

## 周期的 B-spline 曲線を利用した山岳地形の 3次元モデル生成手法

張志毅†  
岩手大学工学部†

今野晃市†  
岩手大学工学部†

徳山喜政‡  
東京工芸大学工学部‡

2003年7月22日

### 概要

あらまし：地理情報システムにおいて、3次元地形データは欠くことのできない基本的なデータである。地形データは、デジタル地図やカーナビ、防災などに利用されている。地形データの表現方法のひとつに、数値標高データがある。数値標高データは、空間的に連続した地形表面の標高データを規則的なメッシュ状に並べたもので、コンピュータで地形を扱ううえで欠かせないデータである。本論文では、数値標高データから得られた点列を補間するために、周期 B-spline 曲線で等高線を生成する。その後、生成した等高線に基づいて、山岳地形の構造特徴を認識するアルゴリズムを応用して、等高線を補間する B-spline 曲面を生成する方法を提案する。

## 3D Model Generation of a Mountain Topography Based on Periodic B-spline Curves

Zhang Zhiyi† Kouichi Konno† Yoshimasa Tokuyama‡

† Faculty of Engineering, Iwate University

‡ Faculty of Engineering, Tokyo Institute of Polytechnics

Abstract : In Geographic Information System, 3D geographical data is a necessary pre-requisite to digital map, car navigation system and prevention of disasters as basis data. As a kind of geographical data, Digital Elevation Model is defined as a regular grid matrix elevation values that represents surface form. In this paper, we present a procedure for constructing a set of B-spline surfaces from data that comes from Digital Elevation Model. In the method, periodic cubic B-spline curves are generated by interpolating contours. Then, among contours in the pair of adjacent cross-section, topological characters of contours are automatically extracted from the results of applying our algorithm. Based on topological characters, space between adjacent cross-section is interpolated by a bi-cubic B-spline surface. After all the procedures are applied, we can construct 3D model of mountain topography. \*1

\*1 3D Model Generation of a Mountain Topography Based on Periodic B-spline Curves

† Zhang Zhiyi, Kouichi Konno, Faculty of Engineering, Iwate University

‡ Yoshimasa Tokuyama, Faculty of Engineering, Tokyo Institute of Polytechnics

## 1 はじめに

家電や機械部品の設計には、B-spline 曲線や曲面 [1] が多用される。近年では、機械系 CAD (Computer Aided Design) 分野だけでなく、医療や地形などへの応用もなされている。例えば、防災指導や資源調査等を実施するための地形モデルとして、B-spline 曲線や曲面が利用されてきている。

地理情報システムにおいて、数値標高データ [2] [3] は、空間的に連続した地形表面の標高データを規則的なメッシュ状に並べたもので、コンピュータで地形を扱ううえで欠かせないデータである。数値標高データから、等高線データを抽出し、3次元表面形状モデルを生成することによって、防災、資源、工事などのデジタル地図を作ることができる。

そこで本研究では、数値標高データから抽出した点列に基づいて、周期的 B-spline 曲線 [4] と双3次 B-spline 曲面を利用し、山岳地形の3次元表面形状モデルを復元することを目的とする。

## 2 従来の手法

Park と Kim ら [5] は、等高線から B-spline 曲面モデルを生成する手法を提案した。提案したアルゴリズムを以下に示す。

- a). 基線を探査する。
- b). 周期的 B-spline 曲線でデータ点を補間し、等高線を生成する。
- c). 各等高線を表す B-spline 曲線の制御点数をすべて一致させる。
- d). 各等高線間に、B-spline 曲面を生成する。

その手法では、等高線間の対応関係が単純な場合のみ適用可能であり、対応関係が複雑な場合には、曲面を生成することができない。

Jeong [6] らは等高線間の対応関係が複雑な場合に着目し、Distance Maps を利用して、中間サポート等高線を生成する手法を提案した。しかし、彼らの手法では、生成した中間サポート等高線の連続性は  $C^0$  連続になる所があるので、双3次 B-spline 曲面を生成する場合には、不連続な曲面が生成される場合がある。

## 3 滑らかな表面の生成手法

我々は、2章で述べたの問題を解決するアルゴリズムを提案する。本手法では、Park らの手法を拡張して、複雑な対応関係を持つ曲面モデルを生成する。以下は本手法のアルゴリズムの概要を示す。

- (1). 基線を探査する。
- (2). 周期的 B-spline 曲線でデータ点を補間し、等高線を生成する。
- (3). 生成した等高線に基づいて、山岳地形の構造特徴を認識する。
- (4). 認識した結果を場合に分けて、高さが隣接する等高線間に  $G^1$  連続<sup>1)</sup> となる双3次 B-spline 曲面を生成する。

以下に、それぞれの手法の詳細を説明する。

### 3.1 基線の探索

等高線に含まれる点を、高さの昇順あるいは降順に連結した曲線を基線という。基線は生成した曲面モデルの形状に大きな影響を与える。そこで、次のようなアルゴリズムを利用して、基線上の点を探索する。

- (1) 最も高い位置にある等高線を構成する  $m$  個の各点に対して、最も低い位置にある等高線上の点との距離が最短になる点を選択する。
- (2) (1) で計算した  $m$  個の点に対応する最短距離の点のうち、最も距離の短い点を開始点とする。
- (3) 隣接する下方等高線上の点と (2) で、選択した点の距離が最短になる点を選択する。
- (4) (3) で選択した点を始点として、(3) を実行し、最も低い位置まで繰り返す。

以上の操作により各等高線上の点に対して、基線上の点が探索されるので、基線上の点が開始点となるように、等高線上の点の順番を並べ替える。

### 3.2 周期的 B-spline 曲線による等高線の生成

数値標高データは離散的なデータであるため、表面モデルを生成するためには、離散データを補間し連続的なデータにすることが必要である。本手法では、周期的 B-spline 曲線を用いて、数値標高データを補間

し等高線を生成する。周期的 B-spline 曲線  $C(t)$  の表現式は式 (1) のように定義される。

$$C(t) = \sum_{i=0}^{n+k-3} N_{i,k}(t) P_i \quad (0 \leq t < 1) \quad (1)$$

ここで、 $N_{i,k}(t)$  は次式に示されるような基底関数である。

$$N_{i,1}(t) = \begin{cases} 1 & \text{if } x_i \leq t < x_{i+1} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$N_{i,k}(t) = \frac{(t-x_i)}{x_{i+k}-x_i} N_{i,k-1}(t) + \frac{(x_{i+k+1}-t)}{x_{i+k+1}-x_{i+1}} N_{i+1,k-1}(t) \quad (2)$$

また、 $P_i$  は制御点とする。式 (1) の周期は  $n-1$  なので、

$$P_{n-1+i} = P_i \quad (i = 0, \dots, k-2). \quad (3)$$

である。

本論文で述べる手法では、3 次 B-spline 曲線を用いるので、 $k=4$  とする。また、各点におけるパラメータ  $t$  は弦長法で計算し、制御点数は式 (4) で決定する。

$$n = \text{int}(\sqrt{\max(\text{通過点数})}) + 2 \quad (4)$$

ここで、通過点数とは、ある等高線を構成する点の個数である。

ドメインノットのとり方は Les A. Piegl と Wayne Tiller の提案した手法 [7] を採用する。ドメインノットを計算するアルゴリズムを以下に示す。

①. 通過点数を  $m$ 、制御点数を  $n$  としたときに、通過点数を  $n$  等分し、 $U$  個ずつに分ける。すなわち、 $U = \frac{m}{n}$  とする。

②.  $U$  個ずつに分けられたパラメータを平均し、 $av_i$  ( $i = 0, \dots, n-1$ ) を求める。

③.  $av_0$  から、 $av_{n-1}$  までの値を 3 個ずつ取り出し、再平均する。すなわち、ドメインノットベクトル  $d_i$  ( $i = 0, \dots, n-k+1$ ) を次式から求める。

$$d_i = (av_i + av_{i+1} + av_{i+2})/3 \quad (5)$$

始点と終点それぞれの  $k-1$  個ノットはドメインノットと周期を利用し、式 (6) で計算する。

$$d_i = d_{i+n-1} - 1 \quad (i = -(k-1), \dots, -1)$$

$$d_i = d_{i-n+1} + 1 \quad (i = n, \dots, n+k-2) \quad (6)$$

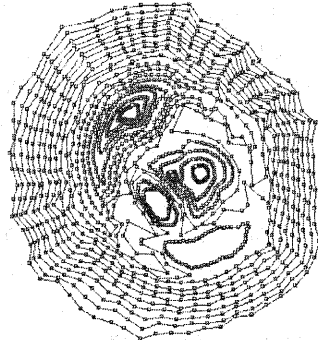


図1-(a)

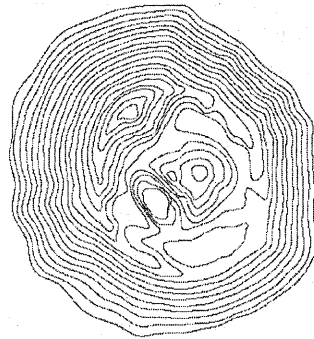


図1-(b)

すべての等高線に対応するノットベクトルを平均した結果を共通ノットベクトルとする。

図 1 には、岩手山へ適用した結果を示す。図 1-(a) は本手法で生成した制御点、図 1-(b) は 3 次周期 B-spline 曲線で表現した等高線である。

### 3.3 山岳地形の構造特徴認識

本手法では、高さが隣接する二つの等高線間を補間する曲面を生成するために、高さの低い等高線と高い等高線を境界曲線とし、二つの境界曲線の対応する制御点から離散的な境界横断ベクトルを計算する。境界曲線を 3 次多項式補間することにより、周期的 B-spline 曲面を生成する。

また、地形によっては、曲面を補間するときに意図した形状を得ることができないため、山岳地形の形

状を8つの場合に分類し、境界横断ベクトルの計算法と曲面の補間方法を変更する。以下では、8つ場合を分類するアルゴリズムについて説明する。

◆ Case 1. “窪地”の認識: “窪地”を認識するために、同じ高さにあるすべての等高線の包含関係を調べる。図2の(a)は、同じ高さの等高線  $C_0, C_1, C_2$  を示す。等高線で囲まれる領域の面積が大ききほうから小さいほうに向かって番号を付け、番号の最も若い等高線を基本等高線  $C_0$  とする。基本等高線  $C_0$  の領域内に  $C_1$  が含まれる場合には、 $C_1$  は“窪地”とする。

◆ Case 2. “頂部”の認識: “頂部”を認識するために、等高線間の対応関係を調べる。図2(b)の  $C_0$  と  $C_1$  は同じ高さの等高線であり、 $D_0$  は  $C_0$  より1段高い(低い)等高線である。 $C_1$  の領域内に1段高い(低い)等高線を含まない場合、 $C_1$  を“頂部”とする。

◆ Case 3. “底部”の認識: 高さが一番低い等高線を“底部”と認識する。図2の(c)は“底部”の模式図である。

◆ Case 4. “一対一対応”の認識: 等高線のペアが一意に決まる場合、“一対一対応”とする。図2の(d)は“一対一対応”の模式図である。

◆ Case 5. “一對多対応”の認識: 高さが隣接する等高線間の包含関係を調べる。図2(e)の  $C_0$  と  $D_0$  は高さが隣接する等高線であり、 $D_0$  は  $D_1$  と同じ高さの等高線とする。等高線  $D_0, D_1$  が等高線  $C_0$  で囲まれる領域内に存在する場合には、等高線  $D_0, D_1$  は“一對多対応”とする。

◆ Case 6. “多対一対応”の認識: 高さが隣接する等高線間の包含関係を調べる。図2(f)の  $C_0$  と  $D_0$  は高さが隣接する等高線であり、 $C_0$  は  $C_1$  と同じ高さの等高線とする。 $D_0$  が  $C_0$  で囲まれる領域内に存在するが、 $C_1$  で囲まれる領域内に存在しない場合には、等高線  $C_0, C_1$  を“多対一対応”とする。

◆ Case 7 “谷”の認識: 高さが隣接する等高線データ点の対応関係と距離関係を調べる。図2(g)の  $C_0$  と  $D_0$  は高さが隣接する等高線であり、 $C_0$  上の隣接する  $p, q$  点に対して、 $D_0$  上の対応点はそれぞれ隣接しない  $p', q'$  点である。 $p', q'$  の間に  $C_0$  と対応できない領域内に存在する場合には、その対応できない領域を“谷”とする。

◆ Case 8 “尾根”の認識: 高さが隣接する等高線

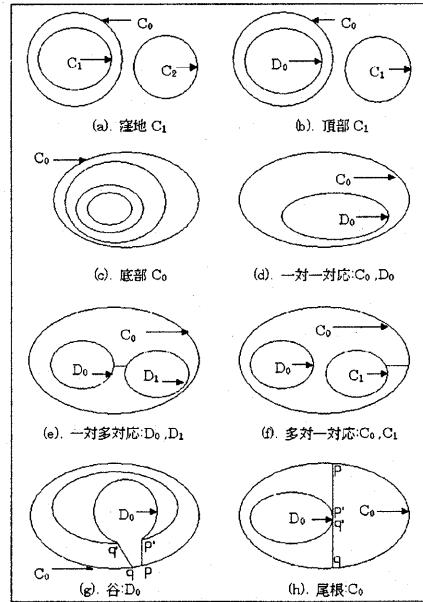


図2: 等高線による構造特徴を認識する模式図

データ点の対応関係と距離関係を調べる。図2(h)の  $C_0$  と  $D_0$  は高さが隣接する等高線であり、 $D_0$  上の隣接する  $p', q'$  点に対して、 $C_0$  上の対応点はそれぞれ隣接しない  $p, q$  点である。 $p, q$  の間に  $D_0$  と対応できない領域内に存在する場合には、その対応できない領域を“尾根”とする。

以上の分類アルゴリズムを組み合わせ、特徴地形を8つ場合に分類した。滑らかな B-spline 曲面を生成するために、8つ場合に基づいて、それぞれの前処理を行い、境界横断ベクトルを生成する方法を決める。表1に分類した8つの場合についての前処理方法及び境界横断ベクトルの生成方法を示す。前処理の“重心を求める”とは“頂部”と認識した等高線の幾何重心を計算する。“橋を作る”とは、同じ高さの複数の等高線の一つにまとめるため、これら等高線間の最短距離の場所で連結することを意味する。

山岳の底部から、頂部までの順に、隣接する等高線に対して、Case 1 から Case 8 のうちのいずれかのアルゴリズムを適用して、山岳地形の曲線メッシュモデルを生成することができる。

表 1: 特徴地形, 前処理および境界横断ベクトルの計算法

地形	前処理	ベクトルの計算法
窪地	—	下方等高線へ
頂部	重心を求める	重心に収束する
底部	—	上方等高線へ
一対一	—	上方等高線へ
一対多	橋を作る	上方等高線へ
多対一	橋を作る	上方等高線へ
谷	—	—
尾根	—	—

### 3.4 曲面のあてはめ

山岳地形の曲線メッシュモデルと境界横断ベクトルを、双 3 次の B-spline 曲面の制御点にあてはめ、曲面を生成する。具体的な方法を以下に示す。

高さが隣接する二つの境界等高線を表現する周期的 B-spline 曲線の制御点は、3.2 節で説明した方法で決定する。基線の方向における制御点数は 4 個が必要なので、二つの境界等高線間に、二組の制御点列を決定しなければならない。そこで、表 1 に示した方法にしたがって、これらのベクトルにおいてことができる。下方等高線境界横断ベクトルの長さが  $\frac{1}{3}$  のベクトルと上方等高線境界横断ベクトルの長さが  $\frac{1}{3}$  のベクトルを計算する。

本論文では、式 (7) に示すような双 3 次の B-spline 曲面  $S(u, v)$  を利用した。

$$S(u, v) = \sum_{i=0}^{n+k-3} \sum_{j=0}^3 N_{i,4}(u) M_{j,4}(v) \mathbf{P}_{i,j} \quad (7)$$

ただし、 $N_{i,4}(u)$ ,  $M_{j,4}(v)$  基底関数、 $\mathbf{P}_{i,j}$  は制御ネットである。等高線の方向では、補間曲線のノットベクトルをそのまま利用する。また、基線方向のノットベクトルは式 (8) で定義する。

$$V = [0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1] \quad (8)$$

## 4 結果と考察

本手法を岩手山へ適用した結果を表 2, 表 3, 図 3 および図 4 に示す。

表 2: 本手法による岩手山へ適用した結果

総データ点数	35048
総等高線個数	27
等高線ごと制御点数	54
平均相対誤差	0.000656

表 2 では、岩手山のデータの詳細を示す。総データ点数は、35048 個であり、等高線の総数は、27 個ある。また、各等高線を補間した B-Spline 曲線の制御点は 54 個、そのときの補間曲線ともとの点との平均相対誤差は、0.000656 となった。等高線を表わす点群を少ない誤差で補間することができた。

また、表 3 には、構造特徴と生成した曲面間の連続性を示す。岩手山のデータにおける窪地、頂部などの特徴の数を示しており、等高線間の連続性は、すべて  $G^1$  連続とすることができた。図 3-(a) は B-spline 曲面で補間した岩手山の 3 次元表面形状モデルである。図 3-(b) は B-spline 曲面の制御点を示す。

本論文に提案した手法では、山岳地形の 3 次元表面形状モデルを生成する場合、構造特徴が「一対多対応」と「多対一対応」の場合には、等高線の一部を利用した B-spline 曲面が生成される、それぞれのノットベクトルが不一致なので、曲面間の連続性が不十分な場合がある。例えば、図 4 は岩手山の頂上付近の「一対多対応」となる等高線に対して本手法を適用した例を示す。現在の手法では、B-Spline 曲面のノットベクトルの設定法が不十分なため、二つ曲面間に連結しない部分があることを示す。このような複雑な場合の解決手法は、本論文で提案した手法では不十分なケースであり、今後の課題である。

## 5 まとめ

本稿では、周期的 B-spline 曲線を利用し、山岳地形の数値標高データから、表面形状を表わすモデルを生成する方法を提案した。今後は、提案した手法の問題点を解決すること、また、複雑な特徴地形に対する、生成した曲面間の連続性、制御ベクトルとパラメータによる品質の高い曲面生成を目指す。

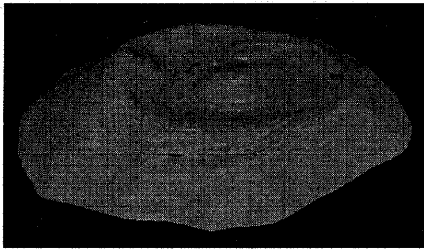


図3-(a): 岩手山の3次元表面形状モデル

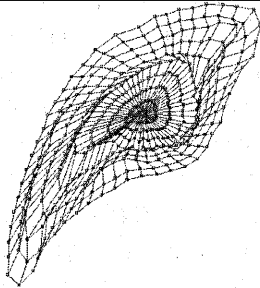


図3-(b): 岩手山頂上部を表現する B-spline曲面の制御ネット

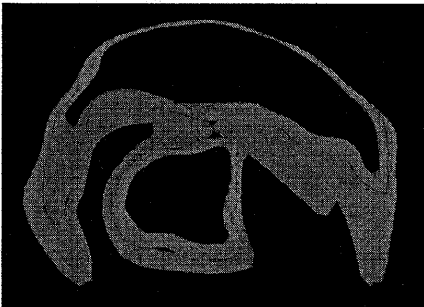


図4: 二つ曲面間が不連続になる場合

表 3: 構造特徴と生成した曲面間の連続性

構造特徴	曲面数	連続性
窪地	3	$G^1$
頂部	5	$G^1$
底部	1	$G^1$
一対一	15	$G^1$
一対多	2	$G^1$
多対一	1	$G^1$
谷	—	$G^1$
尾根	—	$G^1$

## 参考文献

- [1] G.Frarin, Curves and Surfaces for Computer Aided Geometric Design—A Practical Guide, Second Edition, Academic Press, Inc. 1990.
- [2] 古舘守通, 渡辺孝志, 阿部英志, 横山隆三: “数値標高モデルの生成に用いる補間手法の性能評価” 地理情報システム学会, GIS-理論と応用, Vol.8, No.1, pp.29-38, 2000.
- [3] 佐藤研一, 今野晃市, 徳山喜政, 曾根順治, 李仕剛: “QEM を利用した 3 次元地形データの軽量化” 映像情報メディア学会誌, vol.56, No.12, pp.128-131, 2002.
- [4] 菅野敬祐, 吉村和美, 高山文雄 著, 桜井明 監修, C によるスプライン関数, 東京電機大学出版局.
- [5] Hyungjun Park and Kwangsoo Kim, "Smooth Surface Approximation to Serial Cross-Sections", CAD, Vol. 28, No. 12, pp.995-1005, 1996.
- [6] J. Jeong, K. Kim, H. Park, H. Cho and M. Jung, "B-spline Surface Approximation to Cross-Sections Using Distance Maps", AMT, (1999)15:876-885.
- [7] Les A. Piegl and Wayne Tiller, "Surface approximation to scanned data", The Visual Computer, (2000) 16:386-395.