グラフィクスとCAD 108－3
（２００２．８．８）

曲線集合からの細分割曲面生成

倉賀野穣　宝田洋裕　竹内真悟　鈴木宏正　木村文彦
東京大学

CAID(Computer Aided Industrial Design) において自由曲面設計は，３次元空間に特徴線を配置する事から始まるのが一般的である．これらの特徴線に基づき，基本面はそれらを補間するように生成される．補間する曲面パッチを計算するために特徴線は接続されている必要がある．デザイナにとってこのような接続を考慮して設計する事は発想の妨げになる事がある．本手法 (Curve Wrapping) では，グラフ探索メッシュを利用する事で，接続情報を持たない曲線群から接続情報を生成する事ができる．この情報を利用して，曲線群は修正される．細分割曲面フィッテイングと Combined 細分割手法を利用することで細分割曲面を生成する事ができる．

Subdivision Surface Generation from a Set of Curve

J.Kuragano, Y.Takarada, S.Takeuchi, H.Suzuki, F.Kimura
Tokyo University

In CAID (Computer Aided Industrial Design) systems, a free form surface design generally starts with defining characteristic curves in 3D space. Based on these characteristic curves, basic curved surfaces are then generated so as to interpolate them. It is required that these curves be connected in order to compute interpolating surface patches. However, it is desirable to give the designers more freedom to define the characteristic curves without defining their connectivity. In this research, we propose a method called "Curve Wrapping" to generate the connectivity from a set of unconnected characteristic curves by using "a graph searching mesh" technique. And using this connectivity, the curves are adapted to form a graph so that subdivision surfaces are generated using a subdivision surface fitting method and the "combined subdivision" method. A prototype system was developed to evaluate the approach using some examples.

1　はじめに

現在，消費者の多種多様なニーズに迅速に応えるために商品企画から設計，生産へと至るプロセスをいかに短縮するかが企業が生き残るキーとなっている．そのような時代背景において CAD/CAM システムを導入する事で効率化をはかれるという事は多言を有さない．
意匠曲面を設計する際の手順として，まず, キャラクタラインと呼ばれる特徴線群 (折れ線) を空間に配置し，その特徴線から基本となる曲面を生成するのが一般的である．しかし，これらの特徴線群というのは，デザイナが発想の途中段階で描き込んで行くものであり，一般的に CAD/CAM システムで必要とされるような曲線同士の連結情報 (位相構造と幾何的な値) を持っていない．このような曖昧な曲線群全てを滑らかに補間するように，かつ複数の曲面パッチ同士の連続性を考慮して生成していくのは大変煩雑な処理を必要とする．この問題を解決するために，我々は従来の曲面生成手法とは全く異なった新しい曲面生成手法 (Curve Wrapping) を提案する．

2　関連研究

曲線群から曲面モデルを構築する問題としてワイヤーフレームから立体モデルを構築する研究が考えられる．ワイヤーフレームから立体モデルを構築する研究は，大きく分けて幾何情報を利用して発見していく手法 Markowsky80[17]，桃井 90[18] と隣接関係だけを利用して面ループを決定していく手法 Hanranan[19],Dutton[20] とに分ける事ができる．幾何情報を利用した手法に関しては，入力される位相的な制約は少ないが，ただし自由曲面を扱えない問題があり，幾何的な数値誤差の問題から逃れる事ができない．また，隣接関係から面ループを決定していく手法に関しては，入力される位相的な情報に制約が発生したり，立体を囲む閉曲面が導ける保証がないという問題点がある．その後，井上 [15] らは各頂点ですべての可能な辺の並び順を考え，考えられる埋め込みの中から優先順位を決定し，絞りこんで行く手法を提案した．しかし，これらの手法の中のどれにも曲線同士が捻れの関係にあるような問題を解決しているものがない．

3　CurveWrapping の基本概念

Curve Wrapping とは，空間に自由に配置された曲線群に対して直接，グラフの埋め込みを探すのではなく，円盤と同相のメッシュを周りから包み込む (ラップする) 事により曲面を生成する手法である．具体的にはその円盤と同相のメッシュ (グラフ探索メッシュ) を利用する事によりグラフの埋め込みを決定し，埋め込まれたグラフ構造と入力された曲線の幾何情報から Combined 細分割圧手法の制御メッシュに相当するものを生成する．その後，細分割オペレータを繰り返し適用する事で，容易に滑らかな曲面を得る事ができる．本手法の際だった特徴として入力された曲線同士

が捻れの関係にあるような状態においても容易に曲面を生成できることが挙げられる． Curve Wrapping は二つの処理に分ける事ができる．一つめは連結情報を有していない曲線群からグラフ構造を決定する (グラフの埋め込み) 処理である．二つめは決定されたグラフ構造から入力曲線を補間するような滑らかな曲面を生成する処理である (図 1).

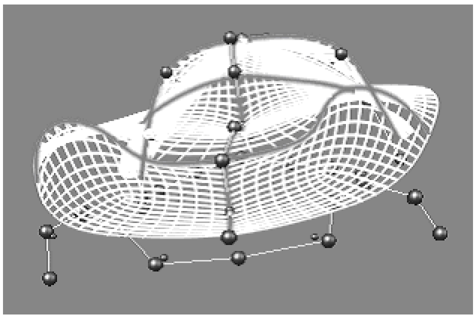

図 1 :CurveWrapping で生成された車のモデル

4 グラフの埋め込み

上述したようにデザイナが入力するようなキャラクタラインは連結情報を持っていない．計算機内で処理していくためには，そのような曖昧な曲線集合から位相構造を決定する必要がある．以下，手順を追って説明する．

1. 3 次元空間に配置されたキャラクタラインをパラメトリック曲線で近似補間する．本論文では NURBS 曲線を利用した．
2. 補間した曲線からバウンデイングボックスを生成する (図 2). 入力された曲線の数によって適度にバウンディングボックスを分割する (図 3).
3. バウンデイングボックスをグラフ探索メッシュ M とし，曲線群に M を近づけて行く事でグラフの埋め込みを決定する．具体的には， M を動かす二つの力を考え，それぞれに対するオペレータを定義する．
   一つめは曲線上の点に引っ張られるような力でアトラクションオペレータである．アトラクションオペレータは式 (1) のように定義される．
   $$\hat{P}_M = P + f(d)(P_c - P_M) \qquad (1)$$
   P_M は M 上の点を表し， P_c は曲線上の最近点を表す．ここで d を 2 点間の距離とし，関数 $f(d)$ はその距離の二乗の逆数をとる．図 4にアトラクションオペレータを行い M が曲線に引っ張られた様子を示す．
   二つめは膜エネルギーの概念を導入し，膜エネルギーが最小化されるような力を考える．この力による操作をリラクゼーションオペレータと呼び，式 (2) のように定義する．これは 2 階のアンブレラオペレータと同じである ([2]).
   $$\hat{P}_M = (1-\alpha)P_M + \frac{\alpha}{\sum_j d_j}\sum_{j=0}^{n-1} d_j q_{m,j} \qquad (2)$$
   n は頂点の価数を表し， $q_{m,j}$ は頂点 P_m に隣接する M 上の頂点である． d_j は個々の $q_{M,j}$ から出ている稜線の平均の長さである． α は減衰係数と同じ役割を果たす係数である．図 5 はリラクゼーションオペレータを行う事で M が少し膨らんだ様子を示す．これらの二つのオペレータを交互に適用する事で曲線群の輪郭を近似したような形状を生成する事ができる． 概念的には Snakes[10] や deformablesurface[11] と良く似たものである．
4. 入力された曲線群全体を覆うようなグラフ探索メッシュ M を得ると，曲線の始点と終点から M 上における最近点を探す．さらにその最近点間の最短経路を M 上で探索する．最短経路探索にはダイクストラのアルゴリズムを用いる．
5. ダイクストラのアルゴリズムで得られた最短経路において，同じ頂点を複数回通過した頂点はグラフの結び目と呼ぶ．そして，この結び目，曲線の始点の M 上の最近点，曲線の終点の M 上の最近点とからグラフの埋め込みを決定する．これらの頂点間の経路が全て 2 回たどられるまで行われる．

以上の処理によりグラフの埋め込みが決定される (図 6).

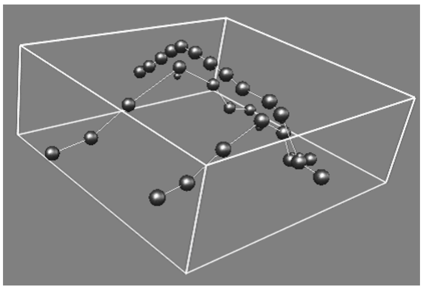

図 2 : 入力曲線とバウンデイングボックス

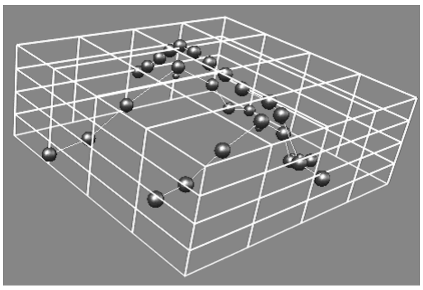

図 3 : 頂点を追加されたバウンデイングボックス

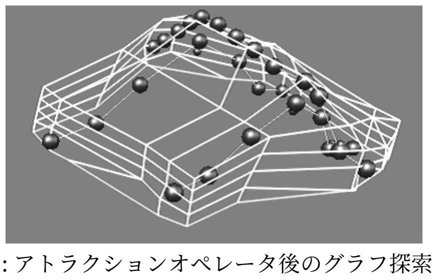

図 4 : アトラクションオペレータ後のグラフ探索メッシュ

5 滑らかな曲面生成

近年，細分割アルゴリズムは CG ソフトウェアやゲームエンジンなどで利用されるようになって来た．細分割アルゴリズムにより生成される曲面の利点の一

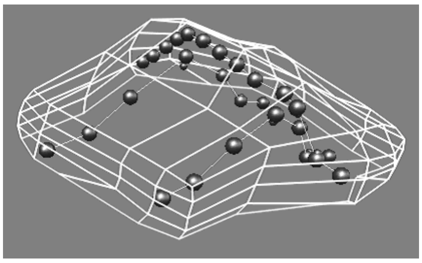

図５ ：リラクゼーションオペレータ後のグラフ探索メッシュ

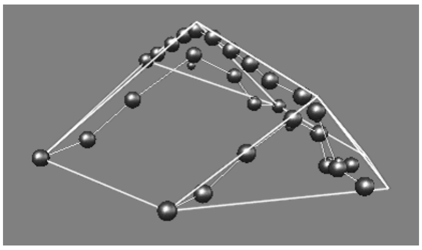

図 6 : 決定されたグラフの埋め込み

つに曲面パッチ間の連続性を考慮しなくても，任意位相による滑らかな曲面を得る事が挙げられる．我々はこの利点に着目し，以下の手順で曲面を生成する.

1. 前章で述べた手法でグラフが決定される．グラフが決定されると曲線が交わるべき点が分かり，曲線を幾何的に修正する事ができる．具体的な修正方法としては，結び目を通過するパラメータの値で 2 つの曲線上の点を比較し，それらの中間値を通過するように曲線全体を平行移動し，修正する．その他，他方の曲線を徐々に変更していく手法などが考えられる．図 7における赤い曲線が修正されて平行移動した曲線を示す.
2. グラフの結び目と入力された曲線の端点における位置ベクトルが細分割極限点と一致するように細分割極限点フィッテイングを行い細分割曲面の制御メッシュを生成する (図 8).
3. Camull & Clark 細分割を拡張した Combined 手法を利用する事により，拡張された Catmull&Clark 細分割曲面を生成することができる (図 9～ 13参照).

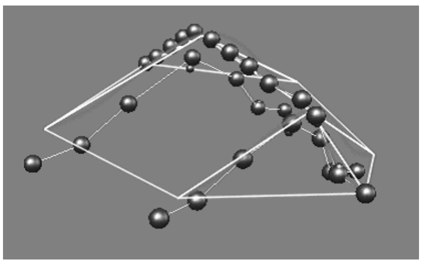

図 7 : 幾何的に修正された曲線

5.1 Catmull&Clark 細分割マスクを用いた極限点フィッティング

細分割アルゴリズムの代表的な物に Catmull & Clark 手法がある [1]．このアルゴリズムは，極限曲面は特異点 (頂点から出ている稜線の数が 4 以外の頂点) を除いて C2 連続を保証している [8]．個々の細分

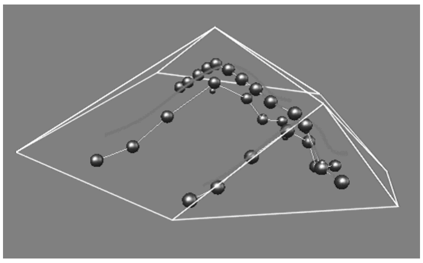

図 8 : 細分割制御メッシュ

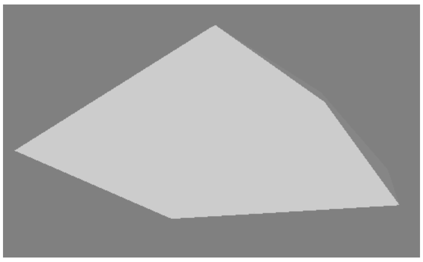

図 9 : 細分割 0 回

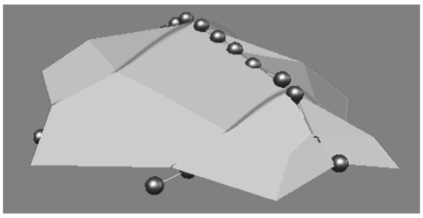

図 10 : 細分割 1 回

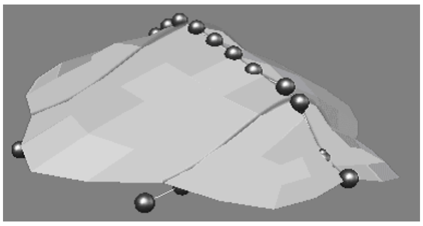

図 11 : 細分割 2 回

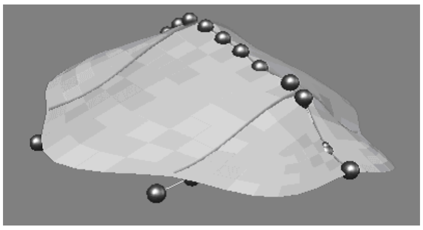

図 12 : 細分割 3 回

割後の頂点は Face-point,Edge-point,Vertex-point の 3 つの種類に分類される． Face-point は古い面分の頂点の重心として計算される． Edge-point は古い稜線に相当し，その稜線を共有する面分の Face-point とその稜線の中点との平均である． Vertex-point は古い頂点に相当し，その頂点の価数 n(頂点に隣接する稜線の数) に依存する重み付き線形和で式 (3) で計算される.

$$\begin{aligned} v^{i+1} &= \lambda v^i + \mu v_e^i + \eta v_f^i \\ \lambda &= (1 - \tfrac{\beta}{n} - \tfrac{\gamma}{n}) \\ \mu &= \textstyle\sum_j \tfrac{\beta}{n} \\ \eta &= \textstyle\sum_j \tfrac{\gamma}{n} \end{aligned} \qquad (3)$$

細分割曲面の点は無限回細分割を行わなくても極

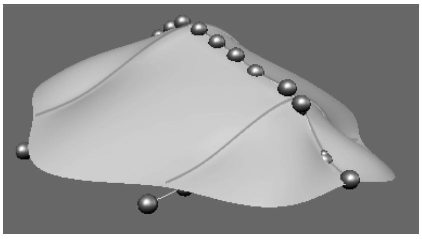

図 13 : 細分割 4 回

限点 v^∞ を以下の式により計算できる [9].

$$V^\infty = \frac{n^2 v^1 + 4\sum_j e_j^1 + \sum_j f_j^1}{n(n+5)} \tag{4}$$

本手法では，埋め込まれたグラフ構造と曲線により，計算機内で扱うものに適した連結情報 (修正された幾何情報) を作成する事ができる．さらにその連結情報 (結び目と端点) における位置ベクトルを最終的な幾何形状とし，グラフから仮に作成された細分割制御メッシュを修正する．具体的にはその仮に生成された細分割制御メッシュの極限点が最終的な幾何形状に一致するようにする．その手順として，仮に生成された細分割メッシュの細分割極限点を算出する．そしてこの極限点と最終形状との差分ベクトル x を求める．差分ベクトルを，全頂点に関係する重みから求まるマトリクス S で解いてやることで，仮に生成された細分割制御メッシュを修正すべき差分ベクトルを得ることができる．

$$S = Ax \tag{5}$$

$$A_{ij} = \begin{cases} a & (if(i=j)) \\ b & (elseif(edge(v_i, v_j)) \\ c & (elseif(v_i, v_j \in face)) \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \tag{6}$$

ここで a,b,c は,

$$\begin{aligned} a &= \tfrac{1}{n(n+5)}\left\{n^2(1-\beta-\gamma)+\tfrac{3}{2}+1c\right\} \\ b &= \tfrac{1}{n(n+5)}\left\{n\beta+2+\tfrac{2}{n}+\right\} \\ c &= \tfrac{1}{n(n+5)}\left\{n\gamma+\tfrac{1}{2}+\tfrac{1}{n}\right\} \end{aligned} \tag{7}$$

とし，β,γ は Catmull＆Clark の細分割マスクと同じものである．

5.2 Combined 細分割手法

Catmull&Clark や Loop などの広く使用される細分割アルゴリズムを拡張した Combined 細分割手法というものがある [4]．一般的な細分割の手法に任意のパラメトリック曲線を境界条件として与えてやると，その曲線を補間するような細分割曲面を生成する手法であり，どんな細分割アルゴリズムの上にも拡張可能なアルゴリズムである．Combined 細分割手法の規則は制御メッシュの頂点 P に適用され，各々の細分割オペレータ S は境界条件によって影響を受ける．具体的には曲線と細分割制御メッシュとの関係から境界近傍頂点と通常の頂点とに分類する．細分割後の新しい境界近傍頂点は境界曲線を用いて計算される．通常の頂点は通常の細分割のマスクにしたがって計算される．最後に局所的な修正を行う．このアルゴリズムはもともと，境界曲線に対して開発されたものであるが，局所的な修正を変更する事で面上拘束線も入力することができる．一般的な細分割は線形的なプロセスで以下のように表現できる．

$$P^{n+1} = SP^n, n = 0, 1, ... \tag{8}$$

Combined 細分割手法により境界条件を導入すると以下のように書ける．

$$P^{n+1} = SP^n + (\text{境界条件}), n = 0, 1, ... \tag{9}$$

これにより，無限回細分割を施した時に境界の値が 0 に収束するように条件を決める． Combined 細分割手法で得られる極限曲面の連続性は G2 連続であり，特異点では G1 連続が保証される．本手法では Catmull&Clark 細分割を拡張した Combined 細分割手法を適用した．

6 結果

CurveWrapping を用いて曲面を生成した例を示す．車をイメージして骨組みのようなポリラインを入力し，このポリラインを NURBS 曲線で近似補間し，その曲線の最大値と最小値からバウンディングボックスを生成した状況を (図 14) に示す．分割を 2 回行い (頂点の追加)，アトラクションオペレータとリラクゼーションオペレータを交互にかけた様子を図 15に示す．グラフ探索メッシュが曲線を覆って大まかな形状をなしているのが分かる．図 16ではグラフの埋め込みが決定され，グラフの結び目において曲線同士が交差するように幾何的に修正を加えた状況を示している．白いワイヤーフレーム表示した形状が埋め込まれたグラフ構造である．この段階で，使用していたグラフ探索メッシュ M は捨てられる．図 17は極限点の位置ベクトルがグラフの結び目や端点の位置ベクトルと一致するように制御メッシュを変形した例を示している．境界において極限点を計算する手法はないので，擬似的に境界においても面があるものとして計算している．図 18から図 21は Combined 細分割手法において細分割の過程がすすでいく状況を示している．細分割がすすんでいくにしたがって滑らかに曲線を近似補間している状況が見て取れる．本手法で生成される曲面は基本的に Catmull ＆ Clark 細分割曲面である． Catmull＆Clark 細分割曲面は Face-Point を計算する必要がある事と，細分割のアルゴリズムは極限点に収束する速さが非常に速いという原因から，生成される曲面が予想以上に凹形状になる事がる． (図 21の車のボンネット真ん中).

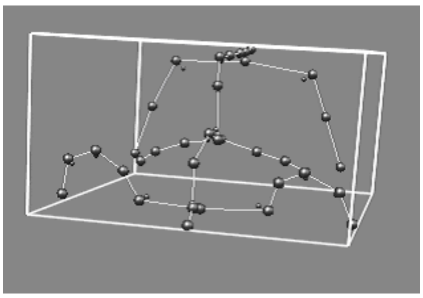

図 14 : バウンディングボックス

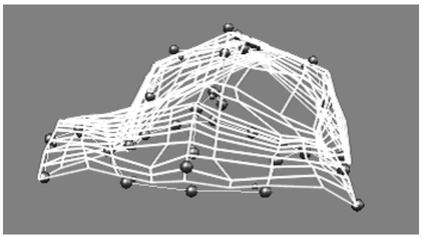

図 15 ：頂点の追加とアトラクションオペレータとリラクゼーションオペレータ

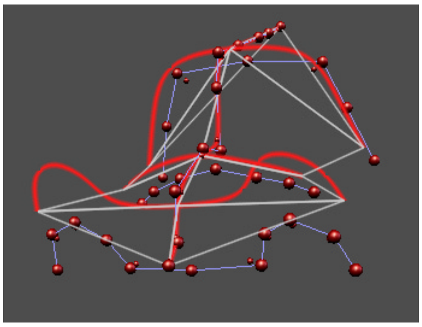

図 16 : グラフの埋め込み

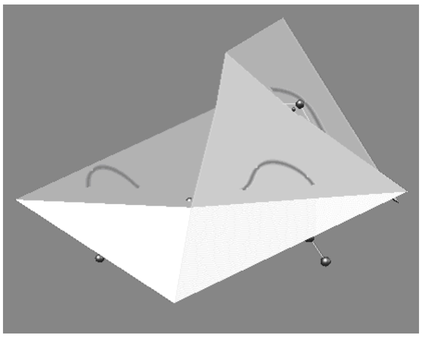

図 17 : 極限点フィテイング

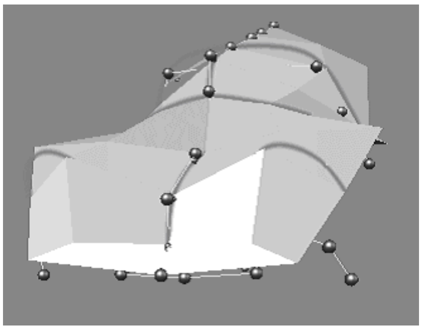

図 18 :1 回細分割

7　おわりに

設計の上流工程で扱われるような曖昧な曲線群から曲線全体を補間するような滑らかな曲面を生成できる新しい曲面生成手法である Curve Wrapping を提案した.

- エネルギーの概念を導入し，グラフ探索メッシュにアトラクションオペレータとリラクゼーションオペレータを交互に適用する事で曲線の概形に近いメッシュ形状を得ることができた.
- グラフ探索メッシュの上でダイクストラのアルゴリズムを利用する事で，グラフの埋め込みを決定する事ができた.
- 細分割極限点に対してフィッテイングを行った.

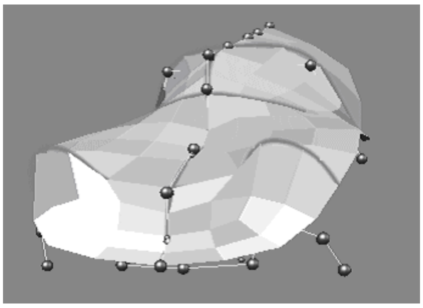

図 19 :2 回細分割

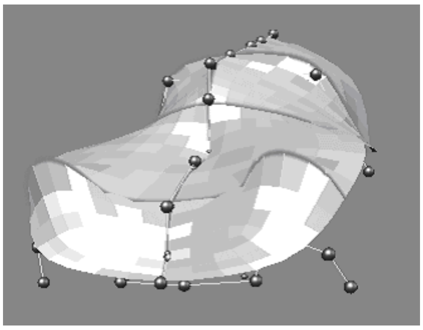

図 20 :3 回細分割

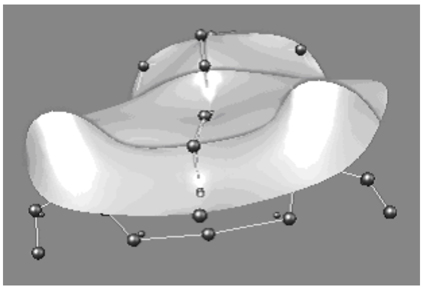

図 21 :4 回細分割

- Combined 細分割手法を応用する事で曲線を補間するような滑らかな細分割曲面を得る事ができた.

8　展望

前述したが，生成される曲面において面が極端に凹面となる事がある．原因は以下のように考える．細分割の収束する速さは速く，極限点をフィットするための目的となる頂点が存在しない Face-Point は，面の内側へと移動する事となる．この問題を解決するために，細分割曲面を多重解像度で表現し，頂点が極限点に移動する差分ベクトルを Face-point にも考慮する必要がある．具体的には， Face-point の近傍の極限点に対する差分ベクトルを計算し，マスクの重みにより，重み付き平均を求める事で 1 解像度に対する移動すべき頂点が計算されるはずである．その点に修正を加えた上で解像度を上げて行く事で曲面が修正できるのではないかと考えている．
デザイナが形状を模索しながら入力するような設計の上流工程において，入力される曲線形状の中には特徴線が途中で消えている (途切れている) 曲線 (ダングリング曲線) が入力される事がある．デザイナとしては特徴線が徐々に周りの面と混ぜあっている状況を想像している．このような曖昧な曲線を扱ったシステムや手法は存在しない．そこで CurveWrapping を用いてダングリング曲線から曲面を生成する手法を考察する．

参考文献

[1] E.Camull and J.Clark. Recursively generated B-spline surface on arbitrary topological meshes. Computer Aided Design, 10(6):350-355,1978.

[2] L.Kobbelt. et al, A Shrink Wrapping Approach to Remeshing Polygonal Surfaces, In EUROGRAPHICS volume 18(1999).

[3] A.Levin, Interpolating nets of Curves by smooth subdivision surfaces, Proceeding of ACM SIGGRAPH 1999, pp 57-64.

[4] A.Levin, Combined Subdivision Schemes, Ph.D. thesis, Tel-Aviv university over recursively defined B-spline surfaces. 2000.

[5] D.Zorin, H.Biermann, A.Levin, Piecewisse Smooth Subdivision Surfaces with Normal Control, Proceeding of ACM SIGGRAPH 2000, pp 113-120.

[6] N.Litke, A.Levin, P.Schroeder, Trimming for Subdivision Surfaces CAGD, 18(5), special issue on Subdivision Algorithms, 2001, pp 463-481.

[7] N.Litke, A.Levin, P.Shroeder, Fitting Subdivision Surfaces, IEEE Visualization 2001, pp319-324, October 2001.

[8] A.A.Ball, J.T.Story Condition for tangent plane continuity over recursively defined B-spline surfaces. ACM Transaction on Graphics, 7(2):83-102, April.

[9] M.Halstead, M.Kass, T.DeRose. Efficient, Fair Interpolation using Camull-Clark Surface: Proceeding of ACM SIGGRAPH 93, pp,35-44 1993.

[10] M. Kass, A.Witkin, D.Snakes: Active contour models, International Journal of Computer Vision(1988), 321-331.

[11] C.Luring, T.Kobbelt, T.Ertl, Doformable surfaces for feature based indirect rendering. In Computer Graphics International, IEEE Proceedings(1998), pp.752-760.

[12] Henning Biermann, A. Levin, D. Zorin, Piecewise Smooth Subdivision Surface with Normal Control: Proceeding of ACM SIGGRAPH 2000, pp, 113-120 2000.

[13] G.Taubin, J.Rossignac, A Signal Processing Approach to Fair Surface Design, SIGGRAPH 1995.

[14] G.Farin Curves and Surfaces for CAGD, 3rd ed. Academic Press,1993.

[15] 井上, 嶋田ワイヤーフレームモデルからの曲面モデルの構成法，情報処理学会論文誌 Vol.42 No.5 May 2001.

[16] J.Kuragano, H.Suzuki, Generation of NC tool path for Subdivision Surfaces, Proceeding of CAD&GRAPHICS 2000.

[17] G.Markowsky, M.A.Wesley(IBM Research), Fleshing Out Wire Frames, IBM Journal of Research and Development, Vol.24, No.5, 1980. pp.582-597.

[18] 桃井，福井，ワイヤーフレームからソリッドへの１変換法，情報処理学会論文集， Vol.31, No.1, P.24-31, 1990.

[19] P.M.Hanrahan, Creating Volume Models from Edge-Vertex Graphs,ACM Computer Graphics, Vol.16, No.3, 1982.pp.77-84.

[20] R.D.Dutton, R.C.Brighan, Efficiently identifying the Faces of a Solid, Computer and Graphics in Mechanical Enginnering, Vol.7, No.2, 1983. P.143-147.