

曲面を考慮したラジオシティ法のためのパッチ分割法

白石 路雄 山口 泰

東京大学大学院総合文化研究科広域システム科学系

Email: {shira,yama}@graco.c.u-tokyo.ac.jp

ラジオシティ法は、間接光の影響を考慮した大域照明モデルの一種である。この方法では、面から放射されるエネルギー(ラジオシティ)を考え、面の間のエネルギーの授受を計算し、個々の面のラジオシティ値の分布を求める。このときのラジオシティ分布は区分定数関数として近似される。すなわち、物体の面はパッチに分割され、各パッチ内でラジオシティ値は一定として扱われる。したがって、パッチ分割はこの分布の近似精度に直接影響するため、質のよいパッチ分割は欠かせない。ラジオシティ値が大きく変化する領域では、パッチの密度を大きくする必要がある。そのような領域としては、陰影の境界領域が考えられる。曲面を含む物体の場合には、平面で構成される物体の場合とは異なり、陰の境界線は面の稜線と必ずしも一致しない。そのため、パッチ分割の際に、ラジオシティ値が大きく変化する陰の境界線を算出する必要が生じる。本研究では、曲面上に現れる陰の境界線の算出により、ラジオシティ法のための適切なパッチ分割を実現する。また、陰の境界線を利用して、影の境界線も同時に求め、パッチ分割に利用する。

Parametric Surface Subdivision for Radiosity Method

Michio SHIRAIISHI Yasushi YAMAGUCHI

University of Tokyo, Division of International and Interdisciplinary Studies

Email: {shira,yama}@graco.c.u-tokyo.ac.jp

The radiosity method is one of the global illumination models which deal with indirect illumination effects. The radiosity function, which represents emitted energy on surfaces, is usually approximated with constant basis functions. This means the surfaces are subdivided into patches with constant radiosity value. The good way to subdivide surfaces is important because the method of surface subdivision affects the precision of radiosity function approximation. The patch density must be large where the radiosity function drastically changes, so that the boundary area of shade and shadow must be considered. In the case of an object with curved surfaces, the shade boundaries are not identical to the edges of the object. Therefore the shade boundaries must be calculated for subdividing the surfaces into smaller patches. In this paper, we present the patch subdivision strategy for radiosity method based on the computation of the shade boundary. The shadow boundaries are also computed using the shade boundaries for appropriate patch subdivision.

1 はじめに

ラジオシティ法は間接光の影響を計算する大域照明モデルの一種で、現実感のある画像を生成できる。この手法では、間接光を面から放射されるエネルギー(ラジオシティ)とみなして、エネルギーの授受を計算し、個々の面の明るさの分布、すなわちラジオシティ分布を求める。

このラジオシティ分布は2次元の領域上に定義されたスカラー値を持つ関数とみなせ、様々な近似表現が可能である。しかし、フォームファクタと呼ばれるエネルギーの授受の割合を計算するのが困難なため、通常は区分定数関数として近似されることが多い。つまり、面をパッチと呼ばれる微小領域に分割し、それらのパッチの内部ではラジオシティ値が一定のものとして表現する。

パッチ数を増やすことにより近似の精度は上がる。しかし、計算の手間は単純にはパッチ数の2乗に比例するので、パッチ数は少ない方が望ましい。そのため、少ないパッチ数でラジオシティ分布をよく近似できるパッチ分割を考える必要がある。

そのためには、ラジオシティ値が大きく変化する部分ではパッチのサイズを小さくし、あまり変化しないところでは大きなパッチを用いればよい。ラジオシティ値の大きく変化する部分としては、陰影の境界領域などが考えられる。

一方、テンソル積ベジエ曲面などの自由曲面は様々な分野で広く用いられている。このような曲面にラジオシティ法を適用する場合、曲面に固有の問題点を考慮する必要がある。前に述べたように、ラジオシティ値は陰の境界線、すなわち光源の方向を向いた領域と向いていない領域の境界において大きく変化する。平面で構成される物体の場合、陰の境界線は物体を定義する面の境界線と一致する。そのため、陰の境界線におけるラジオシティ値の変化は、既に存在する稜線に沿って起こり、パッチ分割の際に陰の境界線を改めて求める必要はなかった。

しかしながら、曲面を含む物体の場合、陰の境界線は稜線と必ずしも一致しない。そのため、パッチ分割の際に、ラジオシティ値が大きく変化する陰の境界線を計算する必要がある。

本研究では、曲面上の陰の境界線を計算するとともに、陰の境界線を用いて影の境界線を求

め、それらの境界線を利用してパッチ分割を行う方法を示す。

2 曲面を対象としたラジオシティ法

2.1 陰影の境界線

点光源から物体が照らされた場合、点光源を向いた領域と向いていない領域ができる。これらの領域の間の境界線を、陰の境界線と呼ぶことにする。陰の境界線は点光源から物体を眺めたときの輪郭線と一致する。

また、影は光が他の物体に遮られることによって作られる。点光源の場合、光が完全に当たる領域と、光が他の物体によって遮られる領域が存在する。これらの領域の境界線を影の境界線と呼ぶことにする。

2.2 曲面に固有の問題点

平面で構成される物体の場合、陰の境界線は面の境界である稜線と一致する。陰の境界線によるラジオシティ値の不連続な変化は、既に存在している稜線に沿って起こり、パッチの分割にあたって、陰の境界線を改めて考慮する必要はなかった。

しかしながら、曲面を含む物体の場合には、これらは必ずしも一致しない。曲面の場合は陰の境界線が曲面上の任意の位置に現われる。また、陰の境界線を挟んで法線は連続に変化するため、ラジオシティ値も大きく変化するものの、その変化は連続になる。

2.3 パッチ分割手法

パッチのサイズを変化させてラジオシティ分布をよりよく近似する手法としては、不連続パッチ分割法(discontinuity meshing) [2] [3] や適応的パッチ細分割(adaptive subdivision) [4] などがある。

不連続パッチ分割法では、ラジオシティ値が不連続に変化する影の境界線に沿ってパッチを分割する。従来の研究では、平面で構成される物体のみを対象としていたため、影の境界線が直線として算出でき、これに沿ってパッチを分割できた。しかしながら、曲面によって影が生成される場合には、影の境界線が曲線となり算出が困難なうえ、これに沿ってパッチを分割することも難しい。

適応的パッチ細分割は、ラジオシティ分布の

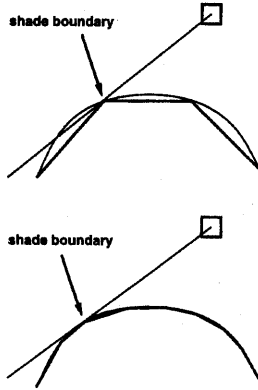


図 1: バッチ分割による陰の境界線の変化。

計算の過程で、ラジオシティ値の変化の大きい箇所についてバッチを分割していく手法である。平面で構成される物体の場合は、陰の境界は既にある面の稜線と一致し、影の境界に沿ったラジオシティ変化のみを対象としていた。しかしながら、曲面の場合には、陰の境界線での変化も対象とする必要がある。さらに、図1で示すように、バッチ分割によって陰影の境界の位置が変化してしまう可能性がある。その結果、陰影の境界におけるラジオシティ分布が不正確になりうる。

2.4 曲面を対象としたラジオシティ法

Galerkin radiosity[5] は、ラジオシティ分布を高次関数で近似する手法である。また、BaoとPeng[6]は、曲面を三角形に分割し、それらの三角形の辺についてラジオシティ値の線形補間をする手法を示した。これらは、ラジオシティ分布の表現能力を高めて複雑なラジオシティ分布を取り扱う手法である。しかしながら、フォームファクタをサンプリングによって計算する必要がある点でコストがかかってしまう。

また、パラメトリック曲面形状のバッチ間のフォームファクタの計算方法として、NishitaとNakamae[7]により、ベジエクリッピングを用いる手法が提案されている。この手法では、曲面形状のバッチを平面形状として近似するよりもフォームファクタを精度よく計算できる。しかしながら、ラジオシティ値の変化にあわせ

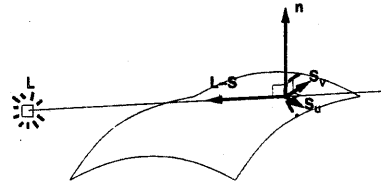


図 2: 陰の境界線上でのベクトルの関係。

た適切なバッチの分割には別の作業が必要になる。

このように、従来の研究では、バッチ分割手法の工夫により曲面に固有の問題を解決するアプローチはなされてこなかった。

3 本研究によるバッチの分割手法

本研究では、まず、数値的な計算により陰の境界線を求める。求めた陰の境界線をもとに影の境界線を算出し、これらをバッチ分割に用いる。陰影の境界線は幾何的な情報のみで決定されるので、前処理の段階でバッチ分割を行なえる。この手法により得られるバッチをもとにして、ラジオシティ分布をかなり精度よく近似できる。また、適応的バッチ細分割を併用すれば、バッチ分割の質さらに向上できる。

ラジオシティ法では、すべての面がエネルギーを放射する。しかしながら、光源以外のバッチは、放射するエネルギー量が光源に比べて絶対的に少ないので、大きくラジオシティ分布を変化させない。そのため、陰影の境界線の算出は、光源のみについて行なった。

3.1 陰の境界線

2つのパラメータ u と v によって定義されるパラメトリック曲面を $S(u, v)$ とする。また、 $n(u, v)$ を点 $S(u, v)$ における法線ベクトル、 L を光源の位置ベクトルとする。

図2のように陰の境界線上の点から光源に向かうベクトルとその点における法線ベクトルは直交するので、次の式が満たされる。

$$n(u, v) \cdot (L - S(u, v)) = 0 \quad (1)$$

この式は、パラメータ u, v についての方程式であり、これを満たす u, v の組が陰の境界線上の点を与える。

一般にパラメトリック曲面の場合、法線ベクトル $\mathbf{n}(u, v)$ は、パラメータ u, v についてそれぞれ微分した接ベクトル $S_u(u, v), S_v(u, v)$ の共通法線として計算される。したがって、式(1)は次のように書ける。

$$(S_u(u, v) \times S_v(u, v)) \cdot (\mathbf{L} - \mathbf{S}(u, v)) = 0 \quad (2)$$

いま、式(2)の左辺を $f(u, v)$ とおき、全微分をとると次のようになる。

$$f_u \cdot du + f_v \cdot dv = 0 \quad (3)$$

陰の境界線上の点列は式(3)を満たす。この式をもとに RKQC 法 [8, p707] などを用いることで点列を計算できる。

ここで述べた陰影の境界線は、光源が点光源の場合のものである。ラジオシティ法においては光源は面光源であるが、光源が複数の点光源の集まりであると近似した。すなわち、光源を細かいパッチに分割し、それぞれの光源のパッチについて陰影の境界線を算出する。

全体のアルゴリズムは図3のようになる。

3.2 初期点の算出

本研究では、ベジエ曲面を対象として、各ベジエパッチの境界上で、式(2)を満たす点を算出し追跡の初期点とする。すなわち、ベジエパッチの境界について20個の点をサンプリングし、式(3)における $f(u, v)$ の符号が変化する区間を求め、さらにその区間について2分探索法を用いて初期点を求める。

3.3 点列の算出

式(3)をもとに、パラメータ u あるいは v について追跡すると計算が不安定になるので、線素 ds

$$ds^2 = (S_u \cdot du + S_v \cdot dv)^2 \quad (4)$$

を導入し、式(3)および(4)から、 dv を消去した式

$$\frac{du}{ds} = \pm \sqrt{\frac{1}{S_u - S_v \frac{f_u}{f_v}}} \quad (5)$$

$$\frac{dv}{ds} = \frac{dv}{du} \frac{du}{ds} = -\frac{f_u}{f_v} \frac{du}{ds} \quad (6)$$

を用いて曲面上の点列をパラメータ s について追跡する。

```

foreach(光源のパッチ){
  foreach(パラメトリック曲面){
    foreach(曲面の4つの境界){
      初期点を算出する(3.2節);
      do{
        陰の境界線上の次の点を追跡する(3.3節);
        求めた点に対応する影の境界線上の
        点を算出する(3.4節);
        それらの境界線上の点が属するパッチの
        サイズがある基準値より小さくない場合
        には、再帰的にパッチを分割する(3.5節);
      } while(現在追跡している点が曲面内にある)
    }
  }
}

```

図3: 全体のアルゴリズム。

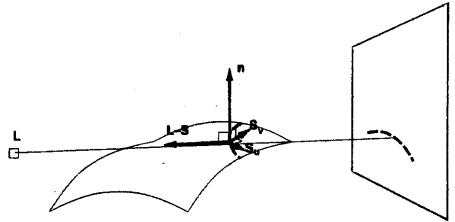


図4: 影の境界線の算出。

3.4 影の境界線の算出

前節で述べた方法により陰の境界線の点列を求める際に、影の境界線上の点も算出する。図4にあるように、それぞれの陰の境界線上の点と光源と結ぶ線を延長し、他の面との交点を計算する。その結果、陰の境界線の点列に対応して影の境界線の点列を算出できる。

3.5 陰影の境界線でのパッチ分割

算出した陰影の境界線を用いてパッチを分割する。パッチの分割に際しては、図5のように四角形のパッチを4等分にする。陰影の境界線上の点について、その点が含まれるパッチを再帰的に細かく分割する。パッチのサイズが基準値より小さくなった場合には、そのパッチはそれ以上分割を行わない。



図 5: パッチの分割。

4 実装と評価

前節で述べた内容を, SGI Indigo² (CPU R4400,150MHz; Memory 128MB) を用いて実装を行なった。

パッチ分割の初期状態を, 図6で示す。光源は25個のパッチに分割した。また, 中心のティーポットは, 28枚の双3次ベジェパッチからなる。

算出された陰影の境界線を図7で示す。図8は, 算出された陰影の境界線に基づきパッチを分割したものである。最終的にレンダリングした結果を図9に示してある。ここでは, パッチ分割を初期状態から1段階だけ行っている。また, 影の境界線の算出の際には, すべての面を影が落ちる面の候補にするのではなく, 床面を影が落ちる平面として指定して計算した。初期状態では2473枚であったパッチ数は3200枚に増えた。パッチの分割に必要な実行時間は340秒であった。また, パッチ分割を初期状態から2段階行なった場合では, パッチ数は4609枚になり, 所要時間は351秒であった。

単純に全てのパッチを1段階分割した場合, パッチ数は初期状態の4倍, すなわち9892枚になる。図10に, 初期状態のパッチ分割で計算した結果(パッチ数: 2473), 均一にパッチ分割を行い計算した結果(パッチ数: 9892), 本手法により分割を行った後計算した結果(パッチ数: 3200)を示す。本研究による手法により, 初期状態と比較して, 少ないパッチ数で陰影の形状がより正確に表現できていることが分かる。

5 まとめと今後の展望

本研究では, パラメトリック曲面を含む環境でのパッチ分割の手法を提案することを目的とした。その結果, 以下の結論を得た。

1. パラメトリック曲面の場合に, 曲面上の陰の境界線および影の境界線を数値的に求められること

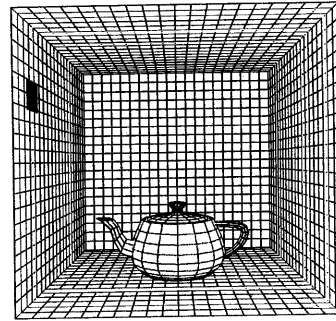


図 6: パッチ分割の初期状態。

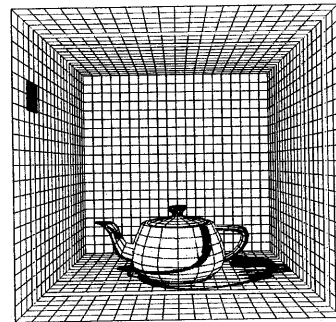


図 7: 算出された陰影の境界線。

2. その結果に基づいてパッチの分割をすることで, より少ないパッチ数でより高品質の画像を生成できること

本研究に残された課題としては次のことが考えられる。

1. 本研究によるパッチ分割による近似が, 実際のラジオシティ分布のよい近似になっていることを, 定量的に検証すること
2. 陰の境界線がベジェパッチの境界を横切らない場合においても, 初期点導出を可能にすること

また, 対象としてベジェ曲面を用いたが, パラメトリック曲面以外の曲面が環境中に含まれる場合についても考察をする必要がある。

参考文献

- [1] Michael F. Cohen, John R. Wallace: "Radiosity and Realistic Image Synthesis", Academic

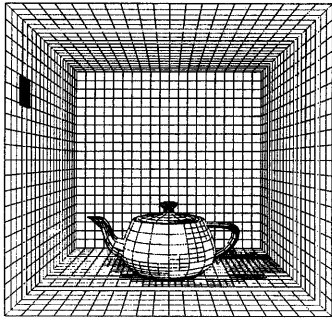


図 8: 陰影の境界線を元にしたパッチの分割。

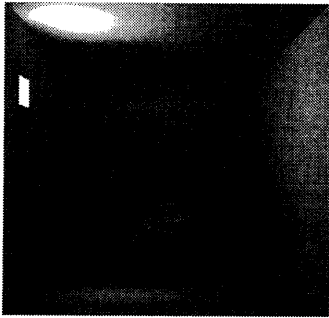


図 9: レンダリングの結果。

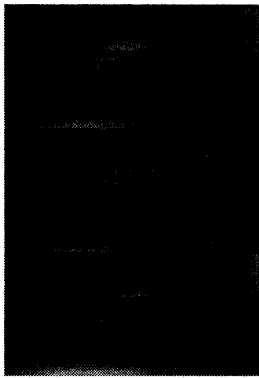


図 10: レンダリング結果の比較。上から、パッチの初期状態のまままで計算した結果 (パッチ数: 2473), パッチを均一に分割して計算した結果 (パッチ数: 9892), 本手法によりパッチ分割を行い計算した結果 (パッチ数: 3200)。

Press, 1993.

- [2] Daniel Lischinski, Filippo Tampieri and Donald P. Greenberg. Discontinuity meshing for accurate radiosity. *IEEE Computer Graphics and Applications*, Vol. 12, No. 6, pp. 25-39, November 1992.
- [3] M. Paulin and J.-P. Jessel, Adaptive Mesh Generation for Progressive Radiosity: A Ray-tracing Based Algorithm, *Computer Graphics Forum (Eurographics '94)*, Vol. 13, No. 3, pp. C421-432, 1994.
- [4] Michael F. Cohen, Shenchang Eric Chen, John R. Wallace and Donald P. Greenberg, A Progressive Refinement Approach to Fast Radiosity Image Generation, *Computer Graphics (SIGGRAPH '88 Proceedings)*, Vol. 22, pp. 75-84, August, 1988.
- [5] Harold R. Zatz, Galerkin Radiosity: A Higher Order Solution Method for Global Illumination, *Computer Graphics Proceedings, Annual Conference Series, 1993*, pp. 213-220, 1993.
- [6] H. Bao and Q. Peng, A Progressive Radiosity Algorithm for Scenes Containing Curved Surfaces, *Computer Graphics Forum (Eurographics '93)*, pp. C389-C408, 1993.
- [7] Tomoyuki Nishita and Eihachiro Nakamae, A New Radiosity Approach Using Area Sampling for Parametric Patches, *Computer Graphics Forum (Eurographics '93)*, pp. C385-C398, 1993.
- [8] William H. Press, Saul A. Teukolsky, William T. Vetterling, and Brian P. Flannery, *Numerical Recipes in C: The Art of Scientific Computing (2nd ed.)*, Cambridge University Press, Cambridge, 1992.