

階層的形状近似を用いたラジオシティ法

田中久登 乃万 司

九州工業大学 情報工学部

〒820 福岡県飯塚市川津 680-4

あらまし ラジオシティ法は代表的な大域的照明モデルの一つであるが、従来の方法では、 n 個の面に対して $O(n^2)$ 個のフォームファクターを計算する必要があったため、多数の面を含む複雑な環境においては適用が困難であった。本研究では、階層的な形状近似を用いることによって、Hanrahanらの階層的ラジオシティ法をポリゴン間の階層にまで拡張する手法を提案する。この方法により、 $O(n)$ 個のフォームファクターで各面でのラジオシティを計算することが可能になる。

和文キーワード ラジオシティ, 高速化, 階層, 形状近似

A Radiosity Method by Hierarchical Shape Approximation

Hisato TANAKA Tsukasa NOMA

Department of Artificial Intelligence
Kyushu Institute of Technology

Kawazu, Iizuka, Fukuoka 820, JAPAN

Abstract Radiosity methods are one of the most important global illumination models to date. But the existing approaches require the computation of $O(n^2)$ form factors for the environment containing n faces. Thus radiosity methods have been hard to apply to complex environments containing many objects/faces. This article proposes an extension of Hanrahan's hierarchical radiosity approach. Using the hierarchical shape approximation of sets of polygons, our approach enables us to compute radiosities of n faces with $O(n)$ form factors.

英文 key words radiosity, acceleration, hierarchy, shape approximation

1 はじめに

光の相互反射(間接光)を扱う大域的照明モデルは、コンピュータ・グラフィックスにおいて重要な研究課題の一つである。そのような大域的照明モデルのうちで最も成功した手法の一つにラジオシティ法 [Goral84][Cohen85][Nishita85]がある。ラジオシティ法では、空間内の物体表面を完全拡散面と仮定し、各面を面素(エレメント)に分割する。このとき、面素間の相互反射の関係は次式で表される。

$$B_i = E_i + \rho_i \sum_j^n F_{ij} B_j$$

ここで、 B_i は面素 i のラジオシティ(単位時間単位面積当たりのエネルギー)、 E_i は面素 i の発光度、 ρ_i は面素 i の反射率である。また、 F_{ij} は面素 i から放たれたエネルギーが面素 j に達する割合で、フォームファクターと呼ばれる。この式を連立させると各面素でのラジオシティ B_i が求まるが、そのためには、すべての面素の対 (i, j) についてフォームファクター F_{ij} を求める必要がある。したがって、一般にラジオシティ法は、面素数 n に対して $O(n^2)$ 個のフォームファクターの計算を要するため、複雑な環境においては膨大な計算量が必要となる。

本稿では、上記の問題点を解決するために、Hanrahanらの階層的ラジオシティ法 [Hanrahan91]を拡張し、複雑な環境の形状を幾何学的により簡単な形状に階層的に近似することによってラジオシティ法を高速化する手法を提案する。

2 ラジオシティ法と階層化

ラジオシティ法にはじめて階層化を取り入れたのはCohenら [Cohen86]である。彼らは、光源(1次光源とは限らない)よりも受光面をより細分化するという2段階の階層化を行なった。

その後、Hanrahanら [Hanrahan91]は、多体問題の近似解法に想を得て、多段階の階層化を行ない、この結果、面素数 n に対して求めるフォームファクターの数は高々 $O(n)$ となった。これは、「十分に離れた面素群同士のフォームファクター

は、個々の面素同士のフォームファクターを求めなくとも、面素群同士の単一のフォームファクターで十分代用できる」との想定に基づいている。しかし、彼らの手法は、ポリゴン(面)を順に面素に分割していくものであり、ポリゴン群をまとめて扱うといった処理は考慮されていない。したがって、ポリゴン数 n に対しては少なくとも $O(n^2)$ 個のフォームファクターの計算が必要であり、大きなポリゴンを含む環境における計算量の改善には役に立つものの、多数の(おそらくは比較的小さな)ポリゴンを含む「複雑な」環境においては、あまり役に立たない。

複雑な環境におけるラジオシティ法の計算量の改善には、何らかの形状の近似(あるいは単純化)を行なう必要があると思われる。Xuら [Xu90]は、空間全体をサブシーンと呼ばれる部分空間に均等に分割し、サブシーン内の相互反射は通常通り計算し、サブシーン間の相互作用はサブシーン間の境界の仮想的な面素を介して計算する手法を提案した。また、Rushmeierら [Rushmeier93]は、2パス法の第1パスにおいて、複雑な物体を bounding box で近似した簡略化したシーンに対してラジオシティの解を求めるという方法を提案した。しかし、これら2つの手法はいずれも、階層化は2段階に限られており、階層化の特長が十分に生かされていなかった。

3 手法の提案

我々は、階層化によってラジオシティ法を高速化するためには、Hanrahanらの階層的ラジオシティ法 [Hanrahan91]と同様に多段階の階層化を行なう必要があると考えた。そのためには、計算に必要なフォームファクターの数を減らすために、「ポリゴン群をまとめて扱い、十分に離れたポリゴン群同士のフォームファクターは、ポリゴン群同士の単一のフォームファクターで代用する」ことが必須である。そこで、本稿では次の手法を提案する。

- (1) 環境内のポリゴン(群)の多段階階層近似を求める。

- (2) フォームファクターを計算する。このとき、個々のポリゴン対ごとにフォームファクターを求めるのではなく、代用できる範囲でなるべく大きなポリゴン群同士のフォームファクターで代用する。
- (3) ポリゴン (群) の階層木をたどることにより個々のポリゴン (ここでは面素に等しい) のラジオシティを求める。

上記の手法では、多数のポリゴンを含む複雑な環境においても、遠くにあるポリゴンはまとめて扱うため、必要な計算量が大幅に減るものと考えられる。

4 階層的形状近似

本稿の階層的形状近似法は、Rossignac らの形状近似法 [Rossignac93] を拡張したものである。そこで、本節では、まず Rossignac らの形状近似法を紹介し、次に我々の拡張について述べる。

4.1 Rossignac らの形状近似法

Rossignac らは、多くのオブジェクトが含まれるシーンを高速 (あるいは実時間) に表示するために、3次元形状の近似法を提案した [Rossignac93]。彼らは、視点に依存しない任意の精度の形状近似を高速に生成するために、次のような手法を用いた。

まず、面を構成する頂点と各頂点の座標が入力される。この入力データに対し、次の3つの処理が行なわれる。なお、これらは並行処理が可能である。

1. 三角化
各面を三角形に分割する。
2. 頂点のクラスタ化
近接する複数の頂点をクラスタにまとめる。後に、これらのクラスタ内の頂点は1点で代表される。
3. 頂点の重み評価
各頂点の重みを評価する。これは、1つの

クラスタに属する頂点を1点で代表させるために、各頂点の知覚的な重要度を評価するものである。重み付けの方法にはいろいろ考えられるが、Rossignac らは、

- (a) 任意のビューに対してオブジェクトのシルエット上にある確率が高い点
- (b) 細部の消去の影響を受けるべきでない大きな面の境界となる点

を重視するために、(a) に対しては、候補の頂点を端点とする稜線の組がなす最大角の逆数により、(b) に対しては、候補の頂点を端点とする最長の稜線により、各頂点の知覚的な重要度を評価している。

ここで、クラスタごとにそのクラスタを代表する1点を決定する (合成処理)。このとき、クラスタの代表点はクラスタ内で重みが最大の頂点としてもよいし、重み付き平均等を用いて新たに求めてもよい。そして、各三角形の頂点をその頂点の属するクラスタの代表点に置き換えると、三角形は、つぎのいずれかになる。

- (a) 三角形 (3頂点がいずれも別のクラスタに属する場合)
- (b) 線分 (2頂点が同じクラスタに属する場合)
- (c) 点 (3頂点が同じクラスタに属する場合)

ここで、(1) 複数の異なる三角形が同一の三角形、線分、点に簡略化されたとき、もしくは、(2) 線分や点が他の三角形や線分の一部となるとき、重複した無駄な図形を削除すると (削除処理)、求める形状近似が得られる。

4.2 階層的形状近似への拡張

上で紹介した Rossignac らの形状近似法では、(1) あらゆる方向からの「見え方」を考慮している点が視点に依存しない解を求めるというラジオシティ法の特徴に合い、また、(2) 近似の精度を設定できる点が多段階の階層化に適しているものと思われる。そこで、本稿では、Rossignac らの手法にならって、ポリゴンの階層的形状近似を次のように作成する。

- (1) ポリゴンをすべて三角形に分割し、同時に octree を用いて、各頂点を階層的クラスタ表現に直す。
- (2) octree の各階層において、各三角形の頂点をその頂点の属するクラスタの代表点に置き換える。このとき、ある階層での三角形が、その上の階層で、
 - (a) 三角形になる時は、その三角形と、
 - (b) 線分になる時は、その線分を辺とする三角形の一つと、
 - (c) 点になる時は、その点を頂点とする三角形の一つと、

親子関係を作る。

このようにして、もとの三角形 (葉に相当) および三角形群を置き換える三角形 (葉以外のノードに相当) について作成された階層関係は、次のようなデータ構造で表される。

```
typedef struct {
  float bg; /* 収集ラジオシテイ */
  Dirmap bgdir; /* 方向別収集ラジオシテイ */
  float bs; /* 発射ラジオシテイ */
  Locvis lv; /* 局所的可視性 */
  float e; /* 発光ラジオシテイ */
  float area; /* 面積 */
  float nor; /* 単位法線ベクトル */
  float r; /* 反射率 */
  Linknode *k; /* 収集相手のリスト */
  Treenode *child; /* 子供のリスト */
  Treenode *next; /* 兄弟のリスト */
} Treenode;
```

なお、発光ラジオシテイ e は、もとの三角形についてのみ値を持ち、それ以外では無視される。また、三角形群を置き換える三角形の反射率 r は、その三角形を根とする部分木中のもとの三角形の反射率の重み付き平均をとる。

5 フォームファクターの近似計算

前節で作成したポリゴン (三角形) の階層的形状近似を用いると、[Hanrahan91] と同様に、フォー

ムファクター行列の近似計算を行なうことができる。ただし、[Hanrahan91] の場合は、ポリゴンから出発して順に面素に分割していったのに対し、本稿の手法では、ポリゴン群をまとめた仮想ポリゴンから出発することが大きな相違点である。具体的には、次のような手続き *Refine* を実行する。これは、[Cohen93] に示されているアルゴリズムと見かけ上ほぼ同様である。

```
Refine(Treenode *p, Treenode *q, float Feps)
{
  Treenode which, r;
  if(Oracle(p, q, Feps))
    Link(p, q);
  else {
    which = Subdiv(p, q);
    if(which == q)
      for(each child r of q)
        Refine(p, r, Feps);
    else if(which == p)
      for(each child r of p)
        Refine(r, q, Feps);
    else if(which != 'samepolygon')
      Link(p, q);
  }
}
```

上記においては、まず *Oracle* が、三角形 p , q 間のフォームファクターを概算し、誤差許容量 $Feps$ のもとで細分化 (複数の子供の三角形への置き換え) が必要かどうか判断する。 (p , q が先祖-子孫関係であるとき (同一の場合を含む) は細分化が必要である。) 細分化が必要ならば、 p , q 間でフォームファクターを計算するものとする。この登録を *Link*(p , q) で行なう。細分化が必要であれば、*Subdiv* でどちらのポリゴンを細分化するかを判断し、細分化する方のポリゴンの子供について再帰的に *Refine* を呼び出す。 (p , q が先祖-子孫関係であるときは、先祖側を分割する。また、同じもとの三角形であるときは、'samepolygon' を返す。) このようにして得られた「フォームファクターを持ちラジオシテイを直接計算する関係」 (リンクと呼ぶ) は、各三角形 (*Treenode*) の k から

始まる次のデータ構造のリストで表される。

```
typedef struct {
    Treenode *p; /* 収集ノード */
    Treenode *q; /* 発射ノード */
    float ff; /* p → q のフォームファクター */
    float nff; /* 正規化フォームファクター */
    Linknode *next; /* リスト */
} Linknode;
```

ここで、正規化フォームファクター F'_{pq} とは、収集側三角形 p の法線に依存しないフォームファクターであり、

$$F'_{pq} = \frac{F_{pq}}{\cos \theta_p}$$

で得られる。ただし、 θ_p は、収集側三角形への入射角のサンプルである。

6 局所的可視性

[Hanrahan91] では、パッチ間のフォームファクター F は、パッチ間に遮蔽 (occulsion) が存在しない場合のフォームファクター F_e とパッチ間の可視性 (visibility) V_e から次の式によって求めた。

$$F = V_e F_e$$

また可視性 V_e は、パッチ間に一定数のシャドレーイを飛ばしその遮蔽される確率によって求めた。

[Hanrahan91] の場合は、平面上のポリゴンを分割していくものであったため、「分割後の各パッチでも可視性は変わらない」という visibility coherence を仮定すれば、ラジオシティの分配の際にもとのポリゴンに対する可視性 V_e をそのまま用いることができる。しかし、本稿の場合は、親子の三角形は同一の平面上になくまた法線方向も異なるため、親の三角形の可視性 V_e をそのまま子供 (や孫の) の三角形に適用するわけにはいかない。そこで本稿では、局所的可視性 V_l を考え、可視性 F を、

$$F = V_l V_e F_e$$

で求めることとした。

局所的可視性は、親の三角形と子供の三角形との可視性の差を表すものであるから、親の三角

形を根とする部分木中の三角形による遮蔽のみを考えれば良い。さらに、階層的な形状近似の性質を考慮すれば、兄弟の三角形による遮蔽のみを考慮すれば十分である。そこで、兄弟の三角形による遮蔽の割合を、離散化した方向別に、*Treenode* 中の w に納めておく。

7 ラジオシティ方程式の解法

前節までの手法により計算されたフォームファクターや局所的可視性を用いて、各三角形のラジオシティを求める。ここで、三角形の種々の階層で求まるラジオシティを、先祖-子孫間で適切に分配しなければならない。

[Hanrahan91] の場合は、平面上のポリゴンを分割していくものであったため、親子のポリゴンの向きは同一であったが、本稿の場合は、親子の三角形の向きが一般に異なる。そこで、ラジオシティの分配を方向に依存しておこなうために、[Hanrahan91] における親子間のラジオシティ値のやりとりを、離散化した方向別の配列に拡張する。方向の離散化の程度を一定とすれば、この拡張は、計算量の係数は増やすがオーダーには影響を与えない。具体的には、自分と先祖の三角形が受ける (離散化した) 方向別のラジオシティの値を子供の三角形に渡し、また、子供からは子孫が受けた方向別のラジオシティの値を受けとるようにする。実際の計算は、[Cohen93] と同様に、以下の手続き *SolveSystem* を実行する。

```
SolveSystem()
{
    Dirmap Dummy;
    Until Converged {
        for(each root r)
            GatherRad(r);
        for(each root r)
            PushPullRad(r, 0, &Dummy);
    }
}
```

上記において、手続き *GatherRad* は各三角形でラジオシティを収集し、手続き *PushPullRad* は上下

間でラジオシティを分配し合う。具体的な処理は以下の通りである。

```
GatherRad(Treenode *p)
{
    Treenode *q; Linknode *k;
    p->bg = 0;
    p->bgdir = 0;
    for(each 収集相手のリンク k of p) {
        p->bg += p->r * k->ff * k->q->bs;
        p->bgdir[相手方向]
            += k->nff * k->q->bs;
    }
    for(each child q of p)
        GatherRad(q);
}

PushPullRad(Treenode *p, Dirmap Bdown,
             Dirmap *Bup)
{
    Treenode *q, Dirmap Bc;
    LocVisEll(Bdown, p->lw);
    *Bup = 0;
    if(p->child == NULL) {
        *Bup[法線方向]
            += (p->e + p->bg) * p->area;
        p->bs = p->bg + p->e
            + p->r * DifRef(Bdown, p->nor);
    }
    else {
        for(each child q of p) {
            PushPullRad(q, p->bgdir + Bdown,
                &Bc);
            *Bup += Bc;
        }
        p->bs = p->bg + p->r
            * DifRef(Bdown, p->nor)
            + DifRef(Bup, p->nor) / p->area;
        *Bup[法線方向] += p->bg * p->area;
    }
    LocVisEll(Bup, p->lw);
}
}
```

上記において、関数 *LocVisEll* は方向別に局所的

可視性を乗じ、関数 *DifRef* は方向別に入射角の余弦を乗じその和を求める。なお、*Dirmap* 型への値の代入は要素毎の値の代入であり、*Dirmap* 型同士の和は要素毎の値の和であり、*Dirmap* 型とスカラーとの乗除算は要素毎の乗除算である。

なお、本稿では簡単のため、ポリゴンをさらに面素に再分割する処理については触れていないが、[Hanrahan91]の階層的ラジオシティ法がそのまま使用できることは明らかである。

8 むすび

本稿では、階層的な形状近似を用いることによって、Hanrahan らの階層的ラジオシティ法をポリゴン間の階層にまで拡張した。[Hanrahan91]と同様の評価を行なえば、必要なフォームファクターの個数は、 n 個の面に対して $O(n)$ にすぎない。これにより、従来、多数の面を含む複雑な環境においては適用が困難であったラジオシティ法の適用範囲を広げることが可能になったと思われる。

謝辞

日頃より御指導、御討論をいただいている九州工業大学情報工学部岡田直之教授に感謝致します。

参考文献

- [Cohen85] Cohen, M.F. and Greenberg, D.P.: The Hemi-Cube: A Radiosity Solution for Complex Environments, *Comput. Graph.*, Vol. 19, No. 3, pp. 31-40, 1985.
- [Cohen86] Cohen, M.F., Greenberg, D.P., Immel, D.S., and Brock, P.J.: An Efficient Radiosity Approach for Realistic Image Synthesis, *IEEE Comput. Graph. Appl.*, Vol. 6, No. 3, pp. 26-35, 1986.
- [Cohen93] Cohen, M.F. and Wallace, J.R.: *Radiosity and Realistic Image Synthesis*, Academic Press, 1993.

- [Goral84] Goral, C.M., Torrance, K.E., Greenberg, D.P., and Battaile, B.: Modeling the Interaction of Light Between Diffuse Surfaces, *Comput. Graph.*, Vol. 18, No. 3, pp. 213–222, 1985.
- [Hanrahan91] Hanrahan, P., Salzman, D., and Aupperle, L.: A Rapid Hierarchical Radiosity Algorithm, *Comput. Graph.*, Vol. 25, No. 4, pp. 197–206, 1991.
- [Nishita85] Nishita, T. and Nakame, E.: Continuous Tone Representation of Three-Dimensional Objects Taking Account of Shadows and Interreflections, *Comput. Graph.*, Vol. 19, No. 3, pp. 23–30, 1985.
- [Rossignac93] Rossignac, J. and Borrel, P.: Multi-Resolution 3D Approximations for Rendering Complex Scenes, *Proc. IFIP TC5/WG5.10 II Working Conf. on Modeling in Computer Graphics*, Genova, Italy, pp. 455–465, 1993.
- [Rushmeier93] Rushmeier, H., Patterson, C., and Veerasamy, A.: Geometric Simplification for Indirect Illumination Calculations, *Proc. Graphics Interface '93*, pp. 227–236, 1993.
- [Xu90] Xu, H., Peng, Q.S., and Liang, Y.D.: Accelerated Radiosity Method for Complex Environments, *Comput. & Graph.*, Vol. 14, No. 1, pp. 65–71, 1990.