

離散点群に対する六面体メッシュフィッティング

野中 亮吾 金井 崇[†] 牧野内 昭武[†] 鈴木 宏正[‡]

東京大学大学院工学系研究科 精密機械工学専攻

[†]理化学研究所 素形材工学研究室

[‡]東京大学大学院工学系研究科 精密機械工学専攻

E-mail: nonaka@cim.pe.u-tokyo.ac.jp

本研究では、人体の個体差を反映した解析用形状モデルの生成手法について提案する。対象となる人体のデータでは、各個体の形状に差はあっても大幅に異なることはないという考えのもと、あらかじめ対象形状のテンプレートとなる六面体メッシュモデルが与えられていると仮定する。このモデルを医用画像群から抽出した離散点群に当てはめる。本手法は、放射基底関数 (Radial Basis Function) とアフィン変換に基づいて行ない、ユーザ支援による大まかな当てはめと、点群に沿った自動で詳細な当てはめの、二つの段階からなる。この方法は、他の離散点群からの六面体メッシュ生成法に比べ、少ない処理過程で簡単に行なうことができる。また本手法では、形状の内部の構造まで考慮した当てはめが可能であり、特に類似形状における六面体メッシュモデルの生成に適している。

Fitting Hexahedral Mesh to Scattered Point Data

RYOGO NONAKA TAKASHI KANAI[†]
AKITAKE MAKINOUCHI[†] HIROMASA SUZUKI[‡]

University of Tokyo, Dept. Precision Engineering

[†]RIKEN, Materials Fabrication Lab.

[‡]University of Tokyo, Dept. Precision Engineering

E-mail: nonaka@cim.pe.u-tokyo.ac.jp

The purpose of our research is to generate 3D geometric models of human bodies or organs for finite-element analysis. In this paper, we propose a new method for fitting hexahedral meshes to densely sampled points extracted from medical images. The basic idea is that the shapes of human bodies or organs are not quite different with each other. We assume that a template of hexahedral mesh is given. Our method is based on RBF (Radial Basis Functions) and the affine transformation, and consists of the following two steps: One is a rough fitting process by some user-specified vertex-point correspondences, the other is an automatic fitting process by using all of sampled points. The algorithm is easy to implement and is applicable to the models that have inner mesh structures. Our method reduces the tasks of creating hexahedral meshes, especially for similar geometrical shapes.

1 はじめに

近年、医療計測機器の進歩、それを処理する側のコンピュータの性能の向上などに伴い、医療情報機器などの分野において、CT や MRI といった機器から得られる2次元画像群から3次元形状を生成させ、それを治療・解析などに利用する、という要求が増えつつある。特に、人体の部位を対象とした場合、その形状の複雑さや個体ごとにある形状の差などを考慮した3次元形状を生成したい。一方、解析・シミュレーションの分野では、計算精度等の問題から、六面体メッシュをより好んで利用することが多い。

ここでは、2次元画像群から抽出した離散的な点群に対して、いかにその画像群の情報を反映した六面体メッシュモデルを生成するかということを問題とす

る。[10][11] に挙げられるように有限要素分割法などの分野では、CAD モデル等からの六面体メッシュ生成法が数多く提案されて来たが、それらの考え方は大きく分けて三つある。空間内に節点を逐次的に発生させてメッシュを生成する考え方、あらかじめ形状の外側境界にパッチを生成させておいて[3] その内部をメッシュに分割する考え方、あるいは空間の内部を直方格子のメッシュで埋め尽くしていく考え方(グリッド法)などである。しかし、いずれも多段階で複雑な処理を要するものが多く、例外処理が発生したり、大幅に歪んだ六面体メッシュを生成するという問題を引き起こす可能性がある。

そこで本研究では、類似形状の点群に則した六面体メッシュを生成する手法として、点群に対してあらかじめ用意した六面体メッシュモデルのテンプレートを

フィッティングする方法を提案する。この方法の利点としては、類似形状に対し、六面体メッシュを一から生成する手間を省くことができる点、大きく崩れたような六面体メッシュの構造を生成しない点、比較的少ない処理過程で目的とする形状を得られる点が挙げられる。

2 関連研究

2.1 フィッティング手法についての考察

点群に対し、あらかじめ用意した六面体メッシュモデルのテンプレートをフィッティングする方法として、様々な手法が存在する。例えば、

1. 最小自乗法を用いたフィッティング
2. FFD(Free-FormDeformation)を利用したフィッティング
3. RBF(Radial Basis Function)とアフィン変換を用いたフィッティング

などが考えられる。

そこで、これらの手法について考察する。方法1は自由曲面の再構成などに用いられるが、あくまで形状の外側の点群についてのフィッティングであり、六面体メッシュの内部の頂点には変形が及ばない。

方法2については、形状モデルを全体的、もしくは局所的に曲げたり伸ばしたりするための変形に関する手法である。Sederbergらの研究[8]が有名であり、商用の多くのソフトウェアにも実装されている。FFDでは、形状モデルを覆うような格子と形状モデル間の写像を定義し、格子を動かすことで形状モデルを変形する。Sederbergらの手法では、格子の位相に制限があったが、その後研究[5]によって、現在では任意位相の格子を定義することが可能である。しかし、変形のためには格子を定義する必要があり、本研究の問題設定に沿う手法ではない。

方法3は、例えばPighinらの研究[7]、Aradらの研究[1]では2次元画像の変形に、Cohenらの研究[2]やNielsonらの研究[6]では3次元形状の変形に用いられている。また、同様の変形手法には吉田らの研究[9]が挙げられる。この方法は、点と点の関係のみを用いて計算していくので、計算自体もさほど複雑ではなく二者の比較・変形に適している。また、最初に構造ができていないテンプレートの各頂点に対して対応点を決めて適用することで、結果が大きく意図とずれることがないのが利点である。本手法では、方法3のRBFとアフィン変換の組み合わせの手法をフィッティングに用いることにする。

2.2 RBFによる形状変形

ここでは、本研究のもととなるRBFによる形状変形手法[1]について説明する。

3次元形状モデルの頂点群を \mathbf{V} とし、その中の頂点の一つを $\mathbf{v} \in \mathbf{V}$ とする。その中の特徴的な点を $\mathbf{p}_i \in \mathbf{V}$ とすると、関数 $f(\mathbf{v})$

$$f(\mathbf{v}) = \sum_i^N c_i \phi(\|\mathbf{v} - \mathbf{p}_i\|) + \mathbf{M}\mathbf{v} + \mathbf{t} \quad (1)$$

によって頂点 \mathbf{v} を変形する。

この時のRBFの未知の係数 c_i およびアフィン写像パラメータ \mathbf{M} , \mathbf{t} は式(2)の連立方程式を解くことによって得られる。

$$\begin{cases} \mathbf{p}_i - \mathbf{p}_i^{(0)} = f(\mathbf{p}_i) & (i = 1, \dots, N) \\ \sum_i^N c_i = 0, \sum_i^N c_i \mathbf{p}_i^T = 0 \end{cases} \quad (2)$$

ここで点群を \mathbf{P} とすると、 $\mathbf{p}_i^{(0)} \in \mathbf{P}$ は、点群の中で形状モデルの特徴点 \mathbf{p}_i に対応する点を指すものとする。この連立方程式の上式は補間における拘束の式を表し、下式は基底関数からアフィン写像に寄与する項を取り除くための制約の式をそれぞれ表している。

式(2)の影響決定関数 $\phi(r)$ は、放射的に対称な基底関数である。ここで r は、対応点 \mathbf{p}_i からのユークリッド距離を表す。この影響決定関数 $\phi(r)$ について、[1]では以下のように論じている。

すなわち、影響決定関数 $\phi(r)$ の条件として、

1. 式(2)が常に解ける。
2. 式(2)について安定した解を得ることが出来る。
3. 変形に要する時間が短い。
4. 変形の局所的な影響と大域的な影響のトレードオフが確立している。

が挙げられている。

条件1,2を満たす関数として $\phi(r) = (r^2 + e^2)^{\pm \frac{1}{2}}$ [4]や、Gaussian $\phi(r) = e^{-\frac{r^2}{\sigma}}$ がある。条件4の局所性は σ の取り方次第で変えられるものの、これらの関数は入力に用いる点群が1,000点を越えると計算的に不安定、すなわち発散するなどの不具合が起こるとされている[1]。

そこで計算的に安定し、かつ条件4に挙げられているような局所性を持たせるために、Gaussianの形状に近い関数に、 σ の値に依存したcut-offの要素を加えた以下の影響決定関数を採用する。

the one-sided cubic spline

$$\phi_1(r) = \begin{cases} 6\left(\frac{r}{\sigma}\right)^2\left(\frac{r}{\sigma} - 1\right) + 1 & (0 \leq r \leq \frac{1}{2}\sigma) \\ 2\left(1 - \frac{r}{\sigma}\right)^3 & (\frac{1}{2}\sigma \leq r \leq \sigma) \\ 0 & (r > \sigma) \end{cases}$$

the translation function

$$\phi_2(r) = \begin{cases} 1 - (\frac{r}{\sigma})^2(3 - 2\frac{r}{\sigma}) & (0 \leq r \leq \sigma) \\ 0 & (r > \sigma) \end{cases}$$

the translation function では C^1 連続、the one-sided cubic spline では C^2 連続であるが、変形にあたって大きな差は生じない。上記の2つの影響決定関数は、先程挙げた影響決定関数にとって必要な条件のうち3、4を満たすが、確実に必ず解が出るという保証は存在しない。

しかし、必ず解が出るのが保証された影響決定関数として以下の関数が存在する。

the quarter circle

$$\phi_3(r) = \begin{cases} 1 - \sqrt{1 - (1 - \frac{r}{\sigma})^2} & (0 \leq r \leq \sigma) \\ 0 & (r > \sigma) \end{cases}$$

この関数は、必ず解が出るという利点を持つものの、影響決定関数自身の変化が、他の関数に比べて特に原点付近で著しく減少過程を辿るため、強い局所性を持つ特徴がある。そのため [1] では、 σ の選択に関し、他の関数に比べて約2倍の値を採用している。

これらの影響決定関数に対し、適した σ を適用することで、目的とするフィッティングを行なう。

3 RBF による六面体メッシュフィッティング

3.1 入力データ

本研究では、入力点群データとして、東京大学工学部精密機械工学科の樋口研究室によって開発された3次元内部構造顕微鏡システムから得られる2次元画像群を、2値化して抽出した境界部分を用いた。また、六面体メッシュモデルのテンプレートは、力学解析用メッシュ作成ソフトウェアを用いて作成した。ここで、六面体メッシュモデルは形状の表面だけでなく、形状の内部まで格子点で表現している。

3.2 手法的流れ

本手法を含む全体の流れを図1に示す。用意した六面体メッシュモデルのテンプレートと入力点群データとのフィッティングを、以下の2つのSTEPに分けて行なう。

STEP 1 ユーザ指定による大まかな対応づけによるフィッティング

この過程は以下の順序で行なう(図2)。

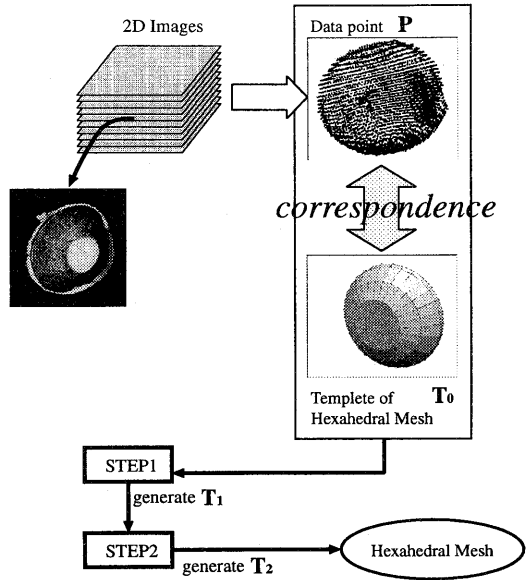


図1: 全体処理の流れ

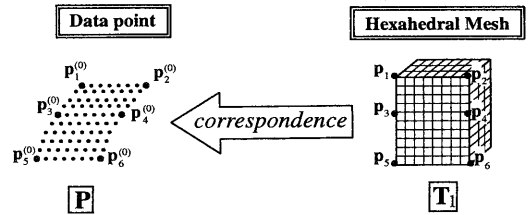


図2: STEP1における点の対応づけ

1. GUI などにより p_1 と $p_1^{(0)}$ 、 p_2 と $p_2^{(0)}$ 、... をユーザが指定して対応づけする。ここで対応する点 $p_i^{(0)}$ は、形状全体を覆うように大まかにとるようにする。
2. 式(1)の未知係数を、式(2)を解くことにより求める。
3. 式(1)を六面体メッシュの各頂点に対して計算する。

この過程によって、六面体メッシュモデルのテンプレートを点群に対して大まかに近似したモデルが生成される。

STEP 2 点群全体による詳細なフィッティング

STEP1 で対応づけを行なっていない残りの点群全てに対し、STEP1 によって変形された六面体メ

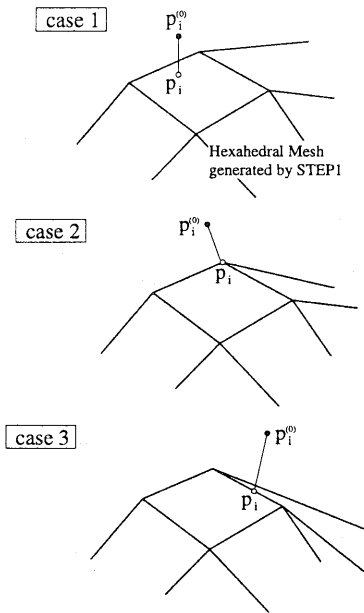


図 3: STEP2 における対応点の計算

シュの上に対応点を発生させて再び RBF によってフィッティングを行なう。

この際に発生させる対応点は、六面体メッシュモデルの面・辺・頂点と点群 P の点 $p_i^{(0)}$ の関係によって、要素内で最短距離を持つ点が図 3 に示すような三つのパターンに分けられる。それぞれ、 $p_i^{(0)}$ から形状モデルへの最も近い点を対応点 p_i として決定付けるために、形状モデルの各面に垂線を下した場合の判定の様子を示している。

- case1 $p_i^{(0)}$ から形状モデルに対して下した垂線の足が形状モデルの面上に下りる場合、その足を p_i とする。
- case2 垂線の足が形状モデルの面上には下りず、最も近い距離の要素が形状モデルの頂点の場合、その頂点を p_i とする。
- case3 垂線の足が形状モデルの面上には下りず、最も近い距離の要素が形状モデルの辺の場合、その辺上に下りした垂線の足を p_i とする。

このことを考慮して、STEP2 は以下の順序で行われる。

1. STEP1 で用いていない残りの全ての点群に対し、上述の方法によって対応点を決定する。
2. 式 (1) の未知係数を、式 (2) を解くことによって求める。

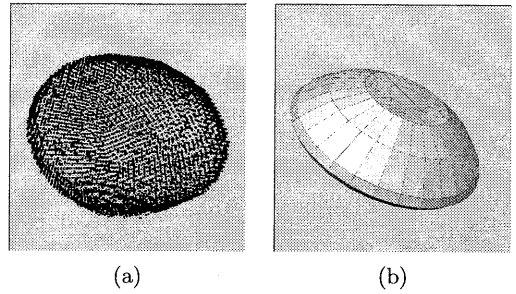


図 4: 入力データ:(a) 入力点群データ、(b) 六面体メッシュモデルテンプレート

3. 式 (1) を六面体メッシュの各頂点に対して計算する。

この過程を行なうことにより、全ての点群を考慮に入れた詳細なフィッティングを行なった六面体メッシュモデルが生成される。

4 実行結果と評価

本研究の実行結果、およびその評価について述べる。ここでは例題として、豚の水晶体の 2 次元画像群から抽出した点群 (図 4(a))(5,934 点) と、水晶体の六面体メッシュモデルのテンプレート (図 4(b))(頂点 687、面数 2,544、六面体要素数 424 個) を入力データとした。それらのデータに対し、STEP1、および STEP2 適用後の結果について示す。

ここで表 1 は、実行結果の数値的な結果であり、それぞれ d_{\max} は対応点同士の誤差の最大値、 d_{ave} は誤差の平均を表す。また、 $\phi_1(r)$ 、 $\phi_2(r)$ 、 $\phi_3(r)$ はそれぞれ 2.2 項で述べた三つの関数 (the one-sided cubic spline, the translation function, the quarter circle) にした場合を示す。表中の右端の $\circ \cdot \times$ は、STEP2 の計算が正しい解を得た場合は \circ 、そうでない場合には \times が付いている。正しい解かどうかは変形後の形状によって判定した。

まず STEP1 における適切な影響決定関数を、三つの関数の中で評価する。表 1 の STEP1 についての平均誤差を見ると、同等な値の σ (ただし、 $\phi_3(r)$ は 2.2 項にあるように σ の値が他の約 2 倍で同等とした) において考察すると、 $\phi_2(r)$ (the translation function) が最も少ない誤差の平均値を出力している。

次に、STEP1 において対応点の数を変化させて実行してみた。ここでは、影響決定関数は上述のように STEP1 での評価が最もよかった $\phi_2(r)$ での $\sigma = 0.3$ のものを用いた。

図 5 はそれぞれ、対応点が (a)14、(b)26、(c)58、(d)106 の場合の変形前と変形後の様子である。大きい点に対応をとった点である。変形前と変形後を比べると、対応点同士が近づいている様子がわか

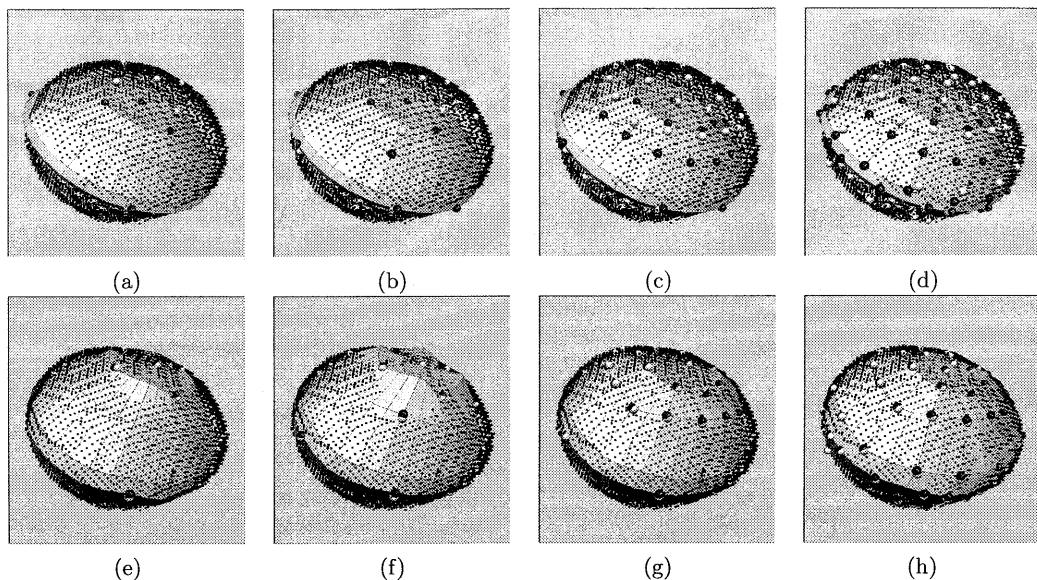


図 5: 対応点を変化させた結果, (a) ~ (d) は変形前の様子, (e) ~ (h) は変形後の様子

る。対応点を取る位置にもよるが、対応点が多いほど良い結果が得られる。

そしてSTEP2の実行結果であるが、表1を見てわかるように、STEP2の計算が正しい解を得ている場合には、STEP1のときの誤差平均に比べて、STEP2の誤差平均が少なくなっていることがわかる。また、[1]に示されるように $\phi_1(r)$ 、 $\phi_2(r)$ では必ず解が出るという保証がなく、逆に $\phi_3(r)$ では必ず解が出るということが σ の値を変化させて実行した結果からわかった(表1中の○・×)。

最後にSTEP1を実行した結果とSTEP2を実行した結果を図6に示す。比較してみると、一見STEP1の結果が滑らかに見えるが、入力点群データは生体データで凹凸も多い。数値的に見ると、STEP2の方がより入力点群データを反映した形状モデルであると言える。

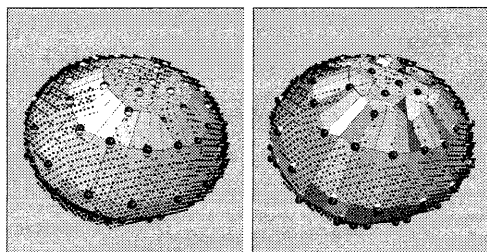


図 6: STEP1(左)とSTEP2(右)の実行結果の比較: 影響決定関数は $\phi_3(r)$ で $\sigma = 0.6$ 、初期の対応点は106点

5 結論および展望

本研究では、RBFを用いて六面体メッシュモデルのテンプレートを変形させることによって、2次元画像群から得た点群に当てはめるというアプローチにより、人体のモデルのような類似形状の六面体メッシュを比較的少ない処理過程の方法で得ることができた。また、その手法の適用による六面体メッシュモデルのテンプレートの、点群に対する近似度を数値的にも評価した。本手法は以下のような利点を持つ。

- 類似した形状において、点群さえ得られれば、他の六面体メッシュ生成手法に比べて、少ないユーザ処理過程で計算を行なうことが出来る。
- 点と点の間の計算を基本とするため、複雑な計算を必要としない。また、比較的簡単に実装することが出来る。
- 点群と六面体メッシュモデルの間で、フィッティングのSTEP1で大まかに対応する点を決めて変形を行なうことで、ユーザの意図した形状をインタラクティブな処理によって得ることが出来る。
- 影響決定関数 $\phi(r)$ と σ の値をユーザが任意に決定できるため、局所性の程度を変化させることが出来る。

反面、以下の欠点も持つ。これらの課題の克服が今後の課題である。

$\phi(r)$	σ	d.max(STEP1)	d.ave(STEP1)	d.max(STEP2)	d.ave(STEP2)	
$\phi_1(r)$	0.05	0.159729	0.030175	0.159729	0.029889	○
	0.08	0.159752	0.030136	0.159752	0.029850	○
	0.1	0.159874	0.029999	0.159874	0.029759	○
	0.2	0.113651	0.027239	0.113651	0.027845	×
	0.3	0.111209	0.021836	0.217851	0.024247	×
$\phi_2(r)$	0.05	0.159729	0.030175	0.159729	0.029889	○
	0.08	0.159897	0.030004	0.159897	0.030232	×
	0.1	0.136025	0.029443	0.136025	0.029898	×
	0.2	0.101237	0.023373	0.496025	0.029149	×
	0.3	0.112484	0.019285	0.549265	0.025673	×
$\phi_3(r)$	0.1	0.159827	0.030077	0.159827	0.029789	○
	0.16	0.135913	0.029544	0.135913	0.029259	○
	0.2	0.136963	0.028638	0.136963	0.028361	○
	0.4	0.117701	0.024034	0.117701	0.023800	○
	0.6	0.116646	0.022398	0.116646	0.022184	○

表 1: 影響決定関数ごとの σ を変化させた場合の、STEP1 および、STEP2 適用後の最大誤差と平均誤差

- STEP1 において決定する対応点によって、六面体メッシュの各頂点の受ける影響の度合いが決まる。解析・シミュレーションを目的とする場合、より整った六面体要素で構成される形状を得る必要がある。六面体要素の質に対する評価および修正が今後の課題である。
- 人体のモデルを対象にする場合、複数の部位からなる形状に対応しなくてはならない。つまり、点群と六面体メッシュモデルが一对一でなく多対多という状況を想定したフィッティングが必要になる。

おわりに

本研究は、理化学研究所のプロジェクト「生体力学シミュレーション」の一環として行われた。プロジェクトメンバーの方々には、多くの助言と支援をいただいた。ここに感謝の意を表する。

参考文献

- [1] N. Arad and D. Reissfeld. Image warping using few anchor points and radial functions. *Computer Graphics Forum*, 14(1):35–46, 1995.
- [2] D. Cohen-Or, A. Solomovic, and D. Levin. Three-dimensional distance field metamorphosis. *ACM Transactions on Graphics*, 17(2):116–141, Apr. 1998.
- [3] B. Curless and M. Levoy. A volumetric method for building complex models from range images. In *Proc. SIGGRAPH 96*, pp. 303–312, ACM Press, New York, 1996.
- [4] R. L. Hardy. Multi quadratic equation of topography and other irregular surfaces. *Journal of Geophysical Research*, 76:1905–1915, 1971.
- [5] R. MacCracken and K. I. Joy. Free-Form deformations with lattices of arbitrary topology. In *Proc. SIGGRAPH 96*, pp. 181–188, ACM Press, New York, 1996.
- [6] G. M. Nielson. Scattered data modeling. *IEEE Computer Graphics and Applications*, 13(1):60–70, Jan. 1993.
- [7] F. Pighin, J. Hecker, D. Lischinski, R. Szeliski, and D. H. Salesin. Synthesizing realistic facial expressions from photographs. In *Proc. SIGGRAPH 98*, pp. 75–84, ACM Press, New York, 1998.
- [8] T. W. Sederberg and S. R. Parry. Free-form deformation of solid geometric models. In *Proc. SIGGRAPH 86*, pp. 151–160, ACM Press, New York, 1986.
- [9] 吉田, 加納, 北嶋. ガウス関数に基づく free-form deformation. *精密工学会誌*, 65(7):971–975, 1999.
- [10] 吉村. 自動有限要素分割法の最新動向 (1). *機械の研究*, 51(4):423–432, 1999.
- [11] 吉村. 自動有限要素分割法の最新動向 (2). *機械の研究*, 51(5):545–552, 1999.