

経路追跡法のためのパーティクルフィルタを用いた ランダムウォーク戦略の一検討

北岡 伸也[†] 北村 喜文[†] 岸野 文郎[†]

[†] 大阪大学大学院情報科学研究科, 〒 565-0871 大阪府吹田市山田丘 2-1

E-mail: †{kitaoka.shinya,kitamura,kishino}@ist.osaka-u.ac.jp

概要 経路追跡法は、写実的な画像合成を実現する光輸送問題の最も基本的な解法である。特に、間接照明が支配的で光経路の全空間が重要となるシーンを、非常に効率よくレンダリングできる。経路追跡法では、何回までの反射を追跡するかをランダムウォーク戦略により確率的に決定する。本研究では、従来手法のように個々の経路で独立に決定するのではなく、複数の経路をまとめて扱うことで分散を減少させるパーティクルフィルタを用いたランダムウォーク戦略を提案する。

A Study on Random Walk Strategy with Particle Filter for Path Tracing

Shinya KITAOKA[†], Yoshifumi KITAMURA[†], and Fumio KISHINO[†]

[†] Graduate School of Information Science and Technology, Osaka University
2-1 Yamadaoka, Suita, Osaka, 565-0871 Japan

E-mail: †{kitaoka.shinya,kitamura,kishino}@ist.osaka-u.ac.jp

Abstract Photorealistic image synthesis in computer graphics is formulated as light transport problem. Path tracing algorithm is basic method to solve the light transport problem. And that algorithm is most efficient method to solve the problem with a scene whose indirect illumination and whole domain of integration are important. The path-tracing algorithm generates sample paths, and to decide a path length the algorithm uses some random-walk strategy. This article proposes a new random walk strategy based on particle filter to reduce variance of Monte-Carlo estimator.

1. はじめに

写実的な画像合成において、大域照明効果を扱うことは必須である。拡散反射面の相互作用による色滲み (color bleeding) や鏡面反射と透過屈折による集光模様などの間接照明、雲や煙などの関与媒質による光散乱現象、そして被写界深度や動きぼけ (motion blur) などのカメラ特性に基づく効果のような、光の大域的な伝播により生じる光学効果が、大域照明効果の代表例である。これらは光源から視点まで輸送される光エネルギーを表す関数を被積分関数とした、高次元の積分問題である光輸送問題として定式化されるため、光線追跡法

とモンテカルロ積分に基づいた解法が一般に用いられている。

光線追跡法とモンテカルロ積分に基づいた光輸送問題の解法は、統計的に一貫性のある (consistent) 手法と偏りのない (unbiased) 手法の大きく二つに分けられる。統計的に一貫性のある手法とは、モンテカルロ法におけるサンプル数を無限に収束すると結果の期待値と真値が一致するアルゴリズムのことである。また、統計的な偏りのない手法とは、結果の期待値が常に真値と一致するアルゴリズムのことである。すなわち、統計的に偏りのない手法は、一貫性のあるアルゴリズムでもある。光輸送問題を扱うには、少なくとも統計的に一貫性の

ある手法でなければならない。これまでに、光輸送問題を正確かつ高速に解くための、様々な統計的に一貫性のある手法と偏りが無い手法が提案されているが、本稿では統計的に偏りのない手法について検討する。これは、統計的に偏りのない手法が、分散を評価尺度として、アルゴリズムの効率の定量的な評価が可能であるためである。

統計的に偏りのない最も基本的な光輸送問題の解法である経路追跡法は、間接照明が支配的で光経路の全空間が等しく重要となるようなシーンを、非常に効率的にレンダリングできる。その経路追跡法は、視点から光源へ向けて逆向きに光線を追跡することで光経路を生成し、そこから輸送される光エネルギーの寄与を計算する。このとき、生成される光経路の長さは、確率的なランダムウォークによって決定される。従来手法では、光経路を一つ一つ独立に生成していたため、分散を増加させる原因にもなっていた。本稿では、逐次モンテカルロ法の一つであるパーティクルフィルタを利用することで、複数の経路を同時に生成し分散を低減させる新しいランダムウォーク戦略を提案する。

2. 関連研究

光輸送問題は、Kajiya によってレンダリング方程式として最初に定式化された [1]。これにより、それまで提案されていた光線追跡法やラジオシティ法などの、照明アルゴリズムを統一されたひとつの概念として記述できるようになった。このとき同時に、光輸送問題の統計的に偏りのない解法としての経路追跡法が提案された。経路追跡法は、視点からのみ光線を追跡するため、集光模様のような光エネルギーの寄与が非常に大きいにもかかわらず、視点からでは生起確率が非常に小さくなってしまいう経路を生成することが難しかった。そこで、Lafortune らと Veach らは、それぞれ独立して、ほぼ同時期に視点と光源の双方向から光線を追跡し、それらを組み合わせることで照明値を計算する双方向経路追跡法を提案した [2], [3]。これらは、全て無作為に経路を生成する静的なモンテカルロ法に基づく手法である。そのため、積分空間内の特定の領域に寄与の偏りがある場合に、効率が悪くなるという点で、計算のロバスト性に問題があった。

Veach らは、統計物理学や統計の分野で利用されている動的モンテカルロ法に基づいたメトロポリス・

サンプリングをレンダリングに応用したメトロポリス光輸送を提案した [4]。Csaba らは、直接経路空間上でサンプリングするのではなく、積分の変数変換により経路を生成するための乱数で構成される抽象的な超立方体上でサンプリングすることで、変異性質を改善する手法を提案した [5]。

Csaba ら [5] の定式化により、メトロポリス光輸送は、メトロポリス=ヘイスティング・サンプリングなどのサンプリング戦略部と、サンプリングされた乱数から、実際に経路を生成して評価する経路生成部に分けて考えることができるようになった。つまり、サンプリング戦略部では、無作為サンプリングやメトロポリス・サンプリング、メトロポリス=ヘイスティング・サンプリングを用い、経路生成部では、粒子追跡法や経路追跡法、双方向経路追跡法を利用するといったことができる。本稿では、この中でも経路生成部における経路追跡法に着目して、その効率を改善する手法について検討する。

経路追跡法は、視点から光線を追跡することで光経路を生成し、その経路に沿って輸送される光エネルギーを計算する。このとき、ランダムウォークによって生成される光経路の長さなどが決定される。Arvo らは、ある閾値を下回るエネルギーしかもたない経路を確率的に打ち切ることによって、追跡する必要のある経路を削減するロシアンルーレット法を提案した [6]。これは、中性子輸送問題の解法であるウェイトカットオフ法としても知られる。また、László らは、中性子輸送問題の解法として利用されていたウェイトウィンドウ法を改良し、物体の反射特性から導かれる分散を指標とした Go-with-the-winners 戦略を提案した [7]。これにより、物体の反射率に基づいて追跡を打ち切る古典的なロシアンルーレット法と同じ光線数で、より低い分散を実現した。これらの戦略は、全て単一の経路をそれぞれ独立に生成しているため、局所的な情報しか利用できていなかった。そこで、さらに効率を改善するために、本稿ではパーティクルフィルタを利用する手法を提案する。

パーティクルフィルタは、ポピュレーション型モンテカルロ法の一つであり、多数回のシミュレーションをまとめて扱い、各々のシミュレーションに重みを与え、その重みに基づいた重点的サンプリング (リサンプリング) を定期的に行うことで、重みの分散を一定に保ったシミュレーションを実現す

る。これにより、各々のシミュレーションの重要なものだけを重点的に処理することができる。重点的リサンプリングの光輸送問題への応用には、次のものがある。Lafortuneらは、双方向経路追跡法における可視テストに重点的リサンプリングを用いた[8]。Shirleyらは、直接照明計算の改善のためにリサンプリングを使用した[9]。Burkeらは、Phong BRDFと環境マップ照明との積分布に従ったサンプリングするために重点的リサンプリングを用いた[10]。Talbotらは、Burkeらの理論を寄り一般化し、リサンプリングにおける最適なパラメータ選択法についても述べた[11]。また、Ghoshらは、動的に変化する環境マップからの直接照明計算に、逐次重点的サンプリング(パーティクルフィルタ)を利用する手法を提案した[12]。

3. パーティクルフィルタ

パーティクルフィルタは、逐次モンテカルロ法の特異な場合であり、システムモデルを $x_t \sim Q(\cdot|x_{t-1})$ とし、観測モデルを $y_t \sim R(\cdot|x_t)$ とした一般状態空間モデルにおけるフィルタリングに利用される手法である。ここでいうフィルタリングとは、時刻 t までの観測値 $y_{1:t}$ に基づいて状態 x_t の推定する場合に、実際の観測値 y_t を見て状態を修正することを言う。観測値 $y_{1:t}$ が与えられたときの状態 x_t を推定するには、 x_t の条件付分布

$$\begin{aligned} p(x_t|y_{1:t}) &= \frac{p(y_t|x_t)p(x_t|y_{1:t-1})}{p(y_t|y_{1:t-1})} \\ &= \frac{p(y_t|x_t)p(x_t|y_{1:t-1})}{\int p(y_t|x_t)p(x_t|y_{1:t-1})dx_t} \quad (1) \end{aligned}$$

を求めればよい。パーティクルフィルタは、 $p(x_t|y_{1:t})$ に従うサンプルを逐次的に生成することを可能にする。

パーティクルフィルタによって、 $p(x_t|y_{1:t})$ に従うサンプルは、以下の手順に従って非常に容易に生成することができる。

- (1) $i = 1, \dots, N$ 個のサンプル x_i を時刻 $t = 0$ における分布 p_0 から生成する。
- (2) 時刻 $t = 1, \dots, T$ について、以下のステップを繰り返す。
- (3) システムモデルに従って各サンプルを更新(予測)する。
- (4) 各サンプルの重み w_i^t を観測モデルに従って設定する。
- (5) 重みに従ってサンプルを復元抽出する。

この概略は、図1のようになる。

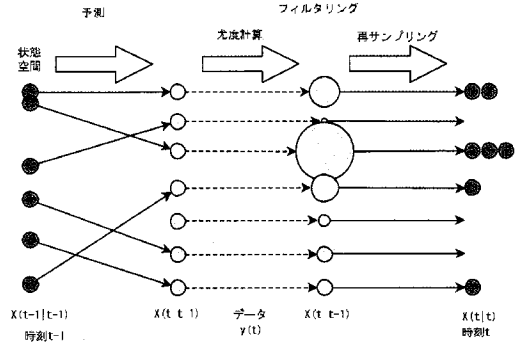


図1 パーティクルフィルタの概略図。

図1における円は各サンプルを表しており、その大きさはサンプルの重みを表現している。

4. ランダムウォーク戦略

本章では、経路生成アルゴリズムとして、最も基本的な手法である経路追跡法の効率を改善する方法について述べる。経路追跡法は、視点から光源方向へ光線を逆方向に追跡するランダムウォークを行うことで経路を生成する。光線がランダムウォークで迎っていた物体表面のある点から反射してくる放射輝度は、式(2)で求められる。

$$L^r = \int_{\Omega_1} w_1 \left(L^e + \int_{\Omega_2} w_2 (L^e + \dots) dw_2 \right) d\omega_1 \quad (2)$$

ここで、 L^r は反射放射輝度、 L^e は放射放射輝度、 w は立体角の余弦項とBRDFとの積関数、 Ω は半球上の方向の集合である

式(2)の一番外側の積分は、モンテカルロ積分によって、

$$\begin{aligned} L^r &= \frac{1}{n_1} \cdot \sum_{i=1}^{n_1} \frac{w_1(\omega_1^i)}{p_1(\omega_1^i)} \cdot L_i^{in} \\ &= \sum_{i=1}^{n_1} W_1^i \cdot L_i^{in} \quad (3) \end{aligned}$$

となる。ここで、 n_1 はサンプル数、 $L_i^{in} = L_i^e + L_i^r$ は放射放射輝度と反射放射輝度の和である。また、インポートانسと呼ばれる W_1^i は、光線が l 回反射した時の点から視点への輸送される光エネルギーの割合を表しており、

$$W_l = W_{l-1} \cdot \frac{1}{n_l} \cdot \frac{w_l(\omega_l^i)}{p_l(\omega_l^i)} \quad (4)$$

で与えられる。これを用いて再帰的に式(2)を展開すると、 l 回目の反射で視点に輸送される光エネルギー

ギ一は、各々、

$$\hat{L}_l^r = \sum_{i=1}^{n_l} W_i \cdot L_i^{\text{in}} \quad (5)$$

となる。

4.1 ロシアンルーレット法

ロシアンルーレット法は、ランダムウォークを確率的に打ち切ることで、無限回の光の反射を有限回で正確に評価する手法である。打ち切り方には、いくつか種類があり、物体表面の反射率を中断の指標にしたり、インポートランスを基準にしたりするものがある。本稿では、インポートランスを基準としたものをロシアンルーレット法と呼ぶ。ロシアンルーレット法の擬似コードは、図2のようになる。ここで、 T はロシアンルーレットを開始するイン

```

begin
  W_l = W_{l-1} \cdot a_l
  if W_l < T
    if \xi \ge P
      W_l = \frac{W_l}{1-P}
      反射光線を再起的に追跡
    end
  else
    反射光線を再起的に追跡
  end
end
end

```

図2 ロシアンルーレット法の擬似コード

ポートランスの閾値、 P は打ち切り確率であり、本稿では、ヒューリスティックに、それぞれ0.1、0.5とする。また、 $\xi \in [0, 1)$ は適当な擬似乱数生成器によって生成された一様乱数である。本稿では、長周期と高次元均等分布を持つメルセンズ・ツイスタ乱数発生器を利用する。

4.2 Go-with-the-winners 戦略

Go-with-the-winners 戦略は、 $n_l = W_{l-1} \cdot a_l \cdot \sqrt{1 + \frac{n_{\max}^2 - 1}{(s_l + 1)^2}}$ に基づいて、交点で $m_l = \lfloor n_l \rfloor$ 本と、 $n_l - m_l$ の確率で1本の反射光線を追跡する戦略である。Go-with-the-winners 戦略の擬似コードは、図3で与えられる。ここで、 n_{\max} は生成する最大光線数であり本稿では、László ら [7] と同様に10とする。また、 s_l はBRDFの光沢パラメータであり、完全拡散反射面では $s_l = 0$ 、完全鏡面反射面では $s_l = \infty$ である。

Go-with-the-winners 戦略は、再起的に光線を追跡する過程で、一つの光線が複数の光線に分割されることはあるが、ある一つの交点の情報だけを

```

begin
  n_l = W_{l-1} \cdot a_l \cdot \sqrt{1 + \frac{n_{\max}^2 - 1}{(s_l + 1)^2}}
  m_l = \lfloor n_l \rfloor
  W_l = \frac{W_{l-1}}{n_l}
  for k = 1 to m_l
    反射光線を再起的に追跡
  end
  if \xi < (n_l - m_l)
    反射光線を再起的に追跡
  end
end
end

```

図3 Go-with-the-winners 戦略の擬似コード

用いており、複数の交点での情報を同時に扱っているわけではない。このため、全体としては重要でない場所に多くの処理を割り当ててしまう問題がある。

4.3 パーティクルフィルタ戦略

ランダムウォークによる確率的な経路生成において、 l 回目の反射光線 ω_l を生成する確率は、

$$p(\omega_l | \omega_{0:l-1}) = p(\omega_0) \cdot \prod_{l=1}^l p(\omega_l | \omega_{l-1}) \quad (6)$$

と書ける。ここで、光線がランダムウォークによってシーン内を反射して行く過程を、パーティクルフィルタにおける時間発展と対応付けて考えると、複数のサンプルを同時に追跡するランダムウォーク戦略を構成でき、図4のようになる。これは、図1とほぼ同一の構成になっていることが分かる。

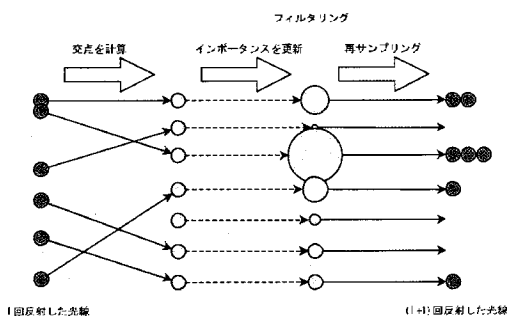


図4 パーティクルフィルタ戦略の概要。

このようにランダムウォーク戦略にパーティクルフィルタを応用してアルゴリズムを構成すると、図5のようになる。

5. 結果

図6は、コーネルボックスの中にアルマジロを配置したシーン(約34.7万ポリゴン)を、各手法を用

```

begin
  // 累積質量関数を構成する.
   $n_{l,0} = 0$ 
  for  $k = 1$  to  $m_{l-1}$ 
     $n_{l,k} = n_{l,k-1} + W_{l-1,k} \cdot a_{l,k} \cdot n_{\max}$ 
  end

  // 再起的に追跡する.
   $m_l = \lfloor n_{l,K} \rfloor$ 
  for  $k = 1$  to  $m_l$ 
     $j =$  累積質量関数を基に復元抽出
     $W_{l,k} = \frac{W_{l-1,j}}{n_{l,k} - n_{l,k-1}}$ 
  end
  if  $\xi < (m_{l,K} - m_l)$ 
     $j =$  累積質量関数を基に復元抽出
     $W_{l,m_l} = \frac{W_{l-1,j}}{n_{l,j} - n_{l,j-1}}$ 
     $m_l = m_l + 1$ 
  end
  for each
    反射光線を再起的に追跡
  end
end

```

図5 パーティクルフィルタ戦略の擬似コード

いてレンダリングした結果である。ここで、CPUはIntel Core 2 CPU 6400 (2.13GHz)、主記憶は2GBの環境で、画像の解像度を800×800としてレンダリングした。ただし、マルチスレッド化は行っておらず、シングルスレッドで、レンダリング時間を30分にした結果である。スペクトルレンダリングを行ったためか、あるいは物体の反射特性に光沢反射などの含んでいないせいかな、Go-with-the-winners戦略による結果があまりよくなく、多くのノイズを含んでしまっている。ロシアンルーレット法による結果と提案手法(パーティクルフィルタ戦略)による結果を比較するとわずかではあるが、提案手法のほうがノイズの少ない(分散を低減できている)結果が得られていることが分かる。特に、アルマジロの腕の内側の部分で、滑らかに明るさが変化する領域のノイズが減っていることが確認できた。

図7は、図6と同様に、コーネルボックスの中にルーシーを配置したシーン(約52.7万ポリゴン)、各手法を用いてレンダリングした結果である。シーンの以外のレンダリングパラメータは、全て図6のものと同じである。こちらでも、やはり提案手法が最もノイズの少ない結果を得られている。

6. まとめ

本稿では、光輸送問題における経路生成手法について検討した。特に、経路追跡法でのランダム

ウォーク戦略に着目し、ロシアンルーレット法やGo-with-the-winners戦略などの従来手法では個々の経路を独立に生成していたところを、パーティクルフィルタを利用することで複数の経路をまとめて扱う手法を提案した。これにより、レンダリング結果の分散を低減することに成功した。

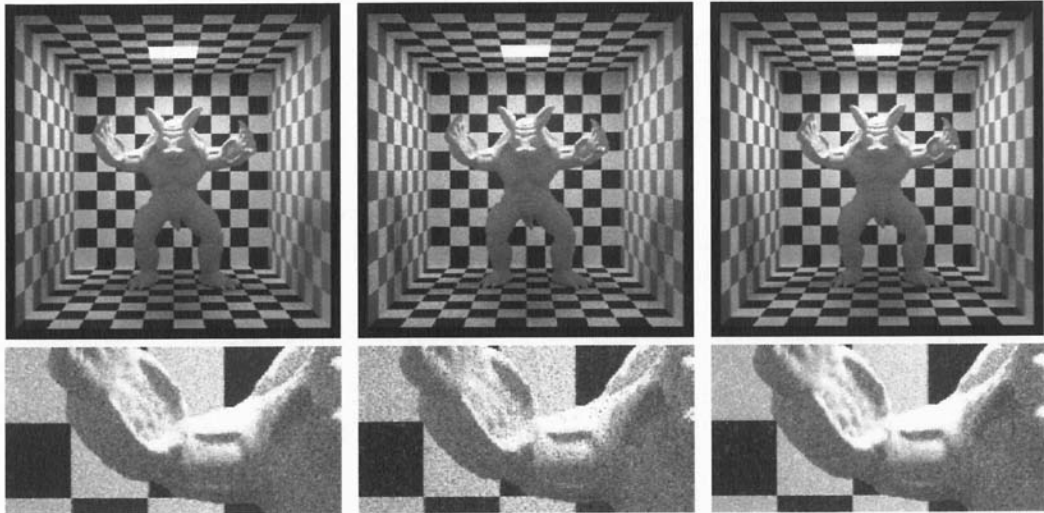
現在の実装では、サンプリング戦略として無作為サンプリングを利用しているだけなので、今後は、メトロポリス・サンプリングなどの動的モンテカルロ法との組み合わせについて検討する予定である。また、本稿の結果には、完全拡散反射面で構成されたシーンしか含まれていないため、完全鏡面反射面や光沢反射面を含んだシーンの結果についても検討したい。

謝辞

本研究の一部は、文部科学省グローバルCOEプログラム(研究拠点形成費)の補助によるものである。

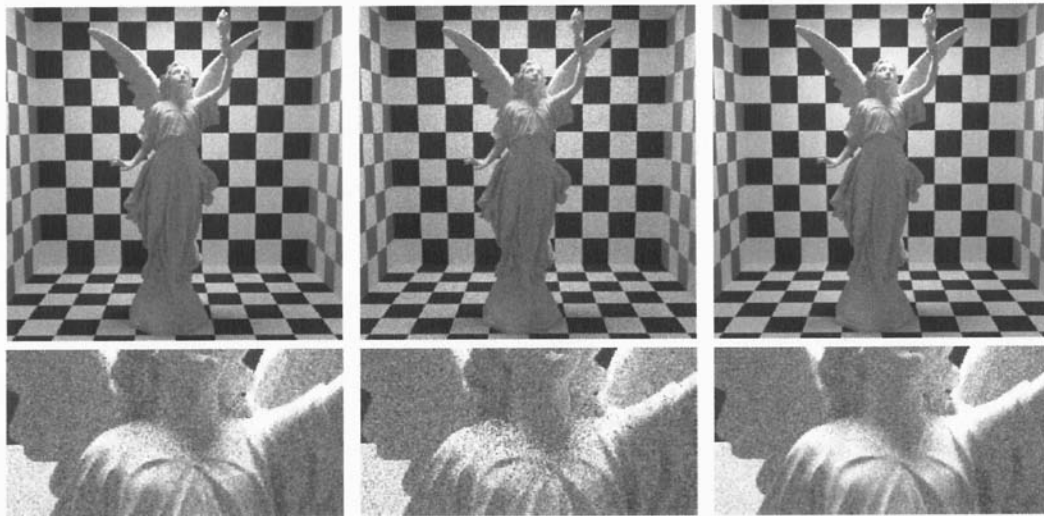
参考文献

- [1] James T. Kajiya. The rendering equation. In *Proceedings of ACM SIGGRAPH '86*, pp. 143-150, 1986.
- [2] Eric P. Lafortune and Yves D. Willems. Bidirectional path tracing. In *Proceedings of Computer Graphics '93*, pp. 145-153, 1993.
- [3] Eric Veach and Leonidas Guibas. Bidirectional estimators for light transport. In *Proceedings of Eurographics Workshop on Rendering '94*, pp. 147-162, 1994.
- [4] Eric Veach and Leonidas J. Guibas. Metropolis light transport. In *Proceedings of ACM SIGGRAPH '97*, pp. 65-76, 1997.
- [5] Kelemen Csaba, Szirmay-Kalos László, György Antal, and Ferenc Csonka. A simple and robust mutation strategy for metropolis light transport algorithm. *Computer Graphics Forum*, Vol. 21, No. 3, pp. 1-10, 2002.
- [6] James Arvo and David Kirk. Particle transport and image synthesis. In *Proceedings of ACM SIGGRAPH 1990*, pp. 63-66, 1990.
- [7] László Szirmay-Kalos, György Antal, and Mateu Sbert. Go with the winners strategy in path tracing. In *WSCG (Journal Papers)*, 2005.
- [8] Eric P. Lafortune and Yves D. Willems. Reducing the number of shadow rays in bidirectional path tracing. In *Proceedings of the Winter School of Computer Graphics and CAD Systems '95*, pp. 384-392, 1995.
- [9] Peter Shirley, Changyaw Wang, and Kurt Zimmerman. Monte carlo techniques for direct lighting calculations. *ACM Transactions on Graphics*, Vol. 15, No. 1, pp. 1-36, 1996.
- [10] David Burke, Abhijeet Ghosh, and Wolfgang Heidrich. Bidirectional importance sampling for direct illumination. In *Proceedings of Eurographics Sympos-*



(a) ロシアンルーレット法 (b) Go-with-the-winners 戦略 (c) 提案手法 (パーティクルフィルタ戦略)

図 6 アルマジロのあるシーンのレンダリング結果。下段の図は上段の図の拡大図になっている。



(a) ロシアンルーレット法 (b) Go-with-the-winners 戦略 (c) 提案手法 (パーティクルフィルタ戦略)

図 7 ルーシーのあるシーンのレンダリング結果。下段の図は上段の図の拡大図になっている。

sium on Rendering 2005, pp. 147–156, 2005.

- [11] Justin F. Talbot, David Cline, and Parris K. Egbert. Importance resampling for global illumination. In *Proceedings of Eurographics Symposium on Rendering 2005*, pp. 139–146, 2005.
- [12] Abhijeet Ghosh, Arnaud Doucet, and Wolfgang Heidrich. Sequential sampling for dynamic environment map illumination. In *Proceedings of Eurographics Symposium on Rendering 2006*, pp. 115–126, 2006.