2007－CG－127 (11)
2007／7／9

バブル・メッシュ法によるメッシュ制御法の提案

服部 海斗† 横内 康人‡ 三谷 純† 西原 清一†
†筑波大学大学院システム情報工学研究科
‡電気通信大学電気通信学部知能機械工学科
E-Mail:hattori@npal.cs.tsukuba.ac.jp

要旨

有限要素法において解析精度はメッシュの細かさと要素形状に依存する。メッシュの細かさは同時に解析に要する時間の増大という問題を引き起こす。そのため、部分的に粗いメッシュを用い、要素数を節約し計算時間の短縮を図るのが通例となっている。しかし、粗密なメッシュは均質なメッシュに比べ、要素形状の制御が非常に難しい。本研究ではバブル・メッシュ法を用いて、節点位置の制御を行い、良質な要素形状を持った粗密メッシュを容易に生成するための手法を提案する。

Proposal of Mesh Control by Bubble Mesh Method

Kaito HATTORI† Yasuto YOKOUCHI‡ Jun MITANI† Seiichi NISHIHARA†
† Graduate School of Systems and Information Engineering , University of Tsukuba
‡ Intelligence Mechanical Engineering , Department of Electro - Communications ,
University of Electro - Communications

Abstract

Analytical accuracy depends on fineness and the element shape of the mesh in the finite element method. However, a fine mesh makes the time for analysis increase. Therefore, the mesh is made coarse partially to reduce computation time. However, control of element shape is more difficult for coarse-and-fine-mesh than a regular mesh. In this research, the technique for generating coarse-and-fine-mesh which has good element shape by control of the node position by the bubble mesh method is proposed.

1 緒言

有限要素法では、同じ解析対象で同程度の要素数であれば要素形状が解析の良し悪しに影響を与える。そこで、有限要素法における好ましい要素形状とは、正三角形のようにアスペクト比が小さいものが好ましいとされている。

デローニー三角分割法は与えられた節点群に対して、要素の外接円のなかに他の節点を存在させないという制約を反復的に用いることにより要素分割を行う手法であり[1]、与えられた節点群に対して好ましい要素形状のメッシュを生成する。しかし、デローニー三角分割法を用いても、入力された節点が適正でなければ、好ましくない要素形状のメッシュを生成してしまう。すなわち、有限要素法による解析の良し悪しは節点の配置に左右されると考えられる。

バブル・メッシュ法[2]は領域に球状物体(以下、バブル)を最密に充填させ、バブルの中心を節点として、要素分割するメッシュ生成法である。複雑な形状にも自動で均質なメッシュを生成できる、メッシュの制御が簡単に行えるなどの特徴がある。

そこで本研究では、バブル・メッシュ法における運動シミュレーションを視覚的に捉えながら、バブルの制御を行うことで、要求する粗密なメッシュを簡単に生成するメッシュジェネレータを試作することを目的とし、数値実験を通して、その有用性を検討する。

2 バブル・メッシュ法

2.1 概要

バブル・メッシュ法とは、半径と質量と相互作用力を仮定したバブルモデルの運動方程式を解き、入力された形状の内部にバブルを最密充填させ、そのときのバブルの中心を節点としてデローニー三角分割を行い、メッシュを生成する手法である。複雑な形状に対してもユーザーに対して小領域に分割させるなどの手作業による

前準備を要求しない。バブルの大きさ等の条件を変えることでメッシュの制御を行うことができ、自由にメッシュを生成できる。

例として、同じ半径のバブルの最密な配置とそのバブルの中心を節点として要素分割を行ったメッシュを図 2-1 に示す。

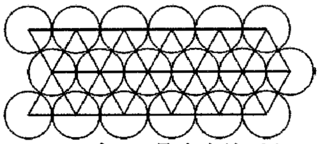

図 2-1 バブルの最密充填パターン

2.2 バブルの運動方程式

バブルの運動方程式は次のようになる。

$$m\left(\frac{d^2x(t)}{dt^2}\right)+c\left(\frac{dx(t)}{dt}\right)=F \qquad (1)$$

m : バブルの質量 , c : 減衰係数 , $x(t)$: バブルの位置

このとき隣接するバブル間の安定距離 d_0 (図 2-2) を

$$d_0 = r_i + r_j \quad (r_i \text{ と } r_j \text{ はバブル } i,\ j \text{ の半径}) \qquad (2)$$

とすると、相互作用力 F は中心間距離 d が安定距離 d_0 より大きい場合は引力、小さい場合は斥力となるように次式で定義される。

$$F=\begin{cases} -k(d-d_0) & (d<d_0) \\ -\dfrac{12}{d}\left\{\left(\dfrac{d_0}{d}\right)^{12}-\left(\dfrac{d_0}{d}\right)^{6}\right\} & (d>d_0) \end{cases} \qquad (3)$$

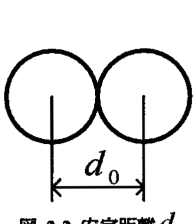

図 2-2 安定距離 d_0

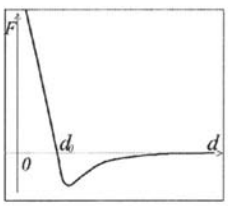

図 2-3 相互作用力 F

2.3 ルンゲ=クッタ法

ルンゲ=クッタ法とは常微分方程式の解を近似的に求める解法の一つである。本研究では、バブルの運動方程式を解くために用いる。ただし、$x(t)$、$v(t)$ はバブルの位置と速度である。

$$\frac{dx(t)}{dt}=v(t) \qquad (4)$$

とおくと、式(1)より、

$$\frac{dv(t)}{dt}=\frac{1}{m}\left(F-cv(t)\right) \qquad (5)$$

x(t) , v(t)それぞれに初期値 $x_0=x(0)$, $v_0=v(0)$ が与えられたとき、以後の運動は次の式(6)を反復的に用いることにより求められる。ただし、時間増分を Δt とする。

$$f(t+\Delta t)=f(t)+\frac{k_1+2k_2+2k_3+k_4}{6} \qquad (6)$$

ただし、

$$\begin{cases} k_1=\dot{f}(t, f(t))\Delta t \\ k_2=\dot{f}(t+\dfrac{\Delta t}{2}, f(t)+\dfrac{k_1}{2})\Delta t \\ k_3=\dot{f}(t+\dfrac{\Delta t}{2}, f(t)+\dfrac{k_2}{2})\Delta t \\ k_4=\dot{f}(t+\Delta t, f(t)+k_3)\Delta t \end{cases} \qquad (7)$$

2.4 デローニー分割

2.4.1 デローニー三角分割法の特徴

デローニー三角分割法とは、与えられた節点群に対して、要素の外接円内に他の節点を存在させないという制約を反復的に用いることにより、凸領域を三角形要素に分割する幾何学的分割法である。この手法により生成された要素は、与えられた点位置に対して、常に良好な要素形状になる。幾何学的な分割であるため無限領域について解が保障されていること、三次元への拡張が容易であることなどの理由により、広く利用されている手法である。

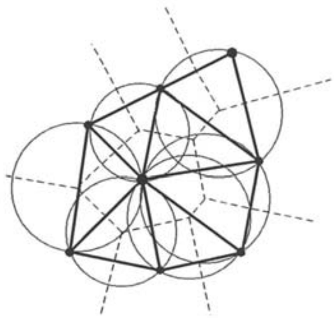

図 2-4 外接円とデローニー三角分割

2.4.2 デローニー三角分割法のアルゴリズム

[1]入力された点群のすべてを囲む四角形作り、それを 2 つの三角形に分割する。(図 2-5 参照)。

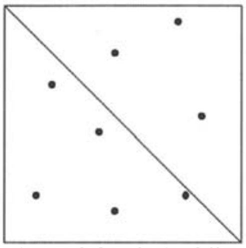

図 2-5 仮想三角形の定義

[2]点群のある点 A について、A 点を外接円内に含む三角形をまとめて、1 つの多角形を作る。(図 2-6 参照)。

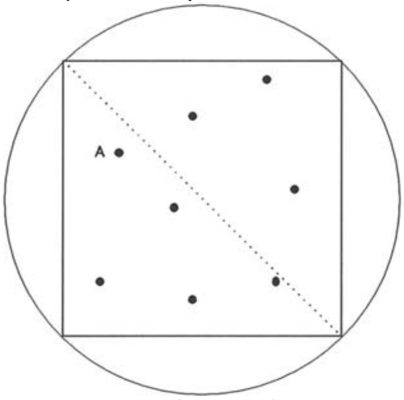

図 2-6 多角形の作成

[3]多角形の頂点と点 A で三角形を作る。(図 2-7 参照)。

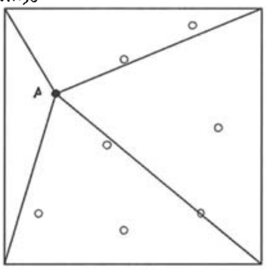

図 2-7 点 A について分割

[4]入力された点すべてに[2]、[3]の処理を繰り返し、最初に作った四角形の頂点を有する三角形を削除することで完了する。(図 2-8 参照)。

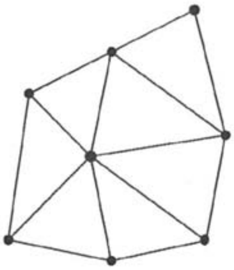

図 2-8 分割完了

2.4.3 デローニー三角分割の凹領域への対応

デローニー三角分割はあらかじめ配置させた節点群に対してのみ適用され、節点が凸領域を形成するように分割する。そのため、対象となる領域が凹形状内である場合、適切な分割が為されないという問題が生じてしまう。例を図 2-9 に示す。

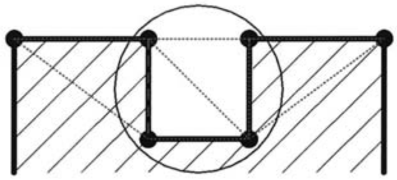

図 2-9 凹領域の分割

凹領域に対応させるには、デローニー三角分割後に各要素が対象領域の内外どちらにあるか判定し、領域外の要素を削除する必要がある。

一般的に、要素を構成する節点は反時計回りに、領域境界上の節点は時計回りに設定されていることを利用して、内外判定を行う。境界上の節点を有する要素について、要素を構成する節点の並びが境界上の時計回りの節点の並びと一致するときに、その要素を削除する。

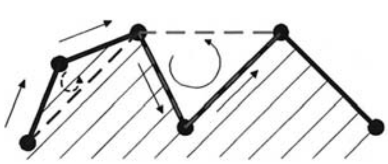

図 2-10 要素の内外判定

3 メッシュの制御

バブル･メッシュ法ではバブルに関する条件を変えることで、バブルの安定後に生成されるメッシュの制御が行える。

図3-1 ではバブルサイズに変化を加えることで、メッシュに粗密が生じている。

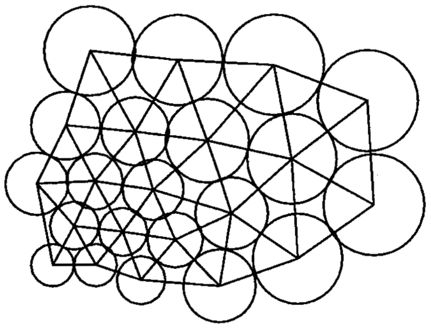

図 3-1 バブルサイズの変化に伴うメッシュの変化

3.1 バブルサイズ基準線

線分とその始点と終点のバブルサイズを入力すると、始点からの距離に対するバブルサイズの変化の勾配を定義する。各バブルについて始点からの距離を計算し、バブルサイズの制御を行っている。

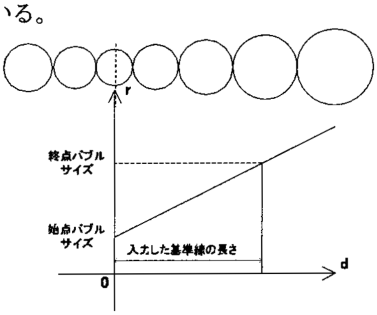

図 3-2 バブルサイズ基準線

3.2 形状関数による制御

バブル・メッシュ法では形状内部の節点を生成する前に、外部境界上に節点を配置し、それらのバブルサイズを決定しておく。そこで、外部境界上のバブルサイズから、形状内部のバブルサイズを求めるために、形状関数[3]による制御を行う。3 点以上の基準点(外部境界上の節点か任意の点)を与え、それらにデローニー三角分割を適用する。分割された三角形と基準点のバブルサイズから、形状内部の節点のバブルサイズを次式により与える。r は各節点のバブルの半径である。

$$r_P = \frac{1}{2\Delta}\begin{bmatrix}1 & x_P & y_P\end{bmatrix}\begin{bmatrix}a_1 & a_2 & a_3\\ b_1 & b_2 & b_3\\ c_1 & c_2 & c_3\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}r_A\\ r_B\\ r_C\end{Bmatrix} \tag{8}$$

ただし、

$$\Delta = \frac{1}{2}\begin{vmatrix}1 & x_A & y_A\\ 1 & x_B & y_B\\ 1 & x_C & y_C\end{vmatrix} \tag{9}$$

$$\begin{cases} a_1 = x_B y_C - x_C y_B & b_1 = y_B - y_C & c_1 = x_C - x_B \\ a_2 = x_C y_A - x_A y_C & b_2 = y_C - y_A & c_2 = x_A - x_C \\ a_3 = x_A y_B - x_B y_A & b_3 = y_A - y_B & c_3 = x_B - x_A \end{cases} \tag{10}$$

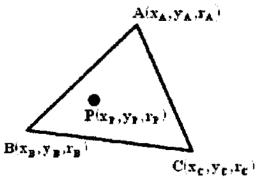

図 3-3 基準点による三角形と内部節点 P

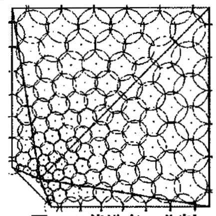

図 3-4 基準点の分割とバブルサイズの制御

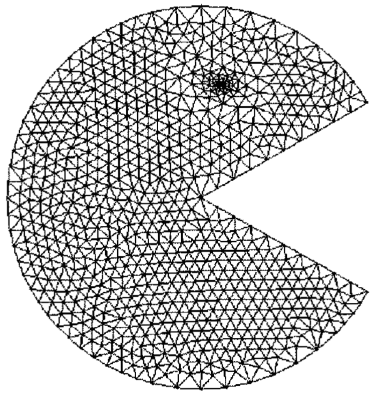

図 3-5 形状関数によるメッシュ制御の例

4 実験

4.1 1/4 円孔板のメッシュ生成と有限要素解析

バブル・メッシュ法によって生成されたメッシュの性能を検証するため、有限円孔板の平面応力問題を解く。本研究ではモデルの対称性を考慮して第一象限のみの 1/4 円孔板モデルの解析を行う。解析対象となる有限円孔板を図 4-1 に、解析領域とその寸法を図 4-2 にそれぞれ示す。

関数法によって節点を配置したメッシュ(図 4-3)を元データとする。これは隣接する節点間距離を比によって、粗密を設定されている。このメッシュに対して、節点数・要素数の条件が同じでバブルサイズ基準線を適用したものを図 4-4、また、形状関数による制御を行ったものを図 4-5 に示す。また、これらの解析結果の有用性を測るために参照する十分解析精度が高いと思われるメッシュによる結果と比較する。参照値を求めるメッシュを図 4-6 に示す。

解析には静的弾塑性解析ソルバである電気通信大学横内研究室で開発された FRIC2000 を用いた。解析に用いた値を表 4-1 に示す。

それぞれの解析結果について比較を行った。

表 4-1　解析条件

ヤング率 E	ポアソン比	バブル質量 m	斥力のばね定数 k	減衰係数 c
200GPa	0.33333	10	200	100

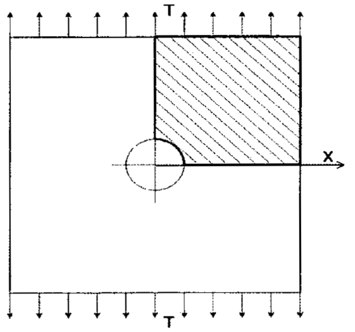

図 4-1 有限円孔板

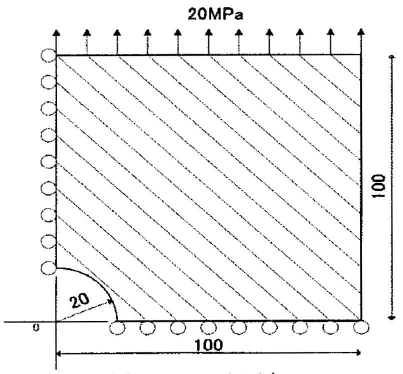

図 4-2　1/4 円孔板

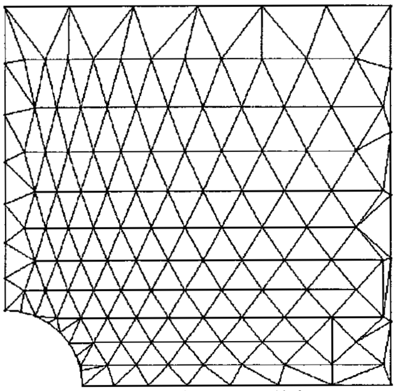

図 4-3 関数法による節点配置
節点数 138　要素数 240

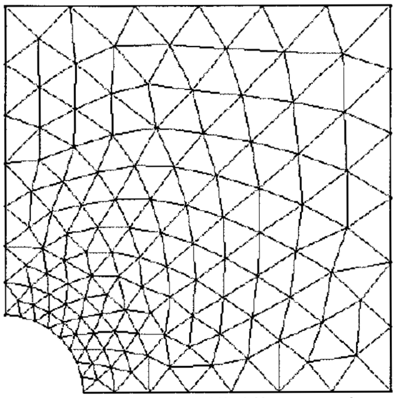

図 4-4　バブルサイズ基準線による制御
節点数 138　要素数 240

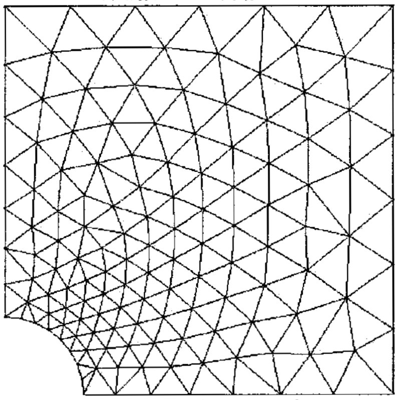

図 4-5　形状関数による制御
節点数 138　要素数 240

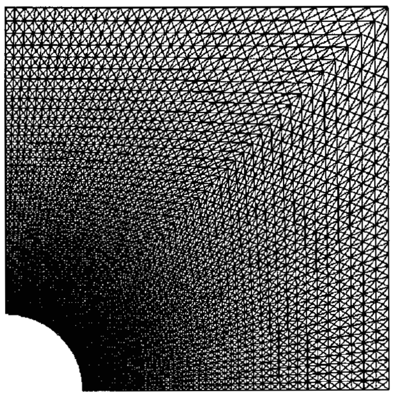

図 4-6 参照解
節点数 7331　要素数 14400

4.2　1/4 円孔板の解析結果

図 4-5 はそれぞれの解析結果の x 軸に沿う y 方向応力についてまとめたものである。

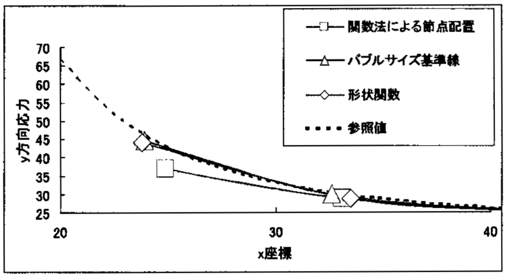

図 4-7　x 軸に沿う y 方向応力

4.3　考察

- 図4-7に表れているように節点数や要素数が同条件で行った比較において、バブル･メッシュ法を適用したメッシュは適用しないものに比べ、参照値に近い値を得た。すなわち、バブル・メッシュ法を適用することで精度の向上が見込めると考えられる。
- バブル･メッシュ法を用いたメッシュ生成は有限要素法における良好なメッシュを簡単な制御により生成でき、有用であると考えられる。
- バブルサイズ基準線の利用は非常に簡単だが､定義できるバブルサイズ分布が 1 つだけで複雑な形状には向かない｡今回のように明らかに応力が集中する箇所が 1 つだとわかっている場合には有効である。
- 形状関数による制御は複雑な形状であっても外部境界上の節点が用意されていれば、基準点の指定だけで粗密なメッシュが生成できる。また、外部境界上の節点以外に任意な位置にも基準点の指定ができるため、自由度の高い粗密なメッシュを生成できる。そのため､複数個所に物理量の変化が激しい部位が存在する場合などにも有効である。

5　結言

本研究ではバブル･メッシュ法を用いたメッシュジェネレータを試作し、解析を通して、その有用性を検討した。

今回試作したメッシュジェネレータにより以下のことが可能になった。

- 運動シミュレーションを通して、バブルの最密充填パターンを得ることができ、良質なメッシュを生成できる。
- 簡単な入力で、メッシュに粗密をつけることができる。

参考文献

[1] 矢川元基：超並列有限要素解析，朝倉出版(1998)
[2] 伊藤博之，井上恵介，山田敦，嶋田憲司，古畑智武：「球状物体の平方充填モデルを適用した自動四角メッシュ生成」，計算工学講演会論文集　Vol.3(1998)
[3] 岡野道治：機械系 CAD のための有限要素法，理工図書株式会社(1989)