

## 計算流体力学を用いた雲のアニメーション作成法の開発

宮崎 玲† 土橋 宜典‡ 西田 友是†  
† 東京大学 ‡ 北海道大学

雲などの自然現象のシミュレーションはCGにおいて重要な研究分野の一つである。とりわけ雲は景観画像の作成において重要な役割を果たす。雲は大気流体を可視化したものと言えるので、リアルな雲を作成するには、流体シミュレーションに基づく手法が有効である。本稿では、乱流の渦による特徴的な形態の積雲・積乱雲のアニメーションを作成するために、大気流体をモデル化し、偏微分方程式の数値解析をベースとしたシミュレーション手法を提案する。

### Development of A Method for Clouds Animation Based on Computational Fluid Dynamics

Ryo Miyazaki† Yoshinori Dobashi‡ Tomoyuki Nishita†  
† The University of Tokyo ‡ Hokkaido University

Simulation of the natural phenomenon is one of the important research fields in computer graphics. In particular, clouds play an important role in creating images of outdoor scenes. The fluid simulation is effective to create realistic clouds because clouds are visualization of atmospheric fluid. In this paper, we propose simulation technique based on numerical solution of the partial differential equation of the atmospheric fluid model for creating the animation of cumulus and cumulonimbus with feature form by turbulent vortex.

#### 1. はじめに

自然現象のシミュレーションはCGにおいて重要な研究分野の一つである。とりわけ雲は、映画やコマースシャル等の映像、コンピュータゲーム、フライトシミュレータ等に幅広く応用される。雲のCG作成には様々な研究が行われているが、フラクタル、確率的モデル、イメージベースの手法等ではリアルな静止画は作成できてもアニメーション作成には限界がある。雲の複雑なダイナミクスを表現しアニメーションを作成するには、計算コストはかかるが物理則に基づく流体シミュレーションによる手法が一番有効であると考えられる。本研究では大気流体をモデル化した偏微分方程式を比較的高速で安定な数値解析手法を用いて、風に流されながら生成消滅していく積雲や鉛直方向に高々と成長していく積乱雲のシミュレーションを行い、雲の密度分布を得てレンダリングすることにより、リアルなアニメーションを作成する手法を提案する。

本稿の構成は、2章では雲のCG作成手法の関連研究について述べ、3章でシミュレーションを行う対象

の積雲・積乱雲について説明する。4章でシミュレーション手法について、大気流体の偏微分方程式のモデル、その数値解析を説明する。5章でシミュレーションの条件と計算結果を示し、6章がまとめ・今後の課題である。

#### 2. 関連研究

CGの分野において雲のモデリングのために、過去20年間に様々な手法が提案されている。フラクタルを用いる手法[Voss83][Gardner85][Nishita93][Nishita96]、手続きモデル[Max86][Ebert90a][Ebert90b][Ebert97][Ebert99][Max92]、定性的なシミュレーション[Kikuchi98][Neyret97]、確率的な流体モデル[Stam94]等があるが、これらの手法はリアルなアニメーションの作成には限界がある。セルオートマトンによるシミュレーション[Dobashi00]は積雲のアニメーションしか作成できなかった。またイメージベースの手法[Dobashi98]は衛星からの画像を用いて地球の外から見た台風のアニメーションを作成する

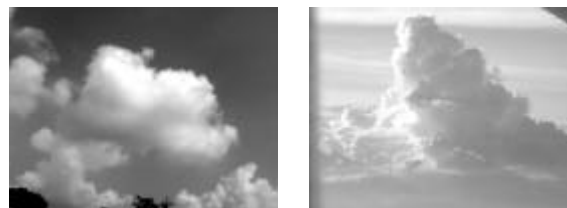
ものであったが、ユーザーは望みの雲は作れず、人が地表から眺めるスケールの雲は作成できていなかった。リアルなアニメーション作成には、計算コストはかかるが物理則に基づく流体方程式の数値解析による手法が最も有効であると考えられる。Kajiya 等がCGの分野で最初にこれを行った[Kajiya84]。しかし当時はマシンパワーが足りず、計算時間が膨大になり、非常に粗いグリッドで十分にリアルな結果を得ることができなかった。Foster 等は Navier-Stokes 方程式の数値解析を行い、比較的粗いグリッドでも3次元でリアルな煙のシミュレーションを行った[Foster97]。しかしこの手法は安定に計算を行うためには、タイムステップを十分小さく取る必要があり、シミュレーションは時間がかかってしまった。Stam は輸送の計算に semi-Lagrangian の手法を導入し、高速で安定に Navier-Stokes 方程式の数値解析を行った[Stam99]。だがこの手法では数値計算の誤差により、小さいスケールの渦が急速に失われる欠点があった。この問題を解決するために Fedkiw 等は、この失われた小さな渦を外力として新たに付け加える手法を導入し、リアルな煙のシミュレーションを行った[Fedkiw01]。また Yngve 等が圧縮性の流体方程式を解き、衝撃波や爆発などのシミュレーションを行った[Yngve00]。しかし非圧縮性のシミュレーションはタイムステップを非常に厳しく取らねばならず、計算コストがかなりかかってしまった。また宮崎等が柳田等によるセルオートマトンの拡張版である CML (Coupled Map Lattice) を用いた定性的な雲のシミュレーション [Yanagita95] [Yanagita97] を改良し高速に様々な雲を作成できる手法を開発したが[Miyazaki01]、近似手法のために雲のダイナミクスを十分にシミュレートしきれなかった。

本研究では、Fedkiw 等の煙のシミュレーション手法をベースに、断熱冷却、相転移の雲のシミュレーションに必要な要素を付け加え大気流体のモデルに拡張し数値解析を行った。また流体の圧縮性は流体の速度が音速に近づいて効いてくるものであり、雲のシミュレーションではそこまでの速度は現れないので、本シミュレーションでは流体は非圧縮性として取り扱うものとする。

### 3 . 積雲・積乱雲

積雲・積乱雲は強い上昇気流によって生成される。上昇する空気塊は断熱冷却の効果により温度が下がり、空気塊に含まれる水蒸気が相転移を起こし凝結し雲が生成される。またその時に潜熱が解放され、それがま

た浮力の源となり雲がどんどん発達していく[Houze93]。図1に積雲・積乱雲の写真を示す。これらの雲は境界が鮮明でパルプ状のモクモクとした形態をしている。図1(a)の積雲がより発達すると(b)の積乱雲、いわゆる入道雲と呼ばれる雲になる。



(a) 積雲

(b) 積乱雲

図1： 積雲と積乱雲の写真

### 4 . シミュレーション

シミュレーション空間を  $N_x \times N_y \times N_z$  の3次元ボクセルに分割する。1つのボクセル幅は  $h$  である。各ボクセルは速度ベクトル  $\mathbf{v} = (v_x, v_y, v_z)$ 、水蒸気密度  $w_{vap}$ 、雲密度  $w_{cl}$ 、温度  $E$  を状態量として保持する。各状態量は1タイムステップ  $\Delta t$  毎に更新する。

大気流体を以下の偏微分方程式でモデル化する。

$$\frac{D\mathbf{v}}{Dt} = -\nabla p + \mathbf{n} \Delta \mathbf{v} + \mathbf{B} + \mathbf{f}, \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0, \quad (2)$$

$$\frac{DE}{Dt} = -\mathbf{j}_d v_z - Q \frac{Dw_{cl}}{Dt} + S_E, \quad (3)$$

$$\frac{Dw_{vap}}{Dt} = -\frac{Dw_{cl}}{Dt} + S_{vap}. \quad (4)$$

(1)、(2)式は、速度場更新のためのNavier Stokes方程式、(3)式は温度の式、(4)式は水蒸気・雲の式である。なお、 $p$  は圧力、 $\mathbf{n}$  は粘性係数、 $\mathbf{j}_d$  は乾燥断熱減率、 $Q$  は潜熱の係数、 $\mathbf{B}$  は浮力ベクトル、 $\mathbf{f}$  は外力ベクトル、 $S_E$  は熱源、 $S_{vap}$  は水蒸気源を表す。また  $D/Dt \equiv \partial/\partial t + \mathbf{v} \cdot \nabla$  は流体の流れに沿った全微分である。

以下にこれらの方程式を8つのステップに分けた解法を説明する。

#### (1) 外力

外力による速度ベクトルの更新式は以下である。\* は更新後を表す。

$$\mathbf{v}^* = \mathbf{v} + \Delta t \mathbf{f}. \quad (5)$$

熱源  $S_E$  による温度の更新と水蒸気源  $S_{vap}$  による水蒸気密度の更新も外力による速度場の更新と同様の形で行う。

$$E^* = E + \Delta t S_E, \quad (6)$$

$$w_{vap}^* = w + \Delta t S_{vap}. \quad (7)$$

## (2) 粘性効果

粘性効果により速度の拡散が生じる。これによる速度の更新式は以下の形で与えられる。

$$\mathbf{v}^* = \mathbf{v} + \mathbf{n} \Delta t \nabla^2 \mathbf{v}, \quad (8)$$

ここで  $\mathbf{n}$  は粘性係数である。

## (3) 状態量の輸送

全微分  $D/Dt \equiv \partial/\partial t + \mathbf{v} \cdot \nabla$  に相当する状態量の輸送の計算には semi-Lagrangian の手法 [Stam99] を用いる。速度場に時刻 0、位置  $\mathbf{x}$  に仮想的な流体粒子を考え、その粒子が過去辿ってきた経路  $\mathbf{p}(\mathbf{x}, s)$  を定義する。 $\mathbf{p}(\mathbf{x}, s)$  を 1 ステップ前の時間  $\Delta t$  バックトレースし、粒子の時刻  $-\Delta t$  における位置  $\mathbf{p}(\mathbf{x}, -\Delta t)$  を求める。そして、その位置の各状態量 (速度ベクトル、温度、水蒸気密度、雲密度) を現在の状態量として輸送する。我々のシミュレーションでは、経路の計算には一次積分のみを行い、 $\mathbf{p}(\mathbf{x}, s)$  は  $\Delta t \mathbf{v}(\mathbf{x}, t)$  と近似する。つまり経路は直線となる。これを各ボクセルに対して行う。

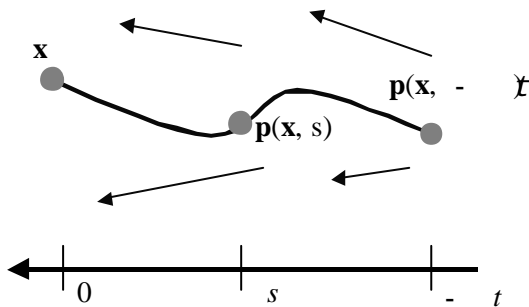


図 2 : semi-Lagrangian の手法

## (4) 圧力効果

速度場を非圧縮にするために働く圧力効果は下記の

ラプラス方程式の計算に帰着される。

$$\nabla^2 p = \frac{1}{\Delta t} \nabla \cdot \mathbf{v}, \quad (9)$$

ヤコビの反復法を用いて圧力場を計算し、以下の式で速度場を更新する。

$$\mathbf{v}^* = \mathbf{v} - \Delta t \nabla p. \quad (10)$$

## (5) 渦の付け加え

状態量の輸送の計算において、一次積分の semi-Lagrangian の手法では、数値計算の誤差で失われる小さなスケールの渦が急速に失われてしまう。そこで失われた渦を外力として付け加える手法 [Fedkiw01] を導入する。非圧縮性流体では、渦度  $\mathbf{w}$  が小さいスケールの渦を生み出す。

$$\mathbf{w} = \nabla \times \mathbf{v}, \quad (11)$$

渦度は流体を特定の方行に回転させる外輪の役目を果たす。計算の誤差でこの効果が失われてしまうので、これを新たに付け加えることを考える。渦度の正規化した位置ベクトルを計算する。

$$\mathbf{N} = \frac{\mathbf{k}}{|\mathbf{k}|}, \quad (\mathbf{k} = \nabla |\mathbf{w}|), \quad (12)$$

付け加える外力の強さと方向はこれから以下のように計算される。

$$\mathbf{f}_{con} = \mathbf{e} h (\mathbf{N} \times \mathbf{w}), \quad (13)$$

ここで  $\mathbf{f}_{con}$  が付け加える外力ベクトル、 $h$  はボクセル幅、 $\mathbf{e}$  は強さをコントロールするパラメータである。

図 3 は 2 次元の煙のシミュレーションにおける渦の付け加えの効果を示す。左が渦の付け加えなしの煙、右が付け加えた煙である。

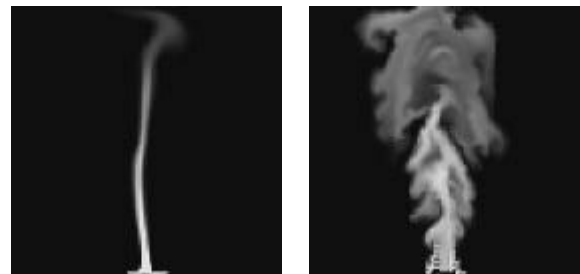


図 3 : 渦の付け加えの効果  
(左 : 付け加えなし 右 : 付け加えあり)

## (6) 浮力

浮力は温度と各ボクセルに設定された環境温度  $E_{amb}$  との差によって与えられる。また雲の荷重も考慮すると浮力は次式で表される。

$$\mathbf{B} = k_{buo}(E - E_{amb})\mathbf{z} - k_g w_{cl}\mathbf{z}, \quad (14)$$

ここで  $\mathbf{z} = (0,0,1)$ 、 $k_{buo}$  は浮力の係数、 $k_g$  は重力の係数である。環境温度はあらかじめ各ボクセルに対し設定しておく（4章参照）。

## (7) 断熱冷却

上昇する空気塊の温度は以下のように鉛直方向の速度に線形に減少する。

$$E^* = E - \mathbf{j}_d \Delta t v_z. \quad (15)$$

ここで  $\mathbf{j}_d$  は乾燥断熱減率である。

## (8) 相転移

水蒸気密度と飽和水蒸気密度の差によって雲が生成され、潜熱が開放される。またその分水蒸気が減少する。これによる雲密度、水蒸気密度、温度の更新は以下のように表される[Yanagi ta97]。

$$w_{cl}^* = w_{cl} + \Delta t \mathbf{a}(w_{vap} - w_{max}), \quad (16)$$

$$w_{vap}^* = w_{vap} - \Delta t \mathbf{a}(w_{vap} - w_{max}), \quad (17)$$

$$E^* = E - Q \Delta t \mathbf{a}(w_{vap} - w_{max}), \quad (18)$$

ここで  $Q$  は潜熱の係数、 $\mathbf{a}$  は相転移率、 $w_{max}$  は飽和水蒸気密度で温度の関数であり、以下の式で与えられる。

$$w_{max} = \begin{cases} A \exp\left(\frac{-Q}{E}\right) & \text{if } > w_{vap} + w_{cl}, \\ w_{vap} + w_{cl}, & \text{otherwise,} \end{cases} \quad (19)$$

ここで  $A$  は定数である。

## 5 . 計算結果

初期状態として、環境温度を上空に行くほど線形に減少させる。水平方向は一定とする。初期温度は環境温度と一致させておく。また各ボクセルの速度にはノイズで微少の揺らぎを与えておく。境界条件として水平方向には周期的境界条件、鉛直方向には  $v=0$  を設定

する。ユーザーが空間底面に雲ができる源となる熱源と水蒸気源を配置する。ここでは熱源と水蒸気源は同じ個所に配置する。浮力により上昇気流が生じ水蒸気を上空に運び断熱冷却で冷やされると凝結し雲が生成される（図4参照）。鉛直方向のボクセル数や、設置する温度を変えて生じる上昇気流の強さをコントロールし積雲と積乱雲を作り分ける。上昇気流が強くなるほど雲がより鉛直方向に発達する。

図5は積雲及び積乱雲の発達過程の結果画像である。(a)(b)積雲は、右の画像が左の画像の200タイムステップ後を、(c)積乱雲は100タイムステップ後のものを表している。ボクセル数1タイムステップの計算時間はPentium (1.2GHz)でそれぞれ(a)積雲は  $150 \times 120 \times 50$  で約4秒、(b)夕方の積雲は  $200 \times 150 \times 50$  で約6秒、(c)積乱雲は  $150 \times 120 \times 100$  で約8秒である。シミュレーションで空間の雲の密度分布を得て、[Dobashi00]の手法を用いてレンダリングを行った。

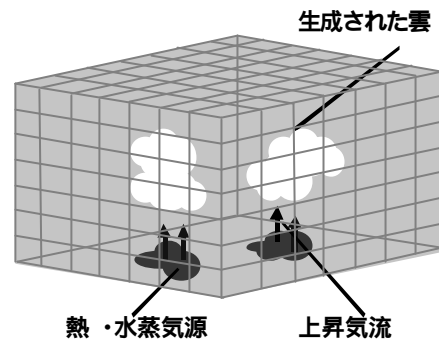


図4：シミュレーション空間

## 6 . まとめ・今後の課題

本研究ではFedkiw等の煙のシミュレーション手法を拡張し、断熱冷却、相転移を加えた大気流体のモデル化した偏微分方程式の比較的高速で安定な数値解析を行った。これにより、風に流されながら生成消滅していく積乱雲、また鉛直方向に高く成長していく積乱雲のダイナミクスがシミュレーションできた。またシミュレーションにより得られた雲の密度分布を用いて、レンダリングすることにより昼間と夕方の美しい雲のアニメーションを作成した。

今後の課題としては以下の項目が挙げられる。

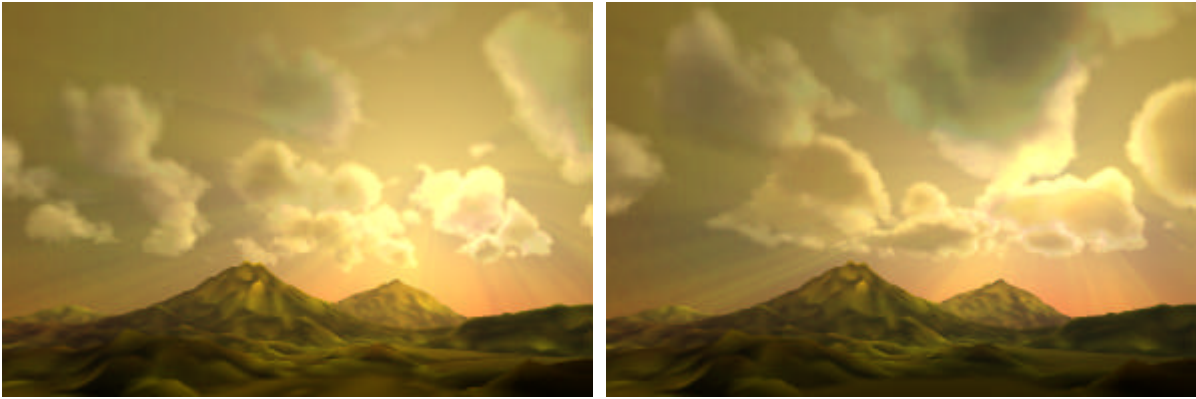
- ・ 様々な雲（巻雲、層積雲など）の作成
- ・ 計算の効率化
- ・ よりリアルなダイナミクスのシミュレーション

## 参考文献

- [Dobashi98] Y. Dobashi, T. Nishita, H. Yamashita, T. Okita, "Using Metaballs to Modeling and Animate Clouds from Satellite Images," *The Visual Computer*, Vol. 15, No. 9, 1998, pp. 471-482.
- [Dobashi00] Y. Dobashi, K. Kaneda, H. Yamashita, T. Okita, T. Nishita, "A Simple, Efficient Method for Realistic Animation of Clouds," *Proc. SIGGRAPH'00*, 2000, pp. 19-28.
- [Ebert90a] D. S. Ebert, R. E. Parent, "Rendering and Animation of Gaseous Phenomena by Combining Fast Volume and Scanline A-Buffer Techniques," *Computer Graphics*, Vol. 24, No. 4, 1990, pp. 357-366.
- [Ebert90b] D. S. Ebert, W. E. Carlson, R. E. Parent, "Solid Spaces and Inverse Particle Systems for Controlling the Animation of Gases and Fluids," *The Visual Computer*, 10, 1990, pp. 471-483.
- [Ebert97] D. S. Ebert, "Volumetric Modeling with Implicit Functions: A Cloud is Born," *Visual Proc. SIGGRAPH'97*, 1997, pp. 147.
- [Ebert99] D. S. Ebert, "Simulating Nature: From Theory to Application," *Course Note #26 of SIGGRAPH'99*, 1999, pp. 5.1-5.52.
- [Fedkiw01] R. Fedkiw, J. Stam, H. W. Jensen. "Visual Simulation of Smoke," *Proc. SIGGRAPH'01*, 2001, pp. 15-22.
- [Foster97] N. Foster, D. Metaxas, "Modeling the Motion of a Hot, Turbulent Gas," *Proc. SIGGRAPH'97*, 1997, pp. 181-188.
- [Gardner85] G.Y. Gardner, "Visual Simulation of Clouds," *Computer Graphics*, Vol.19, No. 3, 1985, pp. 279-303.
- [Houze93] R. A. Houze, "Cloud Dynamics", International Geophysics Series Vol.53, Academic Press, New York, 1993.
- [Kajiya84] J. T. Kajiya, B. P. V. Herzen, "Ray Tracing Volume Densities," *Computer Graphics*, 1984, Vol. 18, No. 3, pp. 165-174.
- [Kikuchi98] T. Kikuchi, K. Muraoka, and N. Chiba, "Visual Simulation of Cumulonimbus Clouds," *The Journal of The Institute of Image Electronics and Electronics Engineers of Japan*, Vol. 27, No. 4, 1998, pp. 317-326 (in Japanese).
- [Max86] N. Max, "Light Diffusion through Clouds and Haze," *Graphics and Image Processing*, Vol. 13, No. 3, 1986, pp. 280-292.
- [Max92] N. Max, R. Crawfis, D. Williams, "Visualizing Wind Velocities by Advecting Cloud Textures," *Proc. Visualization'92*, 1992, pp. 179-183.
- [Max94] N. Max, "Efficient Light Propagation for Multiple Anisotropic Volume Scattering," *Proc. the Fifth Eurographics Workshop on Rendering*, 1994, pp. 87-104.
- [Miyazaki01] R. Miyazaki, S. Yoshida, Y. Dobashi, T. Nishita. A Method for Modeling Clouds based on Atmospheric Fluid Dynamics. In *PACIFIC GRAPHICS 2001 Conference Proceeding*, pp 363-372.
- [Neyret97] F. Neyret, "Qualitative Simulation of Convective Clouds Formation and Evolution," *EGCAS'97*, 1997, pp. 113-124.
- [Nishita93] T. Nishita, S. Takao, T. Katsumi, E. Nakamae, "Display of The Earth Taking into Account Atmospheric Scattering," *Proc. SIGGRAPH'93*, pp. 175-182, 1993.
- [Nishita96] T. Nishita, Y. Dobashi, E. Nakamae, "Display of Clouds Taking into Account Multiple Anisotropic Scattering and Sky Light," *Proc. SIGGRAPH'96*, 1996-8, pp.379-386.
- [Perlin85] K. Perlin, "An Image Synthesizer," *Proc. SIGGRAPH'85*, 1985, pp. 287-296.
- [Stam93] J. Stam, E. Fiume, "Turbulent Wind Fields for Gaseous Phenomena," *Proc. SIGGRAPH'93*, 1993, pp. 369-376.
- [Stam94] J. Stam, "Stochastic Rendering of Density Fields," *Proc. Graphics Interface'94*, 1994, pp. 51-58.
- [Stam95] J. Stam, E. Fiume, "Dipicting Fire and Other Gaseous Phenomena Using Diffusion Processes," *Proc. SIGGRAPH'95*, 1995, pp. 129-136.
- [Stam99] J. Stam, "Stable Fluids," *Proc. SIGGRAPH'99*, 1999, pp. 121-128.
- [Voss83] R. Voss, "Fourier Synthesis of Gaussian Fractals: 1/f noises, landscapes, and flakes," *Proc. SIGGRAPH'83: Tutorial on State of the Art Image Synthesis*, 10, 1983.
- [Yanagita95] T. Yanagita and K. Kaneko, "Rayleigh-Benard Convection; Patters, Chaos, Spatiotemporal Chaos and Turbulent," *Physica D*, Vol. 82, 1995, pp. 288-313.
- [Yanagita97] T. Yanagita and K. Kaneko, "Modeling and Characterization of Clouds Dynamics," *Phys. Rev. Lett.* Vol. 78, No. 22, 1997, pp. 4297-4300.
- [Yngve00] G. Yngve, J. O'Brien, and J. Hodgins, "Animating explosions," *Proc. SIGGRAPH'00*, 2000, pp. 29-36.



(a) 積雲の発達過程



(b) 積雲の発達過程 (夕方)



(c) 積乱雲の発達過程

図5 : 結果画像 : (a) 積雲、(b) 夕方の積雲、(c) 積乱雲