

非線形マッピングによるサーフェースモデル の平面展開と復元のアルゴリズム

安達博司、若林哲史、木村文隆、三宅康二
三重大学 工学部 情報工学科
〒514 三重県津市上浜町1515

本稿では非線形マッピングを用いたサーフェースモデルの平面展開とその復元のアルゴリズムを提案し、その有効性を評価する。平面展開においては、まず隠面と隠面以外の面を分離表示した後、ユーザが切り離そうとする面間のエッジを順次指定することにより、面の切開を行う。その後、頂点の接続関係を表す行列をもとに非線形マッピングを行い、3次元モデルを2次元に展開する。復元においては、接続行列と頂点の等価行列をもとに非線形マッピングを行い、展開図からその組立図を求める。非線形マッピングでは最急降下法を用い、 n 次元空間内での配置をなるべく歪めることなく、2次元平面内に再現する。

Planar Expansion and Reconstruction of Surface model by Non-linear Mapping

Hiroshi Adachi, Tetsushi Wakabayashi, Fumitaka Kimura
and Yasuji Miyake
Department of Information Engineering, Faculty of Engineering,
Mie University
1515 Kamihama-cho, Tsu, Mie 514, Japan.

This paper describes algorithms for planar expansion and reconstruction of a surface model. Preceding the planar expansion, the hidden and the visible surfaces are separately displayed for the user to specify a sequence of edges between pairs of surfaces to be split. Then the three dimensional model is expanded to a planar model by a nonlinear mapping algorithm using the adjacency matrix of the vertices.

In the reconstruction process, the adjacency matrix and the equivalence matrix of the vertices are used for the nonlinear mapping to restore the three dimensional model from the planar model. The nonlinear mapping employs the steepest decent method to expand n -dimensional allocation to two dimensional one with minimum square error.

1. まえがき

衣服を作成するにあたって、採寸から縫製のための生地を切断する過程を一貫処理するシステムの実用化が試みられるようになってきている^{[1][2]}。

本稿では、そのようなシステムの一例として、人体の3次元モデルを平面展開することにより、衣服の型紙を作成することを目的とした基礎研究の結果について報告する。

平面多面体の3次元モデルの平面展開については、辺の長さを不変に保つ条件から導かれる2次の連立方程式を解く方法などが考えられる。しかし、曲面を近似する多面体の平面展開では、辺の長さを完全に保つことができないので、この方法が適用できない。このような問題を解決するために、本稿では、非線形マッピングによるサーフェースモデルの展開アルゴリズムを提案し、有効性を評価する。平面展開において重要な条件として、展開図が重ならないことがある。今のところ展開図の重畳の可能性を完全になくす方法はないが、その可能性を極力小さくするための発見的的手法について検討する。

また、展開図を復元する方法についても検討する。復元においても、非線形マッピングを使うが、展開時とは異なる評価関数を定義し、今回は特に、凸多面体の復元について検討した。

2. 非線形マッピング

一般に n 次元空間($n \geq 3$)における図形データを、その配置をできるだけ歪めることなく、あるいは原空間内での情報をできるだけ保存して、視覚的にデータ間の関係を把握することのできる2次元平面内に再現するのが非線形マッピング(nonlinear mapping algorithm, 以下 NLMA)^[3]である。

NLMAでは原空間と2次元平面の間で、図形の配置の歪みを評価する関数を定義し、最急降下法によりデータの再配置を繰り返して、この歪みが最小になる配置を探す。

3. 平面展開

平面展開は図1のような流れで行われる。

3.1 3次元データの入力

頂点の3次元座標と、モデルを構成する面(頂点列)のデータを入力する。また、面のデータから、頂点間の接続関係を表す接続行列を作成する。

3.2 隠面の処理

ユーザがあるエッジを指定し、それを軸にして隠面を180度回転させ、全ての面を見えるようにする(図2)。この際、隠面を構成する頂点には新しい頂点番号を割り当てるが、ユーザによって指定されたエッジの両端の頂点番号は変わらない。

3.3 面の切開

面の切開は次の3つのステップで行う(図3)。

- ① ユーザが、切り離したい面の間にあるエッジを連続して選択し、頂点列(A, B, C, D)を得る。
- ② ①で得られた頂点列に対し、両端以外の頂点(B, C)のコピー(X, Y)を作成する。
- ③ 頂点列(D, Y, X, A)により、①で得られた頂点列で構成される有向エッジの逆向きのエッジを作成する。

3.4 配置の決定

配置の決定はNLMAで行うが、NLMA是最急降下法を使うので、適当な初期値を与える必要がある。

3.4.1 初期値の決定

初期値は2次元平面への平行投影で決める。しか

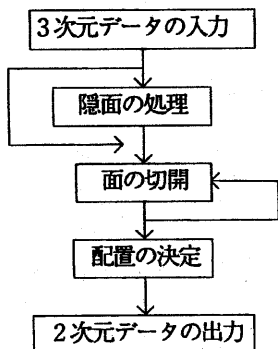


図1 平面展開の処理の流れ

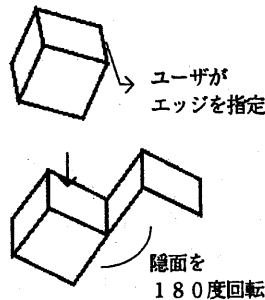


図2 隠面の処理

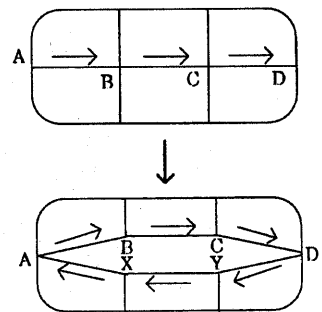


図3 面の切開

し、平行投影による初期値をそのまま用いると、NLMAの後展開図が重なったり、折り畳まれたりするとう場合があることが予備実験の結果判明した。この問題を解決する方法として、平行投影後の初期値を数倍（2倍程度）に拡大する（図4）と、反復過程で展開図が収縮し、重畳の可能性を減少させることができた。

3.4.2 NLMA

歪みの評価関数には式(1) [3] を使う。式(1)は面のエッジと対角線の伸び縮みの誤差を、エッジの長さで正規化したものである。

この評価関数をもとに、最急降下法を使って頂点の座標を更新し [式(2)], $\partial E / \partial Y_k = 0$ となる配置を決定する。

$$E = \frac{\sum_{E(i,j)=1 \text{ or } T(i,j)=1} d_{ij} \left(\frac{d_{ij}^*}{d_{ij}} - 1 \right)^2}{\sum_{E(i,j)=1 \text{ or } T(i,j)=1} \sum d_{ij}} \quad (1)$$

$$d_{ij} = \sqrt{\sum_{k=1}^3 (X_{ik} - X_{jk})^2} \quad \text{3次元での距離}$$

$$d_{ij}^* = \sqrt{\sum_{k=1}^2 (Y_{ik} - Y_{jk})^2} \quad \text{2次元での距離}$$

$$E(i, j) = \begin{cases} 0 & (i, j \text{ 間にエッジがない}) \\ 1 & (i, j \text{ 間にエッジがある}) \end{cases}$$

$$T(i, j) = \begin{cases} 0 & (i, j \text{ 間に対角線がない}) \\ 1 & (i, j \text{ 間に対角線がある}) \end{cases}$$

$$Y_k(N+1) = Y_k(N) - \alpha \left(\frac{\partial E}{\partial Y_k(N)} \right) / \left(\left| \frac{\partial^2 E}{\partial Y_k^2(N)} \right| \right) \quad (2)$$

ただし $\alpha = 0.3$

3.5 実験と結果

立方体、正四面体、六角柱、正十二面体など、単純な図形に対して平面展開を行った。さらに、人体左上半身の平面展開を行った（図5）。展開後の誤差 E は 10^{-4} 程度である。

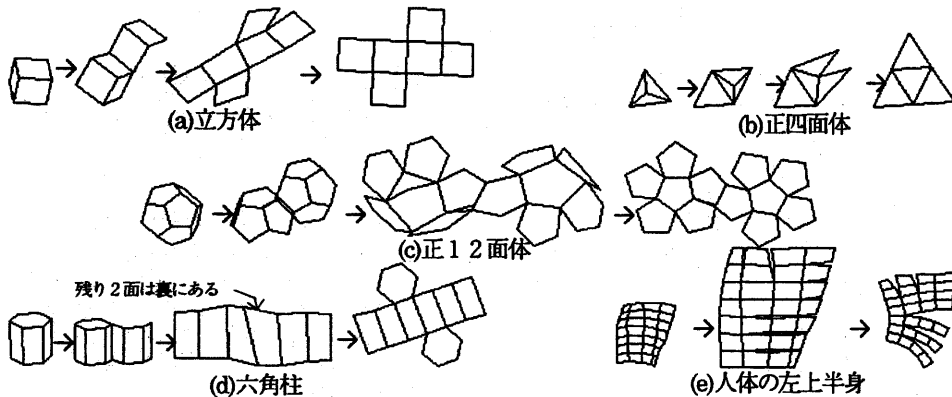


図5 平面展開の例

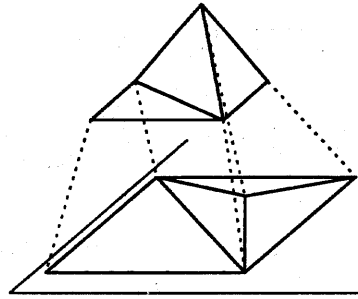


図4 初期値の決定

4. 復元

4.1 展開図の入力

頂点の2次元座標と、モデルを構成する面(頂点列)のデータを入力する。また、面のデータから、頂点間の接続関係を表す接続行列を作成する。さらに、復元後同一点になるべき頂点の組を入力し、それをもとに頂点の等価行列を作成する。

4.2 配置の決定

平面展開と同様に最急降下法の初期値を決定した後、NLMAを用いる。

4.2.1 初期値の決定

復元の場合、入力が2次元で出力が3次元であるため、Z座標に適当な初期値を与えなければならない。

決定は次の3つの操作からなる（図6）。

- ① 中心（図形全体の重心）を決める。
- ② 中心からもっとも遠い点 ($P_{Z_{\max}}$) を探し中心からの距離 (Z_{\max}) を求める。
- ③ $P_{Z_{\max}}$ のZ座標が Z_{\max} になるように、各頂点に中心からの距離に応じて、Z座標を放物面上に与える。

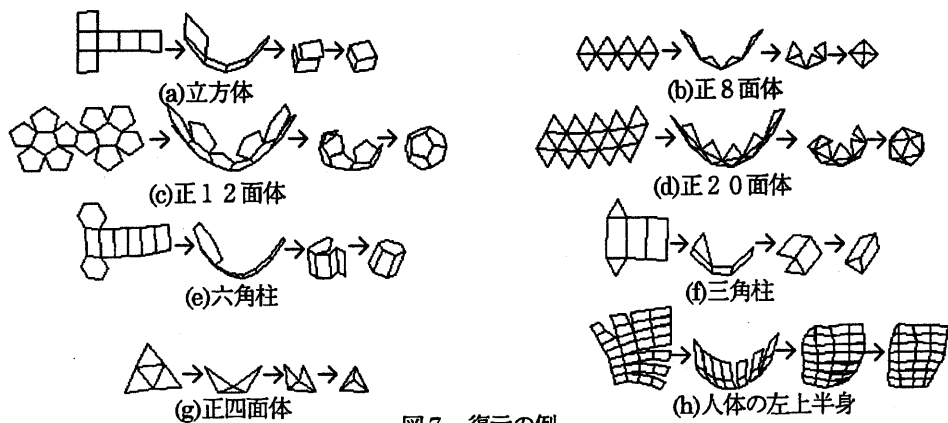


図7 復元の例

4.2.2 配置の決定

歪みの評価関数として式(3)を定義した。式(3)の第1項は面のエッジと対角線の伸び縮みの2乗誤差を、第2項は接近点の2乗誤差を表している、 β は、接近点をどれほど重視するかの重みである。

この評価関数をもとに、展開時と同じようにマッピングを行う。

$$E = \sum_{E(i,j) \text{ or } T(i,j)} (d_{ij}^* - d_{ij})^2 + \beta \sum_{A(i,j)=1} d_{ij}^{*2} \quad (3)$$

$$d_{ij} = \sqrt{\sum_{k=1}^2 (X_{ik} - X_{jk})^2}$$

$$d_{ij}^* = \sqrt{\sum_{k=1}^3 (Y_{ik} - Y_{jk})^2}$$

$$A(i,j) = \begin{cases} 0 & (i,j) \text{は接近点でない} \\ 1 & (i,j) \text{は接近点} \end{cases}$$

4.3 実験と結果

対象図形としては、立方体、正四面体、正一十二面体、正二十面体、六角柱、三角柱、正八面体、さらに人体の左上半身を使用した(図7)。復元では、パラメータが2つ(α , β)あり、その2つがどんな値をとれば、収束が速くなるのか実験した。その結果、 α (>0.6)の値が大きいと一回のマッピングで修正する量が大きくなり、思わぬ

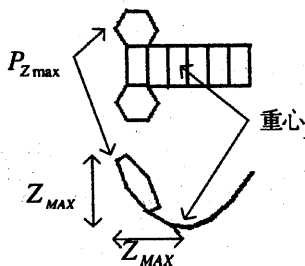


図6 初期値の決定 (六角柱)

極小値に収束したり、極小値付近で振動したりした。また、 β に対し α の値が小さいと、最適解から遠く離れた局所解に収束し図形が捻れるといった現象が起きた。これは、展開では相対誤差を使っているのに対し、復元では絶対誤差を使っているためであろうと考えられる。全ての辺の長さが大体等しいとき $\alpha = 0.5$, $\beta = 1.5$ 程度でマッピングを行えば比較的早く収束することが判明した。

5. まとめ

以上のような手法により、サーフェースモデルの平面展開と復元を実現した。しかし、展開については、面の切開のアルゴリズム、復元については、評価関数にまだ問題が残っている。また、復元は、凸多面体であることを前提として、初期値を放物面上に与えている。凹多面体に関しては、初期値の与え方が困難な場合が生じる。このような問題をどのように解決するかは今後の課題として残されている。

謝辞

本研究に関し有益な助言を頂いた三重大学の増田知恵助教授、宇田紀之助手に深く感謝致します。

参考文献

- [1] 堤江美子, "人体の三次元形状解析と被服設計" 第31回パターン計測部会研究会資料(H7/4/21)
- [2] 黒川隆夫, "人体形状計測のアパレル分野への応用" 計測と制御 第34巻 第6号 1995年6月
- [3] 三宅一郎・中野嘉弘・水野欽司・山本嘉一郎 著 「SPSS統計パッケージ II 解析編」 東洋経済新報社