

## 厚さを持った折り紙シミュレーションとその評価

横山 卓弘<sup>†</sup> 高井 昌彰<sup>††</sup>

<sup>†</sup>北海道大学大学院 工学研究科

<sup>††</sup>北海道大学 大型計算機センター

折り紙のような一枚の紙を自由に折りたたむシミュレーションでは、紙の厚さは非常に重要な要素の一つである。異なった厚さの紙を折り曲げた結果はそれぞれ特徴ある3次元形状となる事は明白である。しかし、折り紙シミュレーションにおいて、有限要素法などによる仮想折り紙モデルは計算量が多く、複雑な形状とインタラクティブ性の両立を求められる場合は適さない。一方、物理計算を行わない場合には、インタラクティブ性は確立されるが現実の折り紙のための補助システムとしての信憑性に欠けるといった問題があった。本論文ではポリゴンベースの折り紙モデリングを、ポリゴン表面の圧力によって変化する仮想の厚さによって実現することを考える。モデルと現実の折り紙との比較実験を行い、モデルの振る舞いを検証する。

### Origami Simulation Considering the Thickness of Paper

Takahiro Yokoyama<sup>†</sup> and Yoshiaki Takai<sup>††</sup>

<sup>†</sup>Graduate school of Engineering, Hokkaido University

<sup>††</sup>Computing Center, Hokkaido University

In a simulation of interactive paper folding such as Origami, the thickness of the paper is one of very important parameters to be considered. It's a well-known fact that folding pieces of paper with different thickness results in geometrically different 3-dimensional shapes. How many times we can fold a piece of paper depends on its thickness. Analytical paper model is not suited for interactive applications of paper folding due to the computation complexity. In this paper, we present a simple model to deal with the thickness of paper. The simulated paper is composed of polygons associated with virtual thickness, which is changed by the pressure on the polygon surface. We show some results of experiments which compare the behavior of our model and real paper, and discuss applicability and remained problems of our approach.

#### 1 はじめに

折り紙に代表されるペーパークラフトにおいては、最終的な形状を目指して一枚の紙から折り進めていくが、途中の段階での複数の入り組んだ折りによる干渉のため、ある二つの辺を正確に合わせようとしても、最終的な結果として「ずれ」を生じてしまう場合があ

る。このような「ずれ」を正確に解析するのは困難であるため、ある程度以上複雑な作品を制作する場合、「ずれ」を考慮した補正が必要となる。コンピュータ上で仮想的に折り紙をモデリングすることによって、折り紙作成の支援を行う事が望まれる。

近年、コンピュータグラフィックス技術の発

展はめざましく、それにともないモデリング手法も発展してきている。今日一般的になっているポリゴンベースの3次元モデリングソフトや簡易計算によるシステムは、物理的要素を考慮しない分、計算量が少なく、インタラクティブ性が高いので比較的簡単に3次元形状をモデリングできる特徴がある。しかし本研究が目的とするような、紙の厚さなどの物理的特性を考慮する必要がある用途には適していない。

これに対し、有限要素解析 [1][2] などによる高度な物理シミュレーションを応用したモデリング手法では、膨大な計算量が必要とされるため、インタラクティブ性が低く、試行錯誤を繰り返すようなモデリングには適さないと考えられる。このため、過去の折り紙シミュレーションに関する研究 [3] においては、紙の厚さを含めた物理的要素は考慮されていなかった。

本研究は、コンピュータ上でのシミュレーションにより、紙の厚さなどの物理的特性を考慮した補正を行う折り紙モデリングシステムの構築を目的としている。それにより、最適な折り方を事前に計算することや、「ずれ」を生じていない折り紙の作成支援が可能となる。

これまでに、我々は折り紙シミュレーションの基本モデルを提案しそれを用いて紙のずれやストレスを可視化する研究を行ってきた [4]。本論文では現実の紙を計測する実験を行い、その結果とこれまでの折り紙モデルとの比較を行う。

## 2 折り紙モデル

本研究の基幹となっている折り紙モデルの概要を説明する。また本折り紙モデルがどのようなパラメータを持っているかについても説明する。

### 2.1 厚さ

仮想折り紙モデルは折れ線の数と面の数に比例した枚数のポリゴンによって形成される。

一般的なポリゴンモデルと見た目は特に変わらないが、モデル生成時の判定に折り紙の厚さが適用される。

折り紙の各面はポリゴンで生成されるが、曲げたり重ねたりする場合、厚さ以上の距離の場所にしか他のポリゴンである面は存在できない。図1に紙の厚さのイメージを示す。紙の両側に厚さ $\delta$ の空間をポリゴンが存在出来ない空間として確保する。厚さは固定ではなく、条件により変化する。つまり厚さとは純粹な紙の属性ではなく、ある紙から隣の紙までの距離を意味している。

### 2.2 圧力

折り紙が外部からの力によって初めて様々な形状をなすように、仮想折り紙モデルも「折り曲げる」事によって形状が変化する。折る場合にどれだけの力で折り、どの部分にどれくらい力が配分されるかという要素が圧力のパラメータとなる。この圧力パラメータによって紙の厚さが決定される。厚さの決定の詳細は次のセクションで述べる。基本的には厚さと圧力の二つのパラメータにより、仮想折り紙の新しい頂点、辺、面の座標が定められる。

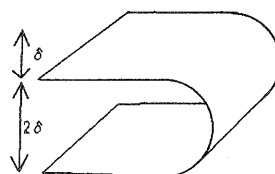


図 1: 紙の厚さ表現

## 3 折りのアルゴリズム

仮想折り紙モデルのより現実的な振る舞いを実現するため、折れ線を作る頂点ごとに「圧

力」を導入し、折り目が密集する部分が圧縮される現象をモデル化する。

### 3.1 各頂点間リンクの保存

仮想折り紙モデルでは、モデルの構造として各頂点のリンク情報を保持している。リンク情報によって面の連結状態を確認し、厚さの空間に他のポリゴンが存在しないように判定を行う。

図2において頂点(ABCD)よりなる四角ポリゴンの紙が存在していたとすると、四つの頂点(A,B,C,D)より作られる辺 $l(AB)$ ,  $m(BC)$ ,  $n(CD)$ ,  $o(DA)$ がそれぞれ隣の辺とのリンク情報を保存した情報を持ち、さらに集合 $(l,m,n,o)$ より成る面 $S$ を形成している。このリンク情報により、折り曲げる場合の厚さと変形を容易に実現できる。

### 3.2 新規折れ線の挿入

ある存在する面に対して新規に折り曲げが適用される場合、新規ポリゴンが作成され、その時新しい情報に対してリンク情報を更新する。

図2において新規の折り動作をEFで行った場合、折りに対する谷側の面を基準として、まず折れ線と交わる辺(ABとCD)を抽出する。新規の折れ線と交わる辺の情報を破棄し、折れ線と辺の交わる点との交点(E,F)を新しい頂点とし、元の端点から交点までの辺(AE、BE、CF、DF)を新しい辺とする。また折れ線自体(EF)も新しい辺とすることによって、辺情報を更新する。

また、以前の辺によって構成されている面情報(面ABCD)を検索し、分割されている辺による新たな面情報(面AEFC、面EBDF)も更新する。新規の折り動作が行われるたびに、これらの情報を全て更新する。これによって、以下の動作を行う際の計算がより効率的になる。

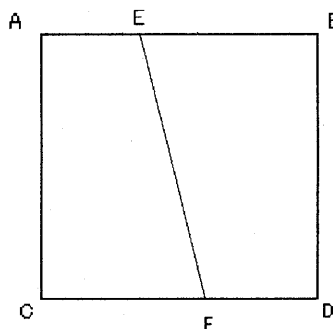


図2: 新規折れ線の挿入

#### 3.2.1 折り紙間の厚さ計算

折り動作の計算を行う場合、折る場合の力である「圧力」の計算を考慮して折り紙ポリゴン間の空間である「厚さ」を計算する。初期値である「圧力」は間に何も入っていない紙を一度折る場合の空間を決める値である。

紙の厚さを一定とする予備実験を行ったところ、紙が多く重なる場合、現実よりもおおきくずれてしまう結果になり、折り紙間の空間である厚さを可変にする必要性が認められた。そこで、間に何枚の紙が入っているかという情報を用いる事で、ポリゴン同士の空間である厚さを可変とした。

具体的には「折り目が交差した時、何枚の紙があるか」という数値を基準に、間に多く入っていれば外側の紙は内側の紙と自分自身により圧縮されていると考え、次式で紙の厚さを決定する。

$$x = d \cdot a^{i-1}$$

( $x$ :紙一枚の厚さ、 $d$ :デフォルトの厚さ、 $a$ :間の紙の枚数、 $i$ :ずれかたを表すパラメータ)

$i$ の値が1に近いほど紙が多く重なる場合に大きくなる。本論文では $d = 0.5$ ,  $i = 0.8$ としている。

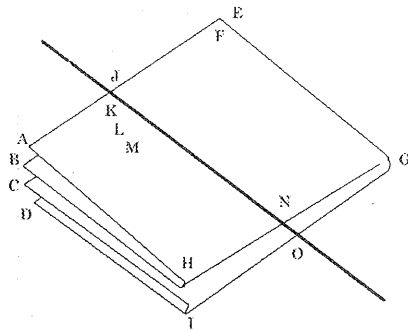


図 3: 折り操作の辺抽出 (奥に存在する頂点の名前も示した)

### 3.2.2 折り紙間のあたり判定

折り操作の更新は谷側の紙から計算していく。前述の手法より計算される圧力に基づき、紙の厚さを決定する。紙の折りまげの角度分だけ、最も谷側の紙が折り目の辺より折られる。その場合の折り目部分の構造は図 3 となり、折り目部分は円に接する台形となる。ここで、「折り目の辺の位置」は図 3 の線であるが、実際の折り目は 3 次元空間上の台形柱となる。

図 3 の実線で折る場合、折れ線と交わる辺 (AE、BE、CF、DF、HG、IG) を検出する。その辺によって作られる全ての面 (面 AHGE、面 BHGE、面 CIGF、面 DIGF) を検出した後、谷側から面のあたり判定を行う。あたり判定とは最も谷側の面から自分自身との間の面に対して、厚さ分の余裕を持った空間に別のポリゴンが存在しているかどうかを判断することである。存在しなければ折り操作を確定する。以降の面は、谷側の面に追従する形で (それ自身より谷側の) 厚さ分の空間を保持しつつ変形し、決定される。あたり判定は自分より谷側に存在する面に関してのみ行う。

### 3.3 辺のずれ表現

頂点には紙の端点と折り操作により作成された頂点がある。端点と折の頂点で成る辺を折り操作によって折る場合、先に折り操作で作成された頂点から折り目までの長さをずれないものとして決定し、もう一方の端点から折り目までの長さを決定する。これによって重ねておける場合の外側が大きくずれる表現が実現される。

両方の点が折り操作により作成された頂点だった場合は中央が折り目の線となる。この場合、あたり判定によって現在判定している紙より谷側の紙によって、それ以上折れない (折るとポリゴンが存在してはいけない空間に存在してしまい、お互いが干渉する) 状態になることがある。その場合、干渉が厚さより小さい場合 (あたり判定ではあたってはいるが、ポリゴンの交差はない場合) は厚さを薄くして紙同士の空間を狭くする事により解消する。

干渉が厚さより大きい場合は、厚さ 0 で干渉している紙同士が接している状態まで、干渉する内側の辺の長さを短くし、ポリゴンを小さくする事によりあたり判定を解決している。

あたり判定の解決では紙の折り目が交わったときの「ずれ」の表現は再現できない。すなわち折れ線が交差した場合、折り目部分と紙の端の部分で紙の長さに「ずれ」が生じる表現が実現されない。また、紙が折り目部分でもずれてしまい、表現できない。そこで折り目が交差する部分の面の谷側の辺は、本来ずれる長さの分変形して収縮する、という規則を用いた。これによって 4 つ折りなど、折り目が交差する際の「ずれ」を表現した。

## 4 現実モデルとの比較実験

### 4.1 実験結果

前述までの方法を用いたモデルと、実際の折り紙との比較実験を行った。図 4 は本折り紙モデルで表現した 4 つ折りの「ずれ」である。図 5 は A4 版のコピー紙を 4 つ折りにし

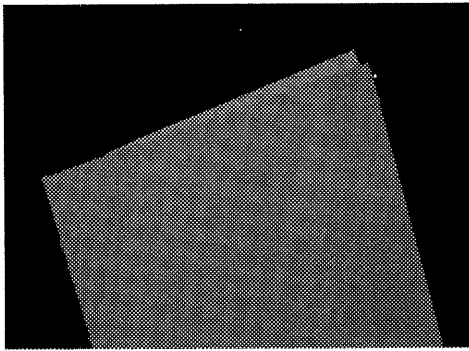


図 4: 折り紙モデルの出力結果

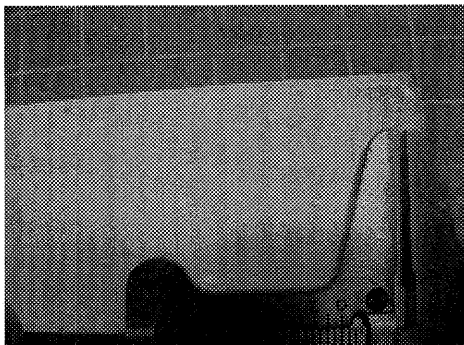


図 5: 実際の折り紙に見られる「ずれ」

たときの写真である。表 1 は本折り紙モデルと現実の折り紙 (A4 コピー紙、A4 ケント紙) とのずれと折り目の厚さを表にしたもので、単位は本折り紙モデルは仮想空間の単位長、現実の折り紙は mm である。実際の紙を折ったものに関しては、手で丁寧に折ったものを人の目で確認し、十分正確に折れているものを数個選んでノギスで測り平均を計算した。

#### 4.2 実験結果の考察

本モデルを用いて折り操作を行った結果と、実際に手で折ったものとの結果を比較してみると、ずれに関してはコピー紙と画用紙の中間程度の値で一致していることが分かる。「ず

要素	モデル	コピー紙	画用紙
ずれ (4 つ折り)	1.1	0.08	2.1
ずれ (8 つ折り)	2.7	0.96	4.6
ずれ (16 つ折り)	4.3	1.8	9.9

表 1: 「ずれ」の比較結果

れ」を簡易計算する本モデルでも、ユーザーによって与えられる折り操作によるずれを正確に計算していると思われる。

本折り紙モデルにおいては、折り紙の大きさによるずれの差は考慮していない。これは折り紙の大きさの変化による紙の「ずれ」は人の手で折る場合の不正確さが原因と考えられるからである。よって、仮想空間の単位長さを現実にどれぐらいの長さに対応づけるかの変換と、折り操作が重なった時の圧力の変化 (どれほど圧縮されるか = どれだけ厚いか) で多様な紙の種類に対応できると思われる。

また、折り操作の回数が大きくなった時の折り目の厚さの変化において、現実の折り紙では指数的に増加し、折り紙モデルでは指数的といえるほどの増加率ではないという違いがある。この原因として厚さのモデル化が単純であることや、手で折る事が完全に正確でない事などが推測される。

各折りごとに両者のずれを比較すると、4 つ折り、8 つ折り時では現実の二つの紙の平均の値とモデルの値のおおよその一致がみられるが、16 つ折りの時には他の折りより数値がずれている事が確認される。これは折りの圧力の計算を 4 及び 8 つ折を重視して導入しているためである。現実の折り紙では一般に 8 つ折り以上の折り操作はほとんど見られず、将来このシステムの発展として「最終的なずれのない完成形状を制作するための初期形状及び折る位置の算出」を考えると、現実の折り紙と同様、折り操作は 8 つ折り程度で十分であると思われる。

要素	モデル	コピー紙	画用紙
厚さ(4つ折り)	1.9	0.38	1.4
厚さ(8つ折り)	3.6	0.75	3.1
厚さ(16つ折り)	5.6	1.7	7.2

表 2: 「厚さ」の比較結果

## 5 おわりに

折り紙の最終的な形状から初期段階の設計図を導くためには、「ずれ」を考慮した折り紙モデルが必要である。本論文では簡易計算によって紙の「ずれ」を実現するために、厚さと圧力を導入しポリゴンによる紙の表現を試みた。またモデルの有効性を確認するために現実の折り紙との比較実験を行った。その結果、4つ折り、8つ折りの紙のずれでは振る舞いの一致が見られた。

本モデルで構築した折り紙を展開した場合、一枚の平面にならないという問題点は今後の課題である。

## 参考文献

- [1] A.Pentland and J.Williams: “Good vibrations : Modal dynamics for graphics and animation”, *Computer Graphics* , Vol.23 , No.3 , pp.215-222(1989).
- [2] D.Terzopoulos and K.Fleischer : “Deformable models”, *The Visual Computer* , Vol.4 , No.6 , pp.306-331(1998).
- [3] S.Miyazaki , T.Yasuda , S.Yokoi , J.Toriwaki: “An ORIGAMI Playing Simulator in the Virturl Space”,*The Journal of Visualization and Computer Animation*(1996).
- [4] 横山卓弘, 高井昌彰: “厚さによる折り曲げ限界を考慮した折り紙シミュレーション”, 第60回情報処理学会全国大会論文集,(1999).
- [5] J.Kato , T.Watanabe , H.Hase , T.Nakayama: “Understanding Illustrations of Origami Drill Books”, 情報処理学会論文誌,vol.41,no.6,pp1857-1873(2000).