

## 3枚の2Dシルエット画像からの3D形状設計

大神智洋<sup>†</sup> 杉原厚吉<sup>†</sup>

<sup>†</sup> 東京大学大学院 情報理工学系研究科 数理情報学専攻

2次元の画像が複数枚与えられたときに、それらを投影面にもつ1個の立体が存在するか否かの判定法と、存在する場合にその立体形状を創作するアルゴリズムを提案する。このアルゴリズムでは、たとえば、まわりを一巡したとき、望みの形が次々と現れる立体アートを設計するためなどに応用できる。また、複数の画像から3次元の情報抽出するという問題は、コンピュータビジョンの分野における基本的な問題の一つでもある。本研究は、その特殊な場合とみなすことができる。このアルゴリズムでは、目標立体の各水平面での切断形状を設計する問題に帰着させ、それぞれの切断面での許容形状の組合せの中から、最終的な立体形状を探索する。

## Designing 3D shapes from three silhouettes

Tomohiro Ohgami<sup>†</sup> Kokichi Sugihara<sup>†</sup>

<sup>†</sup> Department of Mathematical Informatics, Graduate School of Information Science and Technology, the University of Tokyo

When three arbitrary silhouettes or 2D shapes are given, a 3D object which has these silhouettes doesn't necessarily exist. In this paper, we propose an algorithm for deciding whether there is a 3D object which has the given silhouettes, and a method for designing it, when it is exists. The problem of reconstruction of 3D shapes from silhouettes has been researched widely in computer vision; our problem is a special case of it in that the existence of the associated 3D object is not guaranteed. First, we solve the problem for designing 2D shapes from 1D silhouettes at each height. Next, combining all pieces compatibly, we obtain an algorithm for searching for the aimed 3D object.

### 1. はじめに

2次元の画像が複数枚与えられたときに、それらから3次元の情報抽出するという問題は、コンピュータビジョンの分野における基本的な問題の一つである。その特殊な場合として、2次元の画像をシルエット、つまり輪郭だけが与えられているものに限定し、与えられたシルエットから3次元形状を構成する研究がある<sup>1),3),4)</sup>。その中でも、さらに特殊な場合として、元の3次元形状の存在が分かっていない、つまり与えられたシルエットの視点に関する情報が未知の場合を考え、そのときに3次元形状はどんな場合においても構成できるか、また、可能ならばどのように構成するかに関する論文もある<sup>2)</sup>。

本研究も、その特殊な場合を扱う。すなわち、与えられた複数のシルエットからそれらをもつ一つの立体が存在するか否かを判定し、存在する場合には、その一つを構成する問題を考える。段階を追って議論するため、まず、2節では、シルエットから形状を構成するための基

本となる Volume intersection の考え方を紹介する。次に3節で、1次元シルエットから2次元形状を構成する問題を扱い、4節で、目的である2次元シルエットから3次元形状を構成する問題を扱う。最後に、5節で、結果および今後の課題を述べる。

### 2. Volume Intersection

シルエットから3次元形状を構成するアプローチの一つに、volume intersection という方法がある<sup>2)</sup>。これは、最も単純な方法で、 $n$ 個のシルエット  $S_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) が与えられたときに、各シルエット  $S_i$  に対応する視点  $V_i$  から投影してできる錐体領域を  $C_i$  とすると、

$$R \equiv \bigcap_{i=1}^n C_i$$

で得られる領域  $R$  を復元された3D形状とする方法である (図1)。

この方法は、シルエットとそれに対応する視点が既知

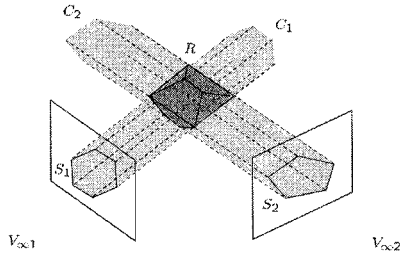


図 1 Volume intersection

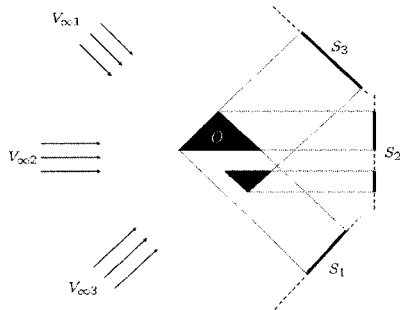


図 2 1次元シルエットから2次元形状を構成

でなければ使えない。しかし、シルエットから立体を構成するための最も基本的な方法であり、本稿で提案するアルゴリズムにおいても、基本的な道具として用いる。

### 3. 1次元シルエットから2次元形状を構成する問題

最終的な目的は、2次元シルエットから3次元形状を構成することである。しかし、まず、簡単のために、1次元シルエットから2次元形状を構成する問題について考えることにする。1次元シルエットという呼び名は一般的でないが、ここでは線分の集まりを表す。1次元シルエットは数直線上にあり、長さを与えられるか、または、端点の座標で与えられる。そして、与えられた線分の長さを満たすような2次元形状および視点が存在するかについて調べる。

仮定として、与えられる1次元シルエット、構成した2次元形状、視点および視線はすべて同一平面上にあるとする。さらに、視点は無限遠方として平行投影法を用いるものとする。

図2は、2つの三角形からなる2次元形状  $O$  に対して、視点  $V_{\infty 1}$ 、 $V_{\infty 2}$ 、 $V_{\infty 3}$  が与えられている図である。これらの2次元形状  $O$  と3つの視点は、すべて同一平面上にあるとする。また、 $V_{\infty i}$  という書き方は、平行投影法を用いていることを意味する。視点  $V_{\infty i}$  に対応する  $O$  のシルエットは  $S_i$  で得られ、シルエットもまた元の2次元形状および視点と同一平面上である。

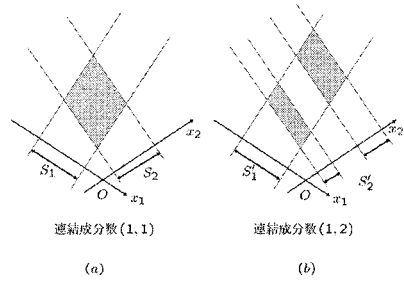


図 3 1次元シルエット2つからの2次元形状構成

ここで、シルエット  $S_1, S_2, S_3$  が与えられ、もとの2次元形状  $O$  と視点  $V_{\infty i}$  が未知のとき、もとの2次元形状を推定し、構成できるかということが問題となる。

#### 3.1 連結成分数

まず、1次元シルエットに対して連結成分数を定義する。与えられた1次元シルエットは、端点の値で指定された区間の和集合として次のように表すことができる：

$$\bigcup_{i=1}^n [a_{2i-1}, a_{2i}],$$

$$[a_{2i-1}, a_{2i}] \cap [a_{2j-1}, a_{2j}] = \emptyset, \quad i \neq j.$$

このように書くことのできる最小の  $n$  を1次元シルエットの連結成分数と定義する。いま、1次元シルエットが2つ与えられ、それぞれ連結成分数が  $p$  と  $q$  であるとする。このとき、2次元形状を構成する問題を、連結成分数の組  $(p, q)$  の問題と呼ぶことにする。例えば、図3(a)は連結成分数の組が  $(1, 1)$  の場合であり、図3(b)は連結成分数の組が  $(1, 2)$  の場合である。さらに、1次元シルエット3つが与えられて、それぞれ連結成分数が  $p, q, r$  であるとき、2次元形状を構成する問題を連結成分数の組  $(p, q, r)$  の問題と呼ぶことにする。

#### 3.2 1次元シルエット2つからの2次元形状構成

##### —連結成分数の組 $(p, q)$ —

まずは、1次元シルエットが2つ与えられたとき、そのシルエットを満たすような2次元形状および視点が存在するかどうかについて考える。与えられた1次元シルエットの連結成分数の組は  $(p, q)$  とする。また、2つの1次元シルエットは同一平面上とし、それぞれの視線の成す角は  $\theta$  とする。先述の図3は1次元シルエット2つからの2次元形状構成の例であり、 $x_1$  軸と  $x_2$  軸の成す角が  $\theta$  に一致する。いま、視線の成す角  $\theta$  を固定すると、任意の1次元シルエットの組に対して、そのシルエットを満たすような2次元形状が構成可能である。実際に構成するためには、2節で述べた volume intersection を2次元の場合に適用すればよい。つまり、視点に対して、シルエット  $S_i$  を任意の向きに置き、それを  $S_i$  に垂直な

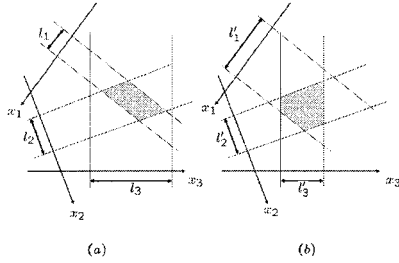


図4 1次元シルエット3つを満たさないような2次元形状の例

方向へ平行移動したときに掃き出す領域を  $C_i$  として、

$$R \equiv \bigcap_{i=1}^2 C_i$$

のように、2次元形状  $R$  を構成する。このようにして得られた  $R$  は、与えられた1次元シルエットを満たしている。

### 3.3 1次元シルエット3つからの2次元形状構成 —連結成分数の組 $(1, 1, 1)$ の場合—

1次元シルエットを3つにすると、そのシルエットを満たす2次元形状が必ずしも構成可能とは限らない。一般の1次元シルエットで、その事実を確認する前に、各シルエットの連結成分数がすべて1、すなわち、連結成分数の組が  $(1, 1, 1)$  であるシルエットが与えられた場合について考えよう。

1次元シルエット2つのときと同様に、3つのシルエットから volume intersection によって得られた2次元形状が、3つのシルエットを満たすものになっていない例を図4に示す。図4(a)は、長さ  $l_1, l_2, l_3$  であるような1次元シルエットが与えられた場合である。3つめのシルエットを volume intersection によって加えたときに得られた2次元形状は、3つめのシルエットを満たしていない。一方、図4(b)は、長さ  $l'_1, l'_2, l'_3$  である1次元シルエットによる volume intersection であり、3つめのシルエットを volume intersection によって加えたときに得られた2次元形状は、3つめのシルエットを満たすが、3つめを加えたことによって、1つめ、もしくは、2つめのシルエットが満たされなくなった例である。これらから分かるように、1次元シルエット3つから2次元形状を構成するときに、3つのシルエットを同時に満たすためには、以下の2つの条件がともに満たされることが必要十分である：

条件1. 3つめのシルエットが作れる

条件2. 1つめと2つめのシルエットが削られない

図4(b)の例と同じ長さ  $l'_1, l'_2, l'_3$  である1次元シルエット3つから、3つのシルエットを満たす2次元形状を構成することができる。それを図5に示す。3つめの長さ  $l'_3$  のシルエットを  $x_3$  軸方向に適当にずらすことで、3

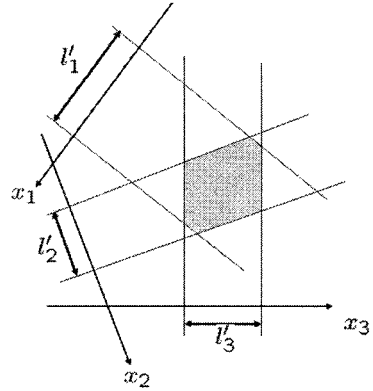


図5 同じ3つの1次元シルエットで2次元形状が復元可能な例とそうでない例

つのシルエットを同時に満たす2次元形状が得られている。つまり、3つめのシルエットには  $x_3$  軸と平行な方向に移動できる自由度がある。

これより、連結成分数の組  $(1, 1, 1)$  の場合について、もう少し細かく見ていくことにする。

それぞれのシルエットに対応する視線も3方向になるので、視線のなす角の自由度も2になる。仮定として、1つめのシルエットに対応する視線と2つめのシルエットに対応する視線との成す角を  $\theta$ 、2つめのシルエットに対応する視線と3つめのシルエットに対応する視線との成す角を  $\varphi$  とし、以後は  $\theta$  と  $\varphi$  を固定する。

次に、シルエットを端点の座標で表すことにする。つまり、1つめのシルエットを  $x_1$  軸上の閉区間  $[a_1, a_2]$  で表し、2つめのシルエットを  $x_2$  軸上の閉区間  $[b_1, b_2]$  で表し、3つめのシルエットを  $x_3$  軸上の閉区間  $[c_1, c_2]$  で表す。長さによる表現と端点座標による表現との間には、

$$l_1 = a_2 - a_1,$$

$$l_2 = b_2 - b_1,$$

$$l_3 = c_2 - c_1$$

の関係がある。

次に、2次元形状が構成可能であるための条件を定式化する。まず、2つのシルエットに対して volume intersection により、この2つのシルエットを満たす平行四辺形を構成する。図6に示すように、 $x_1$  軸上で与えられたシルエットと  $x_2$  軸上で与えられたシルエットから平行四辺形を構成することにする。そして、構成した平行四辺形の4頂点を図6に示すように  $A, B, C, D$  とし、それらの  $x_3$  軸座標の値を  $A_{x_3}, B_{x_3}, C_{x_3}, D_{x_3}$  とすると、

$$A_{x_3} = \frac{-a_2 \sin \varphi + b_1 \sin(\theta + \varphi)}{\sin \theta},$$

$$B_{x_3} = \frac{-a_2 \sin \varphi + b_2 \sin(\theta + \varphi)}{\sin \theta},$$

$$C_{x_3} = \frac{-a_1 \sin \varphi + b_2 \sin(\theta + \varphi)}{\sin \theta},$$

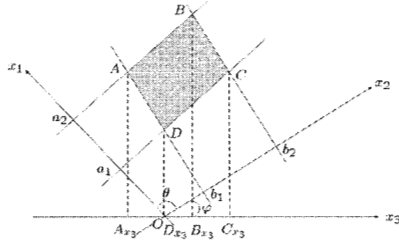


図6 1次元シルエット3つからの構成

$$D_{x_3} = \frac{-a_1 \sin \varphi + b_1 \sin(\theta + \varphi)}{\sin \theta}$$

と表すことができる。

ここで、3つめのシルエットが  $x_3$  軸方向に  $e$  だけ平行移動することを許すと、3つめのシルエットは  $x_3$  軸上において、 $[c_1 + e, c_2 + e]$  と表すことができる。つまり、3つめのシルエットの  $x_3$  軸方向の平行移動を許して、3つのシルエットを満たす2次元形状を構成するためには、条件1と条件2を満たすような  $e$  が存在すればよい。いま、図6に示すように  $D_{x_3} < B_{x_3}$  であると仮定するとき、条件1と条件2は、

$$A_{x_3} \leq c_1 + e \leq D_{x_3}$$

かつ

$$B_{x_3} \leq c_2 + e \leq C_{x_3}$$

と書くことができ、これより、 $e$  の下限値  $e_{\min}$  と  $e$  の上限値  $e_{\max}$  はそれぞれ次式で求まる：

$$e_{\min} = \max\{-c_1 + A_{x_3}, -c_2 + B_{x_3}\},$$

$$e_{\max} = \min\{-c_1 + D_{x_3}, -c_2 + C_{x_3}\}.$$

よって、 $e$  が存在するためには、 $e_{\min} \leq e_{\max}$  でなければならない。これは、同時に、与えられた  $\theta$  と  $\varphi$  に対して、連結成分数  $(1, 1, 1)$  の1次元シルエット3つからそれを満たす2次元平面が構成可能なための必要十分条件でもある。

### 3.4 1次元シルエット3つからの2次元形状復元

#### —連結成分数の組 $(p, q, r)$ の場合—

3.3節では、各1次元シルエットの連結成分数が1であるという制約をつけて定式化した。本節では、さらに一般的な場合として、1次元シルエットの連結成分数の組が  $(p, q, r)$  である場合を考える。

連結成分数の組が  $(p, q, r)$  であるとき、与えられた1次元シルエットは、

$$\bigcup_{i=1}^p [a_{2i-1}, a_{2i}],$$

$$\bigcup_{i=1}^q [b_{2i-1}, b_{2i}],$$

$$\bigcup_{i=1}^r [c_{2i-1}, c_{2i}]$$

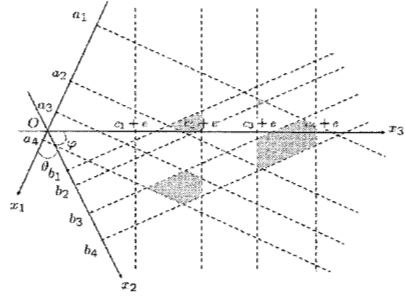


図7 連結成分数の組  $(p, q, r)$  からの2次元形状構成

と書くことができる。

また、それぞれの視線のなす角については、連結成分数の組が  $(1, 1, 1)$  のとき同様、1つめのシルエットに対応する視線と2つめのシルエットに対応する視線との成す角を  $\theta$ 、2つめのシルエットに対応する視線と3つめのシルエットに対応する視線との成す角を  $\varphi$  とし、 $\theta$  と  $\varphi$  を固定する。

図7は、連結成分数の組が  $(2, 2, 2)$  の場合であるが、一般的な場合にも対応できるように議論する。連結成分数の組が  $(1, 1, 1)$  のときと同様に、まず2つのシルエットから平行四辺形を構成する。ここで、連結成分数の組が  $(p, q, r)$  のときは構成される平行四辺形が  $pq$  個であるということである。そこで、それぞれの平行四辺形を  $P_i, i = 1, 2, \dots, pq$  とする。それから、これらの平行四辺形の頂点の  $x_3$  軸座標を計算する。平行四辺形  $P_i$  の4つの頂点のうち、 $x_3$  軸の最も小さいものを  $p_{i1}$ 、最も大きいものを  $p_{ir}$  とすると、平行四辺形を  $x_3$  軸に射影した区間は、 $[p_{i1}, p_{ir}]$  となる。よって、すべての平行四辺形を  $x_3$  軸に射影してできる区間の集合を  $I$  とすると、

$$I = \bigcup_{i=1}^{pq} [p_{i1}, p_{ir}]$$

と書くことができる。

次に、3つめのシルエットを  $x_3$  軸に沿って動かしながら、形状を構成できる位置を探す。いま、3つめのシルエットを  $x_3$  軸に沿って  $e$  だけ動かしたとする。このとき、移動後のシルエットを  $S_3(e)$  とする。  $S_3(e)$  は

$$S_3(e) = \bigcup_{i=1}^r [c_{2i-1} + e, c_{2i} + e]$$

で表せる。ここで、 $e$  が満たすべき条件を考える。  $S_3(e)$  が実際に作れるためには、これが  $I$  に含まれなければならない。すなわち、

$$S_3(e) \subseteq I$$

を満たすような、 $e$  が存在しなければならない。しかし、3つめのシルエットを作るような  $e$  が存在しても、3つすべてのシルエットを同時に達成する2次元形状が構成

できるとは限らない。なぜなら、3つめを加えることで、1つめもしくは2つめのシルエットが崩れる可能性があるためである。そこで、上で求めた  $S_3(e)$  が、1つめもしくは2つめのシルエットを崩さないことを確認できたとき、はじめて、この  $S_3(e)$  が、3つすべてのシルエットを達成することがいえる。

このような  $e$  を満たす範囲を計算するために、 $e$  の範囲の端点の候補を調べるという方法を使う。 $e$  を  $-\infty$  から  $\infty$  まで動かして、上の式を満たす  $e$  の範囲を求めるのが目的であるが、満たさない  $e$  から満たす  $e$  に移行する点、および、満たす  $e$  から満たさない  $e$  に移行する点だけをチェックすればよい。そこで、それらの点を event 点と呼ぶことにする。event 点は3つめのシルエットの端点のいずれかが、平行四辺形の頂点の  $x_3$  座標を通過する点であるので、その個数は  $8pqr$  個となる。

これらの  $8pqr$  個の event 点を小さい順に並べ替えて、順に、その event 点においてシルエットを達成するかを判定する。すなわち、3つめのシルエットを達成できるかの条件  $S_3(e) \subseteq I$  を満たしているかをチェックする。次に、1つめと2つめのシルエットが削られていないかをチェックする。この2つの条件をチェックして、 $8pqr$  箇所ですべて yes か no の判定を行う。ここで、yes とは2つの条件をともに満たしているときをいい、no とはどちらか片方の条件でも満たさないときをいう。このようにして、 $8pqr$  個の yes と no の列が作られる。

これから、これらの yes と no 列から、 $x_3$  軸方向の移動  $e$  の範囲を求める。隣り合う event 点で、ともに yes を返しているとする、これらの event 点の間の区間で  $e$  を選べば、シルエットを達成できる。これより、2つ以上の yes が連続している部分に着目して、最初の yes の event 点と最後の yes の event 点を求める。これを、yes が連続しているすべての部分について求めて、それらの和集合をとれば、その範囲内における  $e$  を選べば、3つのシルエットを達成できる。

以上で述べたアルゴリズムを用いて、3つめのシルエットの  $x_3$  軸方向の移動  $e$  が存在すれば、その  $e$  を用いて、3つのシルエット  $S_1, S_2, S_3(e)$  を満たすような2次元形状は構成できる。

#### 4. 2次元シルエットによる3次元形状の構成

本節では、対応する視点が未知であるような2次元のシルエットが3つ与えられたときに、それを満たす3次元形状が存在するか、また、存在するときどのように3次元形状を構成できるかという問題を扱う。以下では、単にシルエットという、すべて2次元のシルエットを表すものとする。

この問題に対するアプローチとして、3節に述べた1

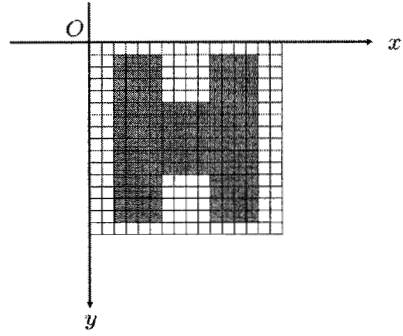


図 8 2次元シルエットのデジタル画像

次元シルエットから2次元形状を復元する手法を利用することに着目した。そのアイデアを4.1節に示す。また、そのアルゴリズムを4.2節に示した。

#### 4.1 アイデア

3節で得られた結果を用いやすくするように問題設定を行わなければいけない。与えられた2次元シルエットは3つとも、ある同じ平面に対して垂直な平面上にあるものとする。そして、与えられた2次元シルエットは、図8に示すように、デジタル画像の形式で与えられるものとする。与えられた2次元シルエットのある平面には局所座標が定義されるが、仮定より、3つのシルエットの  $x$  軸は同一平面上にあり、また3つの  $y$  軸は共通と見ることができる。

3つのシルエット画像は  $n \times m$  ピクセルとする。横が  $n$  ピクセルで、縦が  $m$  ピクセルである。

この仮定の下で、 $y = k, k = 1, \dots, m$  平面を見ると、1次元シルエットを3つ与えたときに2次元形状を構成する問題となっており、3節のアイデアをそのまま使うことができる。ただし、3節でも述べたように、3つめのシルエットには  $x$  軸方向の自由度があり、条件を満たす移動距離  $e$  の範囲が、各  $y$  の値に対して共通部分をもつ必要がある。これが、2次元シルエットから3次元形状を構成するための必要十分条件となる。

各シルエット画像の  $y = k$  での1次元シルエットの連結成分の組が  $(p, q, r)$  であったとする。3.4節より、これらの1次元シルエットを満たす2次元形状を構成可能な3つめのシルエットの可動範囲  $J_k$  を求めることができる。そして、すべての  $k$  について共通な  $J_k$  が存在するかを調べる。すなわち、

$$\bigcap_{k=1}^m J_k \neq \emptyset$$

であれば、すべての  $k$  について共通な可動範囲をもつということになる。そして、このとき、与えられた3つの

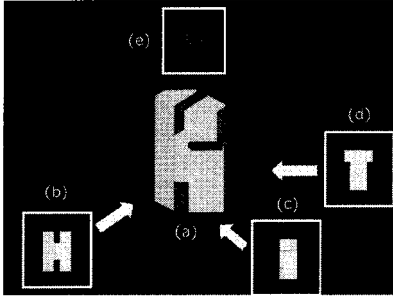


図9 2次元シルエットからの3次元形状構成  
 (a)の物体を(b)から見ると‘H’の文字に見え、(c)から見ると‘I’の文字に見え、(d)から見ると‘T’の文字に見え。また、真上から見ると(e)のように見える。

シルエット画像を満たす3次元形状は構成可能である。

#### 4.2 アルゴリズム

2次元シルエット画像から3次元形状復元可能性を判定するアルゴリズムを記す：

入力：画素数  $(n \times m)$  の2次元画像シルエット3つ，視線のなす角  $\theta, \varphi$

出力：3次元形状復元の可能性：“yes” or “no”

1. for  $i \leftarrow 1$  until  $m$ 
  - 1.1 各入力画像の  $i$  における連結成分数および端点の  $x$  座標を計算する。
  - 1.2  $i$  における3つめのシルエットの可動域  $J_k$  を計算する。
2.  $\bigcap_{i=1}^m J_i \neq \emptyset$  であれば “yes”，そうでなければ “no” を返す。

#### 5. まとめと今後の課題

本稿では，連結成分数という概念を導入して，1次元シルエットから2次元形状を構成する問題を簡単なものと一般のものに分類した。そして，簡単な，連結成分数の組  $(1, 1, 1)$  の問題に対する手法を一般化し，さらに event 点の概念を持ち出すことにより，より一般的な連結成分数の組  $(p, q, r)$  の問題に対する手法を提案した。そして，これらの手法を用いやすいように，2次元シルエットから3次元形状を構成する問題を考えるためにいくつかの仮定をした。それは，つまり，視線が同一平面上にあり，またそれらの視線の角度を固定するという仮定のもとで，与えられた2次元シルエットは3次元形状の構成が可能かという問題の解法を提案した。

今後の課題としては，今回は固定した視線の角度も出力できるようなアルゴリズムに改良することが望まれる。さらに，入力シルエットがデジタル画像であることから生まれる離散誤差をなくすためには，デジタル

画像以外で入力シルエットを与える必要がある。その他にも，より難題ではあるが，入力シルエットを4つに増やして3次元形状を構成する問題を考えたり，または，平行投影ではなく透視投影を用いて，シルエットからの3次元形状を構成する問題を考えたりすることなどが挙げられる。

#### 参考文献

- 1) A. Bottino, L. Cavallero and A. Laurentini, “Interactive reconstruction of 3D objects from silhouettes.” *Proc. Ninth Int’l Conf. in Central Europe on Computer Graphics, Visualization, and Computer Vision*, vol.2, pp. 230–236, 2001.
- 2) A. Bottino and A. Laurentini, “Introducing a new problem: Shape-from-silhouette when the relative positions of the viewpoints is unknown.” *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 25, pp. 1484–1493, 2003.
- 3) A. Laurentini, “The visual hull concept for silhouette-based image understanding.” *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 16, pp. 150–162, 1994.
- 4) A. Laurentini, “How many 2D silhouettes it takes to reconstruct 3D objects.” *Computer vision and Image Understanding*, vol. 67, pp. 81–87, 1997.