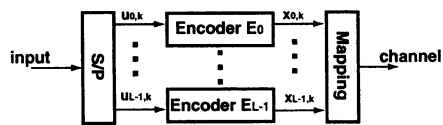


図10 マルチレベル符号化器

ることがわかる。一方、Ungerboeckによるラベリングを適用した場合、PA復号器とデマッパ間の反復更新回数を増加させることでBER特性が最大1dB近く改善されるが、グレイラベリングを適用した場合のBER特性に及ばない。このことより、BICM-IDを適用する場合にはシンボル点のラベリングにグレイラベリングを用いた方が優れた性能が得られることが判明した。

他方、8PSKにBICM-IDを適用した場合についても計算機シミュレーションを行い、グレイラベリングを用いた方がUngerboeckによるラベリングを用いた場合より良好なBER特性を示すことを確認している。またBPSK変調した場合と同様に、BER曲線がエラーフロアを持たず、急峻に降下する特徴を持つことも確認している。

#### 3.2 マルチレベル符号化

本節では、PA符号を多値変調に適用するもう一つの方法としてマルチレベル符号化(MLC)を検討し、その特性を評価する。

以下では、前ステージまでの硬判定情報を成分復号器に入力する従来のマルチステージ復号(MSD)方式 [11] だけではなく、他のステージ全ての軟判定出力を用いて各ステージの復号を行い、それを反復する反復軟判定MSD(Iterative SISO MSD)方式も検討する [9], [10]。L個の成分符号を持つ反復軟判定MSDでは、成分復号器  $D_0$  から  $D_{L-1}$  まで順番に復号処理を行う。これを1回の復号操作と数え、既定の反復回数だけ繰り返されるものとする。

図10にマルチレベル符号化器を示す。これに対応する復号器として、図11に従来のマルチステージ復号器を、図12に反復軟判定マルチステージ復号器を示す。

最初に、MLCにおいて復号誤り確率の上で適切な復号方式とラベリング方式を明らかにするため、MSDと反復軟判定MSDの比較、ならびにグレイラベリングとUngerboeckによるラベリングの比較を行う。MLCの各成分符号の符号化率を等価通信路容量規範 [12] に基づいて決定したとき、計算機シミュレーションによって求めたBER特性を図13に示す。

Ungerboeckによるラベリングを適用した場合、従来のMSD

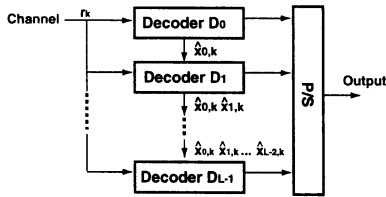


図 11 従来のマルチステージ復号器

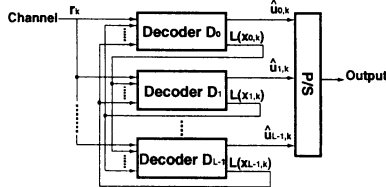


図 12 反復軟判定マルチステージ復号器

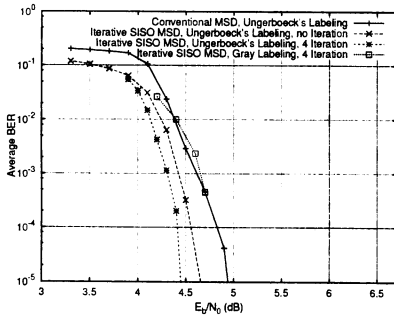


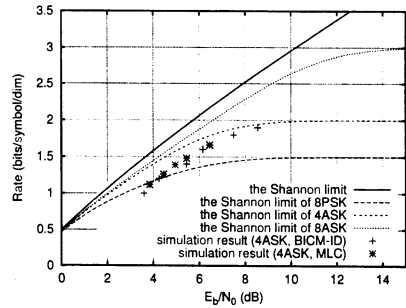
図 13 マルチレベル符号化を用いた PA 符号のビット誤り率特性, 4ASK, AWGN, Iteration (Outer,Inner)=(10,30),  $\Pi_1$ :Algebraic block interleaver,  $\Pi_2$ :Pseudo random interleaver, 符号長  $N = 6000$ , (Ungerboeck's labeling: 符号化率  $R = 1.26$ ), (Gray labeling: 符号化率  $R = 1.25$ )

方式より反復軟判定 MSD 方式の方が最大 0.5dB 程度良好な BER 特性を示していることがわかる。一方、グレイラベリングを行った場合、ほぼ同じ符号化率にも関わらず、Ungerboeck によるラベリングと比べ最大 0.4dB 程度 BER 特性が悪い。このことから、MLC/反復軟判定 MSD を適用する場合、シンボル点のラベリングには Ungerboeck によるラベリングを用いた方が優れた性能を有することが判明した。

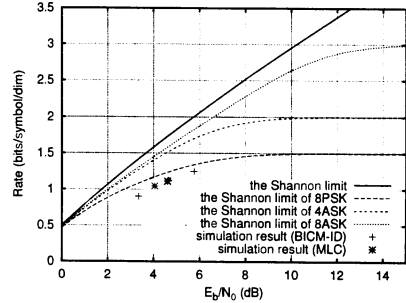
他方、8PSK で MLC を適用した場合についても計算機シミュレーションを行い、従来の MSD 方式よりも反復軟判定 MSD 方式の方が良好な BER 特性を示すことを確認している。同時に、MLC/反復軟判定 MSD において Ungerboeck によるラベリングを用いた方がグレイラベリングを用いたときより良好な BER 特性を示すことも確認している。また、3.1 節の結果と同様に BER 曲線がエラーフロアを持たず、急峻に降下する特徴を持つことを確認している。

#### 4. 提案手法の特性解析・評価

本章では、前章で述べた多値変調への PA 符号の適用法 2 種を用いて実際に広範囲の符号化率で符号設計を行い、その特性評価を行った。その際 BICM-ID についてはシンボル点のラベリングにグレイ符号化を用いた。また、MLC については復号器に



(a) 4ASK



(b) 8PSK

図 14 シミュレーション結果とシャノン限界の比較,  $BER = 10^{-5}$  で評価, AWGN, Iteration (Outer,Inner)=(10,30),  $\Pi_1$ :Algebraic block interleaver,  $\Pi_2$ :Pseudo random interleaver, (BICM-ID: PA 符号長  $N = 12000$ (4ASK),18000(8PSK), 変調シンボル長  $N_s = 6000$ , Gray labeling, 4 iteration), (MLC/Iterative SISO MSD: 符号長  $N = 6000 \sim 6600$ , Ungerboeck's labeling, 4 iteration)

反復軟判定 MSD 方式, シンボル点のラベリングに Ungerboeck によるラベリングを用いた。尚、2.3 節に示した符号化率の設計において、所望する符号化率と設計した符号の符号化率との差の最大許容範囲は  $R_{error} = 0.01$  としている。

図 14 にシミュレーションによって求めた  $BER = 10^{-5}$  を達成する  $SNR(E_b/N_0)$  と、各シンボル点が等確率で生起するときの 4ASK と 8PSK のシャノン限界との比較を示す。また、AWGN 通信路のシャノン限界  $C = 0.5 \log_2(1 + E_s/N_0)$  も併せて示している。この図から、BICM-ID と MLC/反復軟判定 MSD 共に、4ASK と 8PSK のシャノン限界にほぼ同程度で接近していることが分かる。

図 15 にシミュレーションによって求めた  $BER = 10^{-5}$  を達成する  $SNR(E_b/N_0)$  と、4ASK と 8PSK それぞれの変調方式に対するシャノン限界を示す  $SNR(E_b/N_0)$  との差を示す。ここで、図 15(a) に示す 4ASK の符号化率 1.40 においては、BICM-ID の成分符号に 3 ブランチの GPA 符号を用いている。その為、BICM-ID の成分符号に PA 符号を成分符号として用いた他の符号化率での結果よりも 4ASK のシャノン限界との差が大きく、特性劣化が見られる。しかしながら、符号化率 1.0 以上の全ての点で 4ASK のシャノン限界との差が 1.5dB 以内、符号化率 1.8 以上の全ての点で 8PSK のシャノン限界との差が 1.2dB 以内であり、提案手法が優れた性能を有していることがわかる。

他方、図 15(a) に示す 4ASK の符号化率 1.12 と 1.39、図 15(b) に示す 8PSK の符号化率 2.09 においては、MLC の 1 つの成分符号に 3 ブランチ GPA 符号を用いている。この場合、BICM-ID

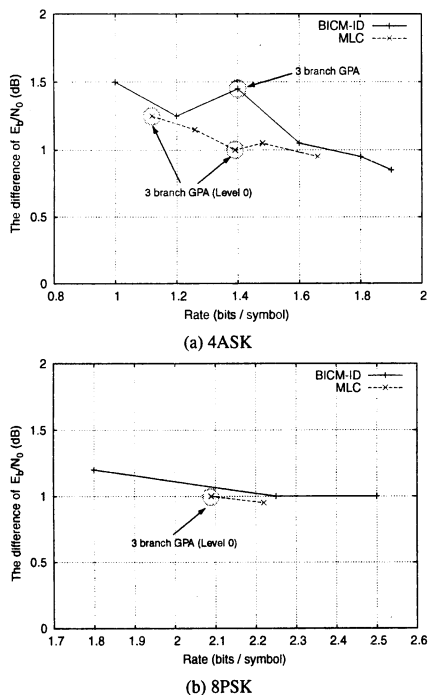


図 15 各変調方式に対するシャノン限界との差,  $BER = 10^{-5}$  で評価, AWGN, Iteration (Outer, Inner)=(10,30),  $\Pi_1$ : Algebraic block interleaver,  $\Pi_2$ : Pseudo random interleaver, (BICM-ID: PA 符号長  $N = 12000(4ASK), 18000(8PSK)$ , 変調シンボル長  $N_s = 6000$ , Gray labeling, 4 iteration), (MLC/反復軟判定 MSD: 符号長  $N = 6000 \sim 6600$ , Ungerboeck's labeling, 4 iteration)

での結果と異なり, GPA 符号を用いたことによる特性劣化は見られない。また, 設計した符号化率の範囲では 4ASK のシャノン限界との差分が 1.3dB 以内, 8PSK のシャノン限界との差分が 1.0dB 以内となっており, 提案手法が優れた性能を有していることがわかる。

MLC/反復軟判定 MSD と BICM-ID を適用した 2 種類のシミュレーション結果を比較すると, MLC/反復軟判定 MSD を適用した場合の方が BICM-ID を適用した場合よりやや良好な結果を示した。一方, MLC/反復軟判定 MSD における復号操作の反復回数と, BICM-ID における PA 復号器とデマッパ間の反復更新回数が等しければ, 両者の復号の計算量はほぼ同じである。これらのことから, MLC/反復軟判定 MSD で設計可能な符号化率であれば MLC/反復軟判定 MSD を, 設計不可能な符号化率では BICM-ID を適用するという符号化率に応じた多値符号化法の使い分けを行うことで, より広範囲な符号化率でシャノン限界に接近する性能を持つ符号化が可能である。

また 3.1 節に示したように, BICM-ID にグレイラベリングを用いた場合には, PA 復号器とデマッパ間の反復更新による復号誤り率の減少がそれほど大きくないことも判明している。そこで, 復号の計算量に制限がある場合には, 反復更新を行わない単純な BICM にグレイラベリングを組み合わせた方法によって, 良好な特性を得ることができると考えられる。

## 5. まとめ

本論文では, PA 符号を多値変調へ適用するための方式を提

案し, 提案方式が広範囲の符号化率でシャノン限界に接近する優れた性能を持つことを示した。その際 2 つの異なる SPC 符号を組み合わせ, PA 符号あるいは GPA 符号の符号化率を柔軟に変更するための手法を示し, 所望する符号化率を持つ符号を設計するための設計手順を構築した。更に PA 符号を成分符号とした BICM-ID と MLC/反復軟判定 MSD について, 復号誤り確率を最小にするシンボル点のラベリング方式を明らかにした。

またシミュレーション結果より, 提案した設計手順とグレイ符号化を用いた BICM-ID 及び Ungerboeck のラベリングを用いた MLC/反復軟判定 MSD を, 符号化率に応じて使い分けることで, より広範囲な符号化率でシャノン限界に接近する性能を持つ符号化が可能であることを示した。

今後は, PA 符号あるいは GPA 符号の 4ASK, 8PSK 以外の更に多値化された変調方式への適用の検討を予定している。

## 文 献

- [1] J. Li, K. R. Narayanan, and C. N. Georghiades, "Product Accumulate Codes: A Class of Codes with Near-Capacity Performance and Low Decoding Complexity," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 50, no. 1, pp. 31-46, Jan. 2004.
- [2] J. Li, K. R. Narayanan, and C. N. Georghiades, "A Class of Linear-Complexity, Soft-Decodable, High-Rate, 'Good' Codes: Construction, Properties and Performance," *Proc. Int. Symp. Inform. Theory*, p. 122, Washington D.C., Jun. 2001.
- [3] J. Li, K. R. Narayanan, and C. N. Georghiades, "An Efficient Decoding Algorithm for Cycle-Free Convolutional Codes and Its Applications," *Proc. IEEE Global Commun. Conf.*, pp. 1063-1067, San Antonio, TX, Nov. 2001.
- [4] J. Li, K. R. Narayanan, and C. N. Georghiades, "Generalized Product Accumulate Codes: Analysis and Performance," *Proc. IEEE Global Conf. Commun.*, pp. 975-979, San Antonio, TX, Nov. 2001.
- [5] D. M. Rankin and T. A. Gulliver, "Single Parity Check Product Codes," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 49, no. 8, pp. 1354-1362, Aug. 2001.
- [6] D. Divsalar, "A Simple Tight Bound on Error Probability of Block Codes with Application to Turbo Codes," TMO, Progr. Rep. 42-193, Nov. 1999.
- [7] G. Caire, G. Taricco, and E. Biglieri, "Bit-Interleaved Coded Modulation," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 44, no. 3, pp. 927-946, May 1998.
- [8] S. ten Brink, J. Speidel, and R-H. Yan, "Iterative Demapping and Decoding for Multilevel Modulation," *Proc. IEEE Global Telecommun. Conf.*, pp. 579-584, Sydney, Australia, Nov. 1998.
- [9] P. A. Martin and D. P. Taylor, "On Multilevel Codes and Iterative Multistage Decoding," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 49, no. 11, pp. 1916-1925, Nov. 2001.
- [10] M. Isaka and H. Imai, "On the Iterative Decoding of Multilevel Codes," *IEEE Journal on Selected Areas in Commun.*, vol. 19, no. 5, pp. 935-943, May 2001.
- [11] U. Wachsmann, R. F. H. Fischer, and J. B. Huber, "Multilevel Codes: Theoretical Concepts and Practical Design Rules," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 45, no. 5, pp. 1361-1391, July 1999.
- [12] J. B. Huber and U. Wachsmann, "Capacities of Equivalent Channels in Multilevel Coding Schemes," *Electronics Letters*, vol. 30, no. 7, pp. 557-558, Mar. 1994.
- [13] G. Ungerboeck, "Channel Coding With Multilevel / Phase Signals," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. IT-28, no. 1, pp. 55-67, Jan. 1982.
- [14] 松本渉, 許偉剛, 今井秀樹, "低密度パリティ検査 (LDPC) 符号におけるマルチレベル符号化方式", 電子情報通信学会論文誌 B, vol. J87-B, no. 5, pp. 603-613, 2004 年 5 月.
- [15] L. Hanzo, T. H. Liew, and B. L. Yeap, *Turbo Coding, Turbo Equalisation, and Space-Time Coding: For Transmission over Fading Channels*. John Wiley & Sons Inc, 2002.