

セル構造オートマトンによる仮想粘土モデリング

荒田 秀樹[†] 高井 昌彰^{††} 山本 強^{††}

[†]北海道大学大学院工学研究科, ^{††}北海道大学大型計算機センター

コンピュータグラフィックスにおいて、3次元自由形状モデリングは難しい問題の1つである。制御点を用いた自由曲面のモデリングでは直観的な形状操作が困難である。また、有限要素法など物理法則に基づくモデリング手法では物体の形状変化を扱うために膨大な計算量が必要であり、対話型の実時間応用には不向きである。

本論文では、局所計算モデルであるセル構造オートマトンを3次元ボクセル空間における自由形状モデリングに応用し、少ない計算量で対話的な自由形状操作を実現する。それぞれのボクセルには有限オートマトンを埋め込み、能動的なボクセル空間を構築する。オブジェクトの具体例としては「粘土」を取り上げ、自由形状モデリングへの新しい可能性を示す。

Virtual Clay Modeling Based on Cellular Automata

Hideki Arata[†], Yoshiaki Takai^{††}, and Tsuyoshi Yamamoto^{††}

[†]Graduate School of Engineering, Hokkaido University,

^{††}Computing Center, Hokkaido University

Modeling freeform shapes is a hard problem. In parametric patch, for example, intuitive control of freeform shapes is not easy. This is due to the fact that the model is not based on physical laws. Shape modeling based on physical substance such as jelly or clay makes it easier to create and edit freeform shapes intuitively. But, physically-based modeling requires considerable computation time, so it is not suitable for interactive operations.

In this paper, we apply a cellular automaton to freeform modeling within a 3D voxel space. Each voxel is allocated a finite state automaton which repeats state transition according to the conditions of its neighbor voxels. Objects in such an active voxel space are easily deformed under the constraint of a physical conservation law. For an application, we try to apply our model to virtual clay works.

1 はじめに

コンピュータグラフィックスにおいて3次元自由形状のモデリングは難しい問題の一つである。自由曲面を構成するパッチの制御点を個々にコントロールすることでモデリングを実現することも原理的に可能ではあるが、直感的な形状操作は困難であり、物理的に自然な形状を形成するのに熟練を要する[1]。また、有限要素法などを基本とする物理法則に基づくモデリング手法においては、特に物理的な制約条件(例えば障害物の存在、全体積の保存など)のもとで形状変化を扱うには膨大な数値計算が必要であり、対話型の実時間応用には不向きである。

計算量を抑える手法はいくつか存在するが、その中に局所計算という概念があり、そのモデルの1つとしてセル構造オートマトンがある。セル構造オートマトンは連続系の物理現象を抽象化したモデルであり、比較的簡単な近傍形および局所写像(状態遷移規則)によって全体として複雑な挙動を示すことが知られている[2]。セル構造オートマトンのモデリングへの応用としては、自然物のテクスチャ生成[3, 4]や植物成長モデルへの応用、あるいはパーティクルシステムへの応用[5]が報告されているが、粘土などを対象とした3次元自由形状モデリングへの適用例はまだない。

本研究では、ボクセル空間における自由形状モデリングにセル構造オートマトンを応用し、少ない計算量でより自然な自由形状操作を実現することを試みる。各ボクセルには有限状態オートマトンを埋め込み、ダイナミクスを内包した能動的ボクセル空間を構築する。自由形状の具体的なオブジェクトとしては「粘土」を取り上げ、セル構造オートマトンに基づく3次元仮想粘土モデルを構築する。

2 仮想粘土モデル

セル構造オートマトンを用いたパーティクルシステムでは、マーゴラス近傍を有するセ

ル構造オートマトン上でパーティクル(粒子)の力学的運動を制御し、火災や水流のモデリングを実現している[5]。

しかし粘性の高い自由形状物体、例えば粘土をモデリングする場合には、力の伝達と速度に基づいた変位の力学的計算のコストが大きくなり、実時間応用が難しい。むしろ力の概念を取り払い、変位だけを扱うようにすればモデルは大幅に単純化される。

本研究で提案するモデルでは、セルの属性を粘土量(スカラー値)だけにしぼり、これが閾値を越えた場合のみセルの近傍内で等方的に粘土を再分配する。状態遷移を繰り返すことでセル空間に疎密波を伝搬させ、オブジェクトの全体的な形状変形を実現する。

2.1 セル構造オートマトン

d 次元無限格子からなる空間(セル空間)を考える。この格子点に同一の有限オートマトンを用意する。各有限オートマトンは現在の自分の状態と、予め定義されている近傍の状態から、局所写像により次の時刻における自分自身の状態を決定する。この遷移はセル空間全体にわたって同期して並列に行われる。ある時刻のセル空間全体の状態を様相と呼び、現在の様相から次の時刻の様相を定める写像を並列写像という。

セル構造オートマトンは、形式的には4項組 (Z^d, Q, X, f) で定義される。 Z は整数の集合、 Z^d は d 次元のセル空間である。 Q は基本となる有限オートマトンの状態集合であり、 $X = \{z_1, z_2, \dots, z_n \mid z_i \in Z^d\}$ は近傍形、 f は Q^n から Q への局所写像である。ある時刻 t の様相 c は Z^d から Q への写像であり、次の時刻の様相 c' は任意の $z \in Z^d$ に対して次のように定まる。

$$c'(z) = f(c(z+z_1), c(z+z_2), \dots, c(z+z_n))$$

様相 c 全体の集合を C とすると、 C から C への並列写像 F は、近傍形と局所写像から一意に定まる。

自由形状モデリングへの応用を考えた場合、セル空間の様相全体はオブジェクトの形状を表し、並列写像はその形状変化に対応する。

2.2 2次元仮想粘土モデル

セル構造オートマトンの近傍形としては、図1のようなマーグラス近傍を採用する。2次元マーグラス近傍は最近接の4つのセルを1つのブロックとみなし、ブロック内のセルをまとめて状態遷移させる。すなわち、ブロック内の任意のセルの近傍はそのブロック自身である。ブロックの境界は1ステップごとに1セル分入れ替えられ、セルの状態変化が周囲に伝播する。

セルの属性値（ボクセル値）としては、当該セルが有する粘土の質量を与える。このため質量保存則を容易に実現することができる。

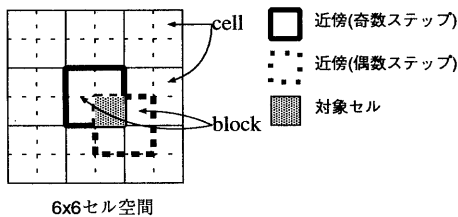


図1: 2次元マーグラス近傍

セルの状態遷移においては、セルが有する粘土の量に対して閾値を設定して状態遷移関数を非線形化することで、状態変化を高速に遠方まで伝播させる。すなわち、ブロック内のあるセルに閾値以上の粘土が存在する場合のみ状態遷移が起こり、ブロック内で粘土を再分配する。

図2に回転対称を省略した2次元の状態遷移規則を示す。それぞれのセルが持つ粘土量を $m_1 \sim m_4$ とすると、図2左上の遷移は次のように表すことができる。

$$\begin{aligned} m &\leftarrow m_1 \times 0.3 \\ m_1 &\leftarrow m_1 - m \\ m_2 &\leftarrow m_2 + m/3 \\ m_3 &\leftarrow m_3 + m/3 \\ m_4 &\leftarrow m_4 + m/3 \end{aligned}$$

この場合、1ブロック当たりの計算量は浮動小数点の乗算1回と加算4回であり、他の場合でも最悪乗算3回と加算4回で済む。

粘土を板などで押す場合も考慮するため、障害物を考慮に入れた状態遷移規則も存在するが、基本的には同様なので省略する。なお状態遷移規則の個数は、障害物を考慮しない基本的なものが16個、考慮すると合計66個となる。

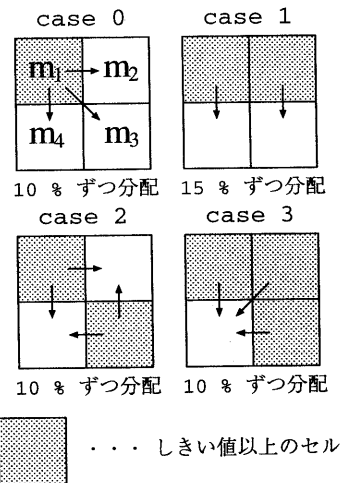


図2: セルの状態遷移 (2次元)

2.3 3次元への拡張

2次元モデルを3次元に拡張するのは容易である。3次元のマーグラス近傍は図3のようになり、最隣接の8セルを一つのブロックとみなす。

またセルの状態遷移においても2次元の場合と同様、ボクセル値に対して閾値を設定し、閾値以上のセルが存在する場合にのみ状態遷移が起こる。

図4に、ブロック内に閾値以上のセルが2つある場合について示す。回転対称を省略すると3パターンに分類され、それぞれ12、12、4種類回転対称が存在する。

2次元と同様に、それぞれのセルの粘土量を $m_1 \sim m_8$ として図3左上の状態遷移規則を表すと以下ようになる。

$$\begin{aligned}
 m &\leftarrow m_1 \times 0.3 & m' &\leftarrow m_2 \times 0.3 \\
 m_1 &\leftarrow m_1 - m & m_2 &\leftarrow m_2 - m' \\
 m_3 &\leftarrow m_3 + m'/3 & m_4 &\leftarrow m_4 + m/3 \\
 m_5 &\leftarrow m_5 + m/3 & m_6 &\leftarrow m_6 + m/3' \\
 m_7 &\leftarrow m_7 + m'/3 & m_7 &\leftarrow m_7 + m/3
 \end{aligned}$$

この場合1ブロックの計算量は浮動小数点の乗算が2回と加算が8回で、最悪でも乗算7回と加算8回となるため、高速な形状変化操作が可能である。

3次元の場合、障害物を考慮しない基本的な状態遷移規則は256個、考慮した場合は合計6006個となる。

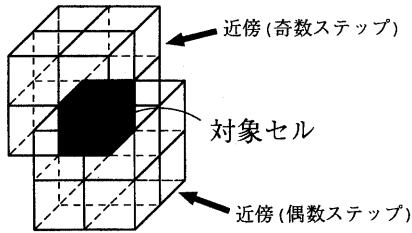


図3: 3次元マーゴラス近傍

3 実行例

本モデルを用いて実際に粘土の変形を行った例を示す。ボクセル空間の大きさは、すべて $40 \times 40 \times 40$ である。なお、ボリュームの可視化には AVS を用いた。

図5は、立方体の形をした粘土を下から固定し、上から板状の障害物で押したときの様子、図6は、斜めに障害物を設定して押したときの様子である。いずれも徐々に変形していく粘土を表現できている。

図7は、上下の板の位置を変えた場合の様

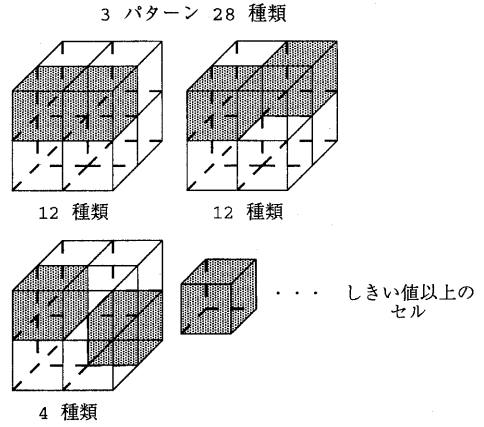


図4: セルの状態遷移(3次元、一部)

子である。板に対して粘土が回り込んでいくのが表現できている。図8は、粘土のほぼ中央を厚みのある板で押し込んでいく様子であるが、徐々にちぎれていく粘土を表現できている。図9は、2つの粘土の固まりの一方を徐々に押し進め、1つの固まりになる様子を示している。

4 おわりに

本論文では、ボクセル空間を3次元セル構造オートマトンとみなし、能動的ボクセル空間での自由形状モデリングを行う手法を提案した。提案手法により実際にモデリングを行い、「押し」、「切断」、「接続」などの基本的な自由形状操作が可能であることを示した。

状態遷移関数には、セルの粘土量の閾値やブロック内の再分配率などのパラメータが含まれている。これらのパラメータと対象となるオブジェクトの物理パラメータとの対応関係を明確化することは今後の課題である。また、応用システムとして仮想粘土細工システムを現在インプリメント中である。

参考文献

[1] G.Wywill, D.McRobie and M.Gigante:

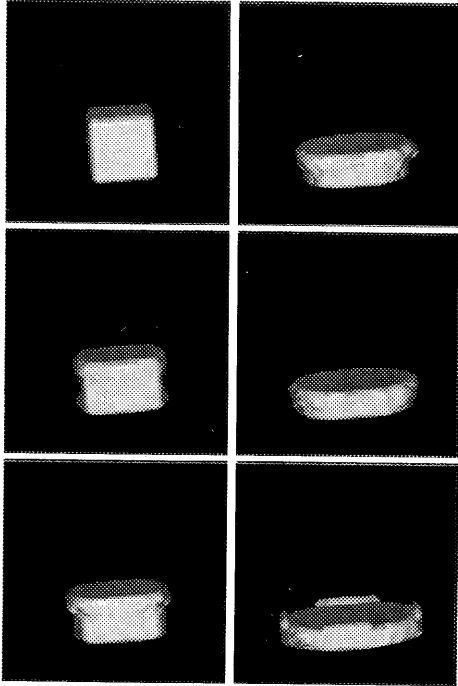


図 5: 粘土の変形例 1 (左上から右下)

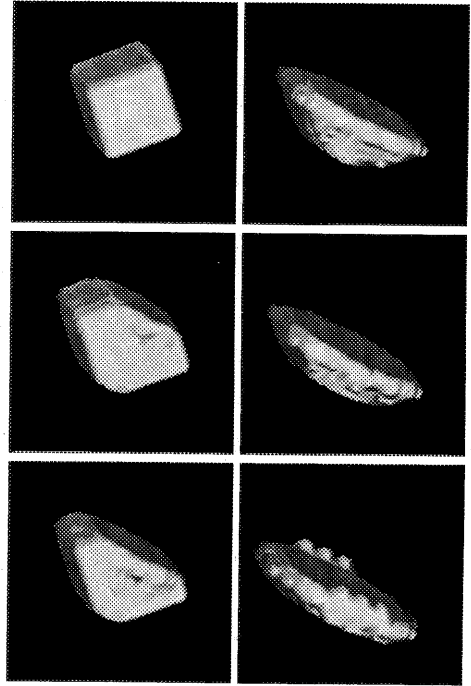


図 6: 粘土の変形例 2 (左上から右下)

“Modeling with features”, *IEEE Computer Graphics and Applications*, Vol. 17, No. 5, pp. 40-46 (1997).

- [2] T. Toffoli and N. Margolus: *Cellular Automata Machines*, MIT Press (1987).
- [3] R. Fisch: “Cyclic Cellular Automata and Related Process”, *Physica*, Vol. 45D, pp. 19-25 (1990).
- [4] 安居院猛, 河野雄三, 中嶋正之: “コンピュータグラフィックスにおける火炎の2次元画像の生成”, *電子情報通信学会論文誌*, Vol. J74-D-II, No. 2, pp. 184-189 (1991).
- [5] Y. Takai, K. Ecchu and N. K. Takai: “A cellular automaton model of particle motions and its applications”, *The Visual Computer*, Vol. 11, No. 5, pp. 240-252 (1995).

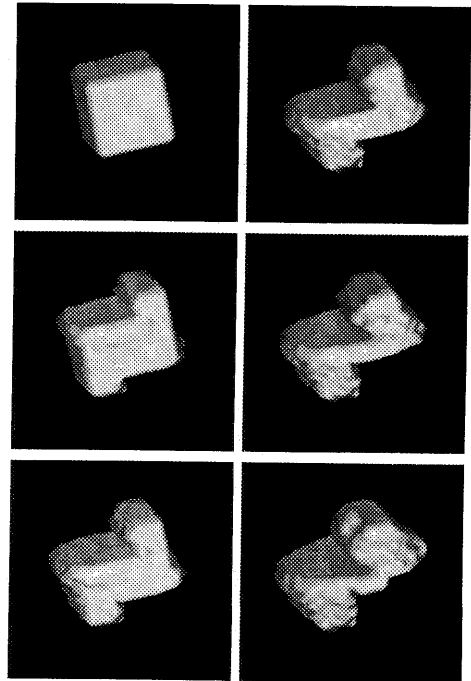


図 7: 粘土の変形例 3 (左上から右下)

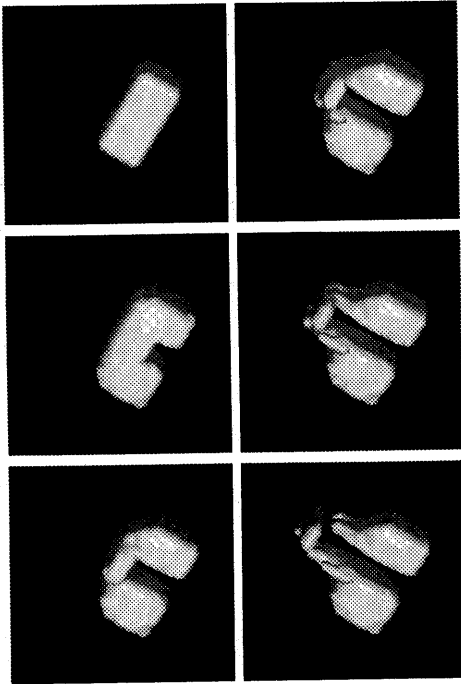


図 8: 粘土の変形例 4 (左上から右下)

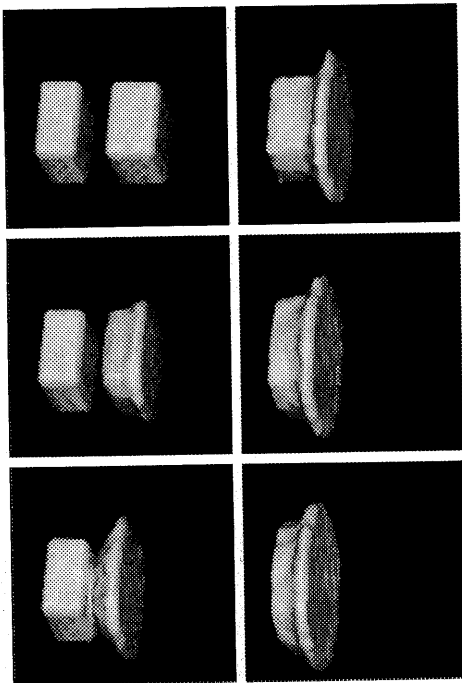


図 9: 粘土の変形例 5 (左上から右下)