

光バースト交換網における λプレーンを用いたバーストグルーミング方式

平田 孝志[†] 松田 崇弘^{††} 滝根 哲哉^{††}

^{†, ††} 大阪大学大学院工学研究科
〒 565-0871 大阪府吹田市山田丘 2-1

E-mail: †hirata@post.comm.eng.osaka-u.ac.jp, ††{matsuda,takine}@comm.eng.osaka-u.ac.jp

あらまし 近年、光ネットワークの交換技術の一つである光バースト交換が注目されている。この光バースト交換には、基本的に中継ノードにおいて光バッファの使用を想定していないため廃棄率が高いという問題が存在する。この問題に対し、著者らは既に非衝突λプレーンを用いたバーストスケジューリングを提案している。これは各送信ノードに個別の専用波長を割当て、専用波長毎に送信ノードを根とした全域木を用いてバーストの送信を行う方式であり、劇的にバースト廃棄率の改善が可能である。本稿では、光バースト交換の重要な技術要素であるオフセットタイムの性質を利用したバーストグルーミング方式を用いて非衝突λプレーンの機能拡張を行う方式を提案する。非衝突λプレーンでは専用波長上の下流ノードにおいて帯域が余り、資源が効率的に使用されない場合がある。提案方式では、他のバースト送信を妨害することなく、任意の送信ノードの専用波長上にバーストを割り込ませることで、余り帯域を効率的に利用する。本稿では、提案方式を使用することにより、λプレーンを用いたバースト交換網においてさらなる廃棄率の改善が行えることを示す。

キーワード 光バースト交換, WDM, 波長割当て, バーストグルーミング, オフセットタイム

Burst Grooming Scheme on λ-Planes in Optically Burst Switched WDM Networks

Kouji HIRATA[†], Takahiro MATSUDA^{††}, and Tetsuya TAKINE^{††}

^{†, ††} Graduate School of Engineering, Osaka University
2-1, Yamadaoka, Suita, Osaka 565-0871, Japan

E-mail: †hirata@post.comm.eng.osaka-u.ac.jp, ††{matsuda,takine}@comm.eng.osaka-u.ac.jp

Abstract In recent years, Optical Burst Switching (OBS) is emerging as a promising solution for high-speed transfer of bursty traffic over WDM optical networks. In OBS networks, the burst loss probability tends to be prohibitively large because there is no buffer at intermediate core nodes. To improve the burst loss performance, we have already proposed contention-free λ-planes, which consist of dedicated wavelengths assigned to each ingress node and load-balanced spanning trees. In this paper, we propose a burst grooming scheme to utilize the unused bandwidth of λ-planes effectively. In the proposed scheme, λ-planes are combined with the offset time mechanism and bursts generated from an ingress node are transmitted on dedicated wavelengths assigned to other ingress nodes without blocking their burst transmissions. We show that the proposed scheme can enhance the wavelength utilization and improve the burst loss performance of λ-planes.

Key words Optical Burst Switching, WDM, Wavelength Assignment, Burst Grooming, Offset Time

1. はじめに

近年、高速大容量のデータ伝送を実現できる、WDMを用いた光ネットワークが注目されている [7]。光バースト交換 (Optical

Burst Switching: OBS) は WDM ネットワークにおける交換技術の一つであり、コアノードでの光/電気/光変換によるボトルネックの除去によって、高効率伝送を実現している [4]。光バースト交換では中継ノードにおける波長予約はバースト

通過時のみに行われ、パーストの通過後に使用していた波長を解放する。パースト予約時に、既に他のパーストが予約を行っており波長予約の競合が発生した場合、つまり中継ノードにおいてパーストの送信時間が一部でも重なると、後から予約されたパーストは廃棄される。光パースト交換では基本的に中継ノードにおいて光バッファの使用を想定していないために廃棄率が高い。それ故、廃棄率の抑制が重要な課題となる。廃棄率抑制の一つの手段として、パーストスケジューリングが挙げられる。これは、送信ノード及び中継ノードにおいて、複数ある波長のうちの波長を用いてパーストの送信を行うかを決定する手続きである。

著者らは既に非衝突 λ プレーンを用いたパーストスケジューリングを提案している [1]。この方式では、各送信ノードに個別の専用波長を割当て、専用波長毎に送信ノードを根として全域木を形成し、パーストはこの全域木を用いて送信される。 λ プレーンではパーストの衝突は中継ノードでは完全に回避され送信ノードのみで発生する。したがって、送信ノードで電気バッファを併用することにより、中継ノードにおいて波長変換器を用いずに劇的にパースト廃棄率の改善を図ることが可能である。

この λ プレーンでは、全域木上の下流ノードにいくほどトラヒック量が少なくなるため、波長が効率よく使用されない場合がある。本稿では、 λ プレーンの機能を拡張することによって、専用波長上の余っている帯域を有効利用する方式を提案する。提案方式は光パースト交換におけるオフセットタイムの性質を利用することで、他のパースト伝送を妨害することなく、任意の送信ノードの専用波長上にパーストを割り込ませる方式である。本稿では、提案方式を用いることにより、 λ プレーンを用いた光パースト交換網においてさらなる廃棄率の改善が行えることを示す。

2. 非衝突 λ プレーンによる衝突回避法

2.1 既存のスケジューリング方式の問題点

パーストスケジューリング方式は大きく二つに分類することが可能である。一つは、送信ノード及び中継ノードにおける局所的なスケジューリング方式で、First-Fit [8], Horizon [5], LAUC-VF [8] 等が提案されている。もう一つは、下流ノードにおける衝突をあらかじめ回避することを目的とした送信ノードにおけるスケジューリング方式であり、BORA [2], PWA [6] 等が提案されている。しかし、これら既存のスケジューリング方式では、各送信ノードが全波長を共有するため、中継ノードでの衝突を完全に回避することができない。実際、波長を共有した光パースト交換網はマルチホップランダムアクセス網とみなすことができ、中継ノードにおいて波長変換器や光遅延線を用いなければパースト廃棄率が高い。この問題を解決するために、我々は非衝突 λ プレーンを用いたパーストスケジューリング方式を提案した [1]。次章において、この λ プレーンについて詳しく説明する。

2.2 非衝突 λ プレーンの構築

非衝突 λ プレーンは各送信ノードに対する専用波長割当て及び全域木を用いた固定経路選択の 2 つにより構成される。前者

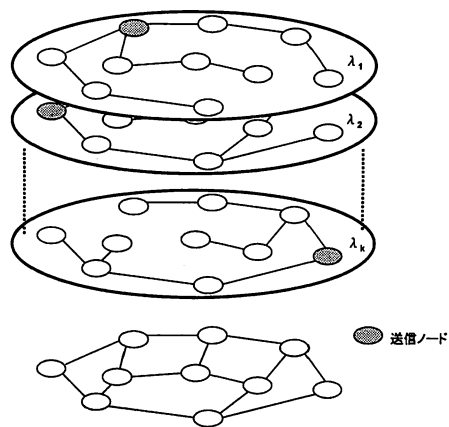


図 1 非衝突 λ プレーンの構築

は、図 1 のように、各送信ノードに対して個別の専用波長を割当て、ネットワークを幾つかのプレーンに分割するという考え方に基づく。各送信ノードは与えられた専用波長のみを使用してパーストを送信する。これにより、中継ノードにおいて、異なった送信ノードから送信されたパーストとの衝突を完全に回避できる。一方後者は、図 1 のように各送信ノードを根とする全域木を形成し、その全域木上でパーストを送信することにより、自ノードから送信されたパーストとの衝突を回避することを目的とする。

通常の光パースト交換では複数波長が使用可能な場合、送信ノードにおいて波長を自由に選択できるため、送信ノードにおけるパーストの衝突が発生しにくく、主に中継ノードにおいてのパースト同士の衝突によりパースト廃棄が発生する。よって、廃棄率改善のために送信ノードに電気バッファを設置しても効果が低い。一方、本方式では中継ノードでのパーストの衝突が発生せず、衝突を送信ノードに局所化することが可能なため、電気バッファの効果が顕著に表れる。

この λ プレーンの性能は全域木の構成方法や、各送信ノードに対してどのような基準で専用波長を割当てるかに大きく依存する。文献 [1] において我々は、送信ノードの出力ポート間で負荷が均等になるように全域木を形成し、送信ノードにおけるパーストの廃棄量に応じて専用波長を割当てアルゴリズムを提案した。その結果、提案方式を用いることで大幅なパースト廃棄率の改善が可能であることを示した。

この λ プレーンでは下流ノードにおいて帯域が効率的に使用されない場合がある。この現象について図 2 を用いて説明する。図では、波長資源の容量を 1 とし、ノード S からそれぞれ 0.25 ずつの量のトラヒックをノード 1, 2, 3, D に対して送信しているとする。図より、ホップ毎に目的ノードに到着したパーストがネットワークから削除されるために、下流ノードになるほど波長の帯域が余るという状況が発生する。そこで、本稿ではこの余り資源を有効に利用するための方式を提案する。次章でこの提案方式について詳しく説明する。

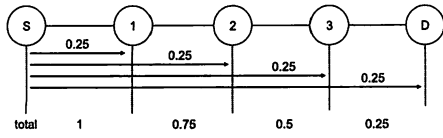


図2 専用波長上での余り資源

3. 専用波長を用いたバーストグルーミング方式

3.1 オフセットタイムの性質

提案方式は、光バースト交換において重要な要素の一つであるオフセットタイムの性質を利用する。まず、提案方式の動作を述べる前に、このオフセットタイムの性質について説明する。光バースト交換では、図3のように、データ部分であるバーストに先行して、経路情報、バースト長等を保持するコントロールパケットを制御チャンネル上に送信する。中継スイッチに到着したコントロールパケットは電気領域で処理され、自身に対応するバーストの送信のための波長の予約、経路設定が行われる。経路上の全ての中継ノードにおいてこの処理を行った後、バーストがデータチャンネル上に送信されるため、バーストは中継ノードにおいて光/電気/光変換を行うことなく光信号のまま通過できる。この、コントロールパケットとバーストの送信の時間差をオフセットタイムと呼ぶ。オフセットタイムの最小値は式(1)に示されるように、中継ノードにおけるコントロールパケットの処理時間(Δ)と宛先ノードまでのホップ数(H)によって決定される。

$$\text{オフセットタイム} \geq H \times \Delta \quad (1)$$

光バースト交換では、バーストの送信時間が重なった時にバースト廃棄が発生する。図4を用いてバースト廃棄を説明する。ある中継ノードにおいて、バーストA(長さ l_1)に対し、時刻 t_1 から $t_1 + l_1$ まで波長が予約されている状態を仮定する。次に、バーストAとは別の、バーストBのコントロールパケットが波長の予約を試みようとしているとする。このとき、バーストBの波長の予約時間がバーストAの波長の予約時間($t_1 \sim t_1 + l_1$)と重なると後から到着したバーストBのコントロールパケットは波長が予約できず、バーストBは破棄されることになる。

光バースト交換においては、一般的にオフセットタイムが長くなるほど、バースト送信のための予約を時間的に先取りしやすくなり、バーストが廃棄されにくくなるという性質がある。この傾向は、オフセットタイムが長くなるほど強くなり、ある二つのバーストのオフセットタイムの差が最大バースト長以上になると、長いオフセットタイムを持つバーストの予約が必ず優先される(付録を参照)。本稿ではこの性質を利用し、 λ プレーン上の専用波長を用いたバーストグルーミング方式を提案する。

3.2 オフセットタイムの性質を利用したバーストグルーミング

図5を用いて提案方式の要素であるバーストグルーミングについて説明する。まず、ある任意のS-Dペアにおいて専用の波

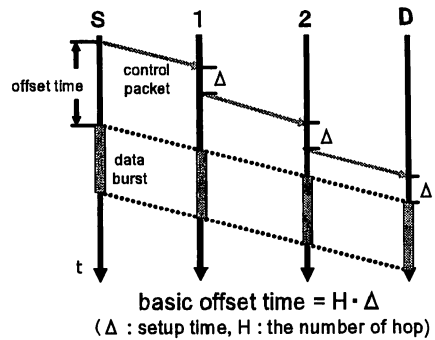


図3 オフセットタイム

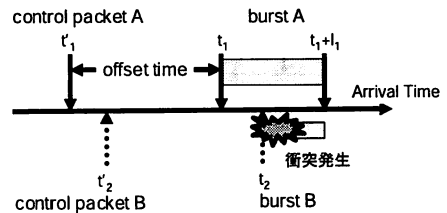


図4 バーストの衝突

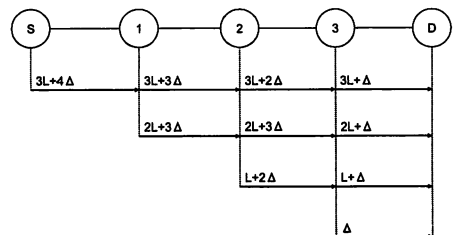


図5 専用波長を用いたグルーミング方式

長が使われているものとする。光バースト交換においては通常オフセットタイムは $H \times \Delta$ で表されるが、提案方式においてはオフセットタイムを

$$\text{オフセットタイム} = L_{max} \times (H' - 1) + \Delta \times H' \quad (2)$$

で与える。ただし、 L_{max} は最大バースト長、 H' はバーストを送信しようとしているノードから、専用波長上の最終ノードまでのホップ数である。図5において各ノードに対応する H' は、各ノードからノードDまでのホップ数である。このようにオフセットタイムを与えることにより、上流から流れるバーストのオフセットタイムは下流のノードから発生するバーストのオフセットタイムに対して必ずバースト長以上の長さを持つことができる。よって、下流のノードから発生するバーストは上流から送信されてくるバースト送信の予約の妨害を行うことなく自身のバーストを任意の専用波長上にのせることが可能となる。

3.3 グルーミング方式を用いた λ プレーンの拡張

本稿では、このバーストグルーミングを用いて我々が既に提案している λ プレーンを拡張する。図6を用いて λ プレーン上でのグルーミングの動作を説明する。 λ プレーンにおいては、

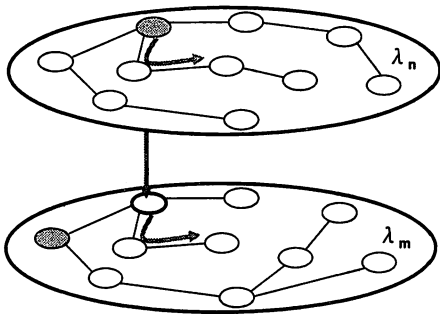


図 6 波長プレーン上でのグルーミング

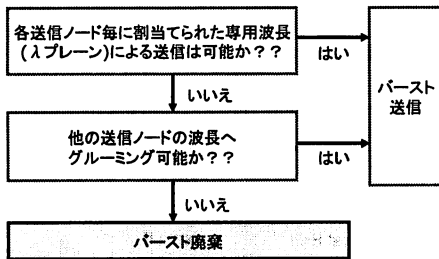


図 7 提案方式 1

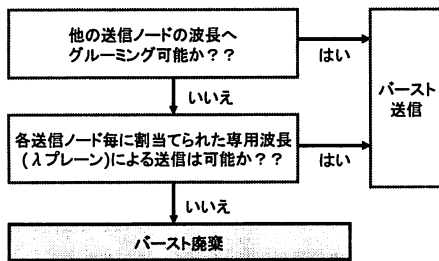


図 8 提案方式 2

図のように他の送信ノードの専用波長上で目的ノードまでの経路が存在する場合にパーストのグルーミングが可能である。つまり、目的ノードまでの経路が存在しなければその波長を使用できない。よって、提案方式では、目的ノードまでの経路が存在する波長の中から、一つの波長を選択してパーストのグルーミングを行う。本稿においては、ここでの波長の選択方式として Round-Robin 型の First-Fit [8] を用いた。

提案方式は、グルーミングを行うタイミングで二つの方式に分けることができる。一つ目の方式は、λプレーン上を溢れたパーストに対してグルーミングを行う方法である(図7)。この場合、ある送信ノード*i*がパーストを送信しようとする場合、まず送信ノード*i*に割当てられた専用波長 λ_i 上でパースト送信を試みる。もし、 λ_i 上で送信可能ならば、そのままパースト送信を行う。一方、もし送信ノードのパッファが埋まっていて送信不可能ならば、他の送信ノードの専用波長上にパーストをグルーミングし送信する。

二つ目の方式は、先にグルーミングを用いて送信を試み、送信ができない場合にλプレーンを用いる(図8)。これを前者の

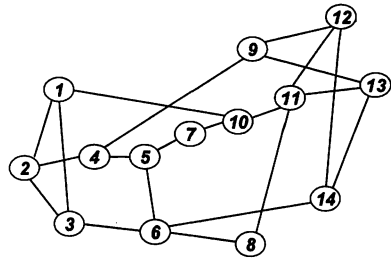


図 9 シミュレーションモデル

表 1 シミュレーションパラメータ

Parameter	Value
各リンクの伝搬遅延	0.01 [秒]
コントロールパケットの処理時間 Δ	0.0001 [秒]
平均パースト到着率	λ [パースト/秒]
パースト長 L	0.001 [秒]

		受信ノード j														sum	
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14		
送信ノード i	1	-	0.270	0.193	0.048	0.050	0.050	0.024	0.024	0.027	0.114	0.039	0.142	0.204	0.150	1.059	
	2	0.220	-	0.200	0.047	0.058	0.050	0.023	0.022	0.132	0.034	0.092	0.145	0.234	0.211	1.463	
	3	0.188	0.194	-	0.050	0.054	0.020	0.021	0.020	0.111	0.123	0.033	0.178	0.208	0.183	1.418	
	4	0.059	0.059	0.057	-	0.047	0.021	0.013	0.013	0.046	0.059	0.044	0.061	0.044	0.044	0.545	
	5	0.059	0.052	0.053	0.044	-	0.053	0.017	0.017	0.059	0.045	0.041	0.062	0.068	0.059	0.678	
	6	0.029	0.029	0.029	0.029	0.029	-	0.010	0.012	0.034	0.029	0.037	0.030	0.029	0.032	0.678	
	7	0.024	0.024	0.024	0.018	0.018	0.010	-	0.028	0.018	0.018	0.018	0.018	0.019	0.029	0.595	
	8	0.024	0.022	0.021	0.018	0.018	0.011	0.028	-	0.018	0.018	0.012	0.018	0.028	0.024	0.623	
	9	0.128	0.119	0.135	0.054	0.070	0.027	0.103	0.071	-	0.081	0.043	0.159	0.139	0.123	1.059	
	10	0.127	0.073	0.085	0.054	0.070	0.030	0.011	0.017	0.134	-	0.058	0.074	0.105	0.094	0.915	
	11	0.040	0.038	0.043	0.044	0.024	0.022	0.017	0.012	0.040	0.043	-	0.040	0.044	0.037	0.759	
	12	0.141	0.128	0.180	0.047	0.065	0.041	0.013	0.011	0.020	0.033	0.043	-	0.178	0.159	1.223	
	13	0.215	0.215	0.211	0.051	0.070	0.023	0.023	0.023	0.075	0.030	0.033	0.177	-	0.311	1.253	
	14	0.283	0.232	0.207	0.054	0.064	0.033	0.023	0.023	0.085	0.033	0.040	0.162	0.317	-	1.614	
sum		1.604	1.476	1.448	0.573	0.675	0.555	0.252	0.249	0.950	0.901	0.762	1.199	1.878	1.660	14.00	

図 10 トラフィックマトリックス

		送信ノード i														
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	
offered load	1	5	5	5	4	4	4	5	3	3	5	5	4	5	6	5
	2	5	5	5	3	4	5	3	3	5	5	4	5	6	6	
	3	5	5	6	3	4	4	3	3	5	5	4	5	6	6	
	4	6	6	6	3	3	4	2	2	5	5	4	5	7	6	
	5	6	6	6	3	3	4	2	2	5	5	4	5	7	6	
	6	6	6	6	2	3	4	2	2	5	5	4	5	7	7	
	7	7	7	6	2	3	4	1	1	5	5	3	5	8	7	
	8	7	7	6	2	3	2	1	1	5	5	3	6	8	8	

図 11 割当て波長数

方式と比較すると、この方式のほうがより廃棄率の改善が行えると期待できる。これは、他の専用波長にグルーミングされたパーストは、その専用波長上の上流から流れてくるパーストの妨害をせず、λプレーンの性能に影響を与えないためである。よって、先にグルーミングを行うことにより、λプレーン上へ流入するトラフィック量を減らし、結果的にネットワークへ流入可能なトラフィック量を増加させることができる。以下では前者の方式を方式1、後者の方式を方式2と呼ぶ。

4. 性能評価

4.1 評価モデル

本節ではシミュレーション実験を行い、提案方式の性能評価を行う。今回使用したシミュレーションモデルは、図9に示されるノード数が14で、21の双方向リンクを持つネットワークである。本稿では、中継ノードにおける波長変換器や光遅延線は想定していない。単純化のため、ネットワークの各リンクの

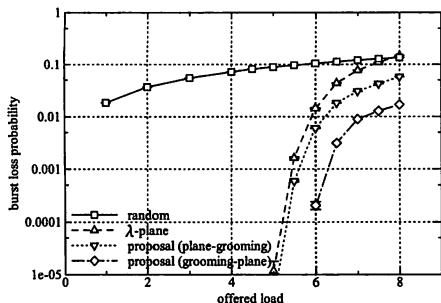


図 12 バースト廃棄率

伝搬遅延を 0.01 [秒], 各ノードにおけるコントロールパケットの処理時間 (Δ) を 0.0001 [秒] とする。また, バースト長 (L) は平均 0.001 [秒] の固定長とする。よって, 各バーストに与えられるオフセットタイムは, 通常的方式では式 (1) より $0.0001H$ [秒], 提案方式では式 (2) より $0.001(H' - 1) + 0.0001H'$ [秒] となる。バーストは各送信ノードにおいて, 図 10 に示されるトラフィックマトリックスに示される比率に応じて平均が λ [バースト/秒] のポアソン過程となるように発生し, 各受信ノードに送信される。なお, このトラフィックマトリックスは文献 [3] に示されている方法で作成した。これらのパラメータを表 1 にまとめる。ここで, 送信ノード i の出力ポート p における専用波長数を $c = c_i$, 電気バッファサイズを $K = 10 \times c_i$ とすると, 送信ノードにおける待ち行列モデルは $M/D/c/c+K$ となるが, 本稿では簡単化のため $M/M/c/c+K$ 待ち行列モデルを用いて各送信ノードにおけるバーストの廃棄量を求め, それに応じて各送信ノードに図 11 に示す数だけ専用波長を割当てた。ただし, 使用可能な全波長数は 64 とする。また, 入力負荷 (offered load) は

$$\text{offered load} = \frac{\lambda \times L \times \text{平均 end-to-end ホップ数}}{\text{波長数}},$$

で与える。

以上の条件の下で, シミュレーション実験により 30 個の独立な標本の平均を求めた。また, 各グラフには 95% の信頼区間を併せて示している。

4.2 結果

図 12 は平均入力負荷に対するネットワーク全体のバースト廃棄率を示している。比較対象として, λ プレーンのみ「 λ -plane」及び送信ノードが全波長を共有した場合にランダムで波長を選択する方式「random」を用いた。また, 「proposal (plane-grooming)」及び「proposal (grooming-plane)」はそれぞれ, 方式 1 及び方式 2 の特性を示す。図より, ランダム方式ではたとえ負荷が低い状態であっても高い廃棄率を示すことがわかる。しかし λ プレーンを用いることにより, 廃棄率の劇的な改善が得られる。さらに, 提案方式を用いてこの λ プレーンを拡張することによりさらなる廃棄率の改善が得られていることがわかる。また, 提案方式において, 先にグルーミングを試み, 次に λ プレーン上での送信を試みる方式 2 の方が, 方式 1 より大幅に廃棄率の改善が行えていることがわかる。よって, 前述の考

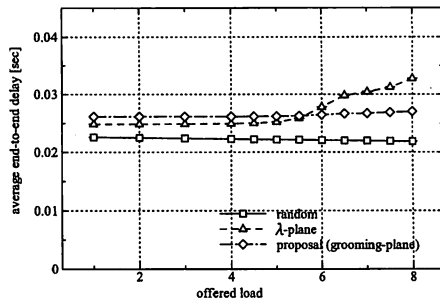


図 13 平均 end-to-end 遅延

察は正しいといえる。

次に, 提案方式の遅延特性を調べた。図 13 はバーストの入力負荷に対する平均 end-to-end 遅延を示している。図より, ランダム方式に比べ λ プレーンにおける遅延が平均的に高い値を示すことがわかる。これは, ランダム方式においてはバーストが最短経路を通っているのに対し, λ プレーンでは経路を送信ノードの出力ポートにかかるトラフィック量に応じて決定しているため, 最短経路を通るとは限らないためである。また, λ プレーン及び提案方式ではネットワーク負荷が大きい場合に, 送信ノードにおける電気バッファでの待ち時間の影響で, 多少の遅延の増加がある。また, 提案方式では, 通常方式のオフセットタイムに比べてより大きいオフセットタイムを与えるため, その分遅延が大きくなっている。しかし, 負荷が大きい場合においては, グルーミングによって λ プレーンへ流入するトラフィック量が減少し, λ プレーン上での送信ノードにおける電気バッファの待ち時間が減少するため, λ プレーンのみを使用する場合よりも性能が良い。

5. まとめ

本稿では, 光バースト交換網において我々が既に提案している非衝突 λ プレーンの拡張を行った。提案方式では, オフセットタイムの性質を利用し他の送信ノードの専用波長上に, バーストの衝突なしで割り込ませるグルーミング方式を波長プレーンに適用した。提案方式により, λ プレーンのみを用いた場合よりもさらに大幅に廃棄率の改善が可能であることを示した。

文 献

- [1] K. Hirata, T. Matsuda, H. Nagamochi, and T. Takine, "Contention-Free λ -Planes in Optically Burst-Switched WDM Networks," in *Proc. IEEE Global Telecommunications Conference (GLOBECOM)*, San Francisco, USA, Nov. 2006 (to be presented).
- [2] J. Li and C. Qiao, "Schedule burst proactively for optical burst switched networks," *Computer Networks*, vol. 44, no. 5, pp. 617–629, 2004.
- [3] A. Nucci, A. Sridharan, and N. Taft "The problem of synthetically generating IP traffic matrices: Initial recommendations," *ACM SIGCOMM Computer Communication Review*, vol. 35, no. 3, pp. 19–32, 2005.
- [4] C. Qiao and M. Yoo, "Optical burst switching (OBS): A new paradigm for an optical Internet," *Journal of High Speed Networks*, vol. 8, no. 1, pp. 69–84, 1999.
- [5] J. Turner, "Terabit burst switching," *Journal of High Speed*

- [6] X. Wang, H. Morikawa, and T. Aoyama, "Priority-based wavelength assignment algorithm for burst switched photonic networks," in *Proc. Optical Fiber Communication Conference*, Anaheim, USA, Mar. 2002, pp. 765–767.
- [7] F. J. Westphal, M. Jager, H. M. Foisel, and A. Gladisch, "Evolution of optical networks and management aspects," in *Proc. Fourth International Topical Workshop on Contemporary Photonic Technologies*, Tokyo, Japan, Jan. 2001, pp. 35–38.
- [8] Y. Xiong, M. Vandenhoute, and H. C. Cankaya, "Control architecture in optical burst-switched WDM networks," *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. 8, no. 10, pp. 1838–1851, 2000.

付 録

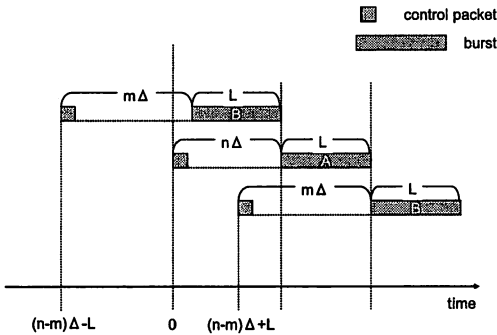


図 A-1 オフセットタイムの影響

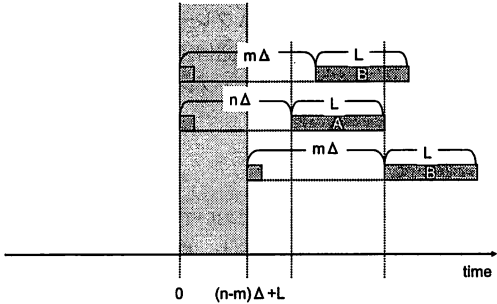


図 A-2 $(n-m)\Delta - L \leq 0$ のとき

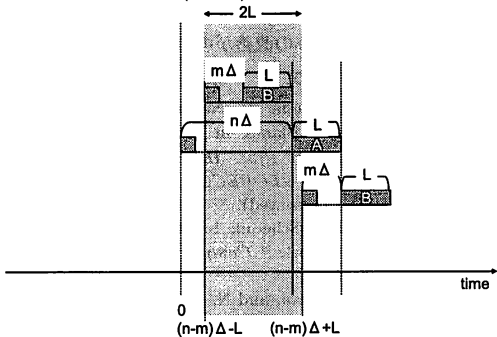


図 A-3 $(n-m)\Delta - L > 0$ かつ $m \leq n$ のとき

オフセットタイムがバースト廃棄にどのような影響を与えるかについて説明する。まず、図 A-1 を用いて説明する。バースト A が、時刻 $t = 0$ に到着したコントロールパケットにより予約されており、バースト A のバースト長は L で、 $n\Delta$ のオフセットタイムが付加されているとする。ここで、別のバースト B がこのバースト A の予約によって廃棄される場合を考える。尚、バースト B のオフセットタイムは $m\Delta$ 、バースト長は L とする。はじめに、バースト A と B の送信時間が重なるときの、バースト B のコントロールパケットの到着時刻を考える。図 A-1 より、バーストの送信時間が重なる場合の、左の境界部分においては、コントロールパケットの予約時刻は $(n-m)\Delta - L$ 、右の境界部分においては、 $(n-m)\Delta + L$ である。ここで、コントロールパケットが後に到着したバーストが廃棄されるということに注意すると、バースト B が廃棄される区間は $(\max(0, (n-m)\Delta - L), (n-m)\Delta + L)$ である。よって 0 と $(n-m)\Delta - L$ の大小に関して場合分けを行わなければならない。

• $(n-m)\Delta - L \leq 0$ の場合 (つまり、区間が $(0, (n-m)\Delta + L)$ の場合). $m > n$ のときは全ての Δ 及び L に対して $(n-m)\Delta - L \leq 0$ が成り立つ。このときバースト B が廃棄される範囲は、

$$0 \leq t \leq -(m-n)\Delta + L \quad (A-1)$$

である (図 A-2).

次に $m \leq n$ の場合、 $m > n$ の時と同様に、バースト B が廃棄される範囲は、

$$0 \leq t \leq (n-m)\Delta + L \quad (A-2)$$

である (図 A-2).

• $(n-m)\Delta - L > 0$ の場合 (つまり、区間が $((n-m)\Delta + L, (n-m)\Delta + L)$ の場合).

$m > n$ のときは全ての Δ 及び L に対して $(n-m)\Delta - L \leq 0$ が成り立つため、バースト B が廃棄される範囲は存在しない。

$m \leq n$ のとき、図 A-3 に示されるように、バースト B が廃棄される範囲は

$$(n-m)\Delta - L < t < (n-m)\Delta + L \quad (A-3)$$

である。この時、この範囲の幅は $2L$ となるためオフセットタイムの差が増加しても変化はない。

以上の結果より、オフセットタイムがバースト廃棄に与える影響をまとめる。式 (A-1) より、 $m > n$ の場合は、オフセットタイムの差 $(m-n)\Delta$ が大きくなるにつれてバースト B がバースト A によって廃棄される確率が小さくなることがわかる。また、オフセットタイムの差がバースト長以上となると $((m-n)\Delta \geq L)$ まったくバースト B がバースト A によって廃棄されることはなくなる。本稿では、この性質を利用して λ プレーンの拡張を行っている。

一方、式 (A-2) 及び (A-3) より、 $m \leq n$ の場合において、オフセットタイムの差 $(n-m)\Delta$ が大きくなるにつれてバースト B がバースト A によって廃棄される確率が大きくなり、その傾向はオフセットタイムの差がバースト長以上となると $((n-m)\Delta \geq L)$ 頭打ちとなることがわかる。