

対話的 Class A Bézier 空間曲線

○福田諒* 吉田典正* 齋藤隆文**

*日本大学 **東京農工大学

自動車のボディなど、高度に美的な外観曲面の生成には、曲面を生成するための曲線自体も美的である必要がある。空間曲線を生成するためには、平面内に投影図として曲線を生成し、2つの曲線をスイープした交差として空間曲線を生成することが一般的である。しかし、この方法では、望ましい空間曲線を生成することには難しさがある。Class A Bézier 空間曲線は、曲率及び捩率の単調な曲線であり、高度に美的な曲面に利用できる可能性がある。しかしながら、class A Bézier 空間曲線を生成するための行列 M をどのように指定するのか、終点の位置の指定ができないなどの問題を持つ。本報告では、class A Bézier 空間曲線セグメントを、両端点の位置とそこでの接線方向を指定することによって対話的に生成する手法を提案する。

Interactive Generation of Class A Bézier Space Curves

Ryo Fukuda*, Norimasa Yoshida*, Takafumi Saito**

*Nihon University, **Tokyo University of Agriculture and Technology

For the design of class A surfaces, the design of class A curves is also important. Space curves are usually defined as the intersection of the swept surfaces of two planar curves. It is not easy to generate desirable space curves by modifying two projected space curves. Class A Bézier space curves are curves with monotonically varying curvature and torsion proposed by Farin. This paper presents a method for interactively generating class A Bézier space curves by specifying two endpoints and their tangents. The matrices for generating class A Bézier curves are automatically computed so that the endpoint constraints are satisfied.

1 はじめに

自動車のボディなど、高度に美的な外観曲面の生成には、曲面を生成するための曲線自体も美的である必要がある。現在、空間曲線を作り出すためには、直交する2平面内に投影図として曲線を生成し、2つの曲線をスイープした交差として、空間曲線を生成することが一般的である。しかし、この方法では、空間曲線を対話的に生成することが難しい。Class A Bézier 空間曲線は Farin[1] によって提案された曲率および捩率が単調であるが、曲線を生成するための行列 M などのパラメータをどのように指定するのかという問題や、終点の位置の指定ができないなど対話性の問題を持つ。

本報告では、class A Bézier 空間曲線セグメント

を、両端点の位置とそこでの接線方向を指定することにより、対話的に生成する手法を提案する。これにより、ユーザが曲率および捩率が単調な曲線を容易にかつ対話的に生成することが可能となる。

Class A Bézier 空間曲線の対話的生成では、両端点での拘束条件を満足するように、曲線生成のためのパラメータを求める必要がある。パラメータを求める最も単純な方法は、両端点の位置とそこでの接線方向が一致するように最適化手法を用いる。しかし、この方法では、解が安定して求まらないことや極所解に収束してしまうといった問題がある(我々が実際に実装した結果による)。本報告では、効率的かつ安定に class A Bézier 空間曲線を生成する手法を示す。キーとなるアイデアは、両端点の位置と接線方向を平面に投影すること、および class A Bézier

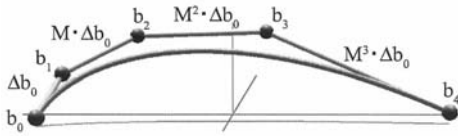


図1 4次 class A Bézier 空間曲線

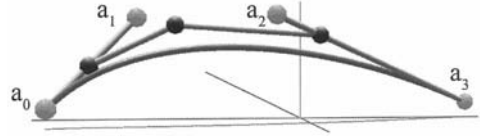


図2 4次 対話的 class A Bézier 空間曲線

空間曲線の幾何的性質を見出しその性質を最大限に利用することである。

2 Class A Bézier 空間曲線

本節では、Farin により提案された class A Bézier 曲線 [1] について述べる。 n 次 Bézier 曲線の制御点を $\mathbf{b}_0, \mathbf{b}_1, \dots, \mathbf{b}_n$ とし、 $\Delta \mathbf{b}_i = \mathbf{b}_{i+1} - \mathbf{b}_i (i = 0 \dots n-1)$ とする。

Class A Bézier 曲線は、曲線の次数 n 、始点 \mathbf{b}_0 、制御点 \mathbf{b}_1 、 3×3 行列 M をユーザが指定し、次式により生成される曲線の曲率および振率が単調な場合である。

$$\Delta \mathbf{b}_i = M^i \cdot \Delta \mathbf{b}_0 \quad (i = 1 \dots n-1) \quad (1)$$

図1に、4次の class A Bézier 空間曲線の例を示す。行列 M により生成された曲線の曲率および振率が単調でない場合は、class A Bézier 曲線ではない。以降、class A Bézier 曲線というときには、行列 M によって生成される曲線の曲率および振率が単調な場合のみをいう。なお、曲率および振率の単調性を調べる最も単純な手法は、曲線上の点に関して曲率および振率を計算し、単調な変化か確認することである。

一般に、曲率および振率が単調な行列 M を見つけることは容易でない。そこで、行列 M を回転行列 R と x, y, z 軸に関して s 倍のスケーリングの合成 ($M = sR$) とする方法がある。この方法による、行列 M で式 (1) を用い生成された (曲率および振率が単調) 曲線を、典型的な class A Bézier 曲線と呼ぶ。典型的な class A Bézier 曲線を描くためには、曲線の次数 n 、始点 \mathbf{b}_0 、制御点 \mathbf{b}_1 、スケーリング s 、回転行列 R の回転角 θ と回転軸 $\mathbf{u} = (u_0, u_1, u_2)$ (単位ベクトル) を指定する必要がある。回転行列 R は、

$$A = \begin{bmatrix} 0 & u_2 & -u_1 \\ -u_2 & 0 & u_0 \\ u_1 & -u_0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$R = I + (\sin \theta)A + (1 - \cos \theta)A^2 \quad (3)$$

によって表される。

行列 M が回転行列とスケーリングの合成でない一般的な場合、行列 M によって生成される曲線を一般的 class A Bézier 曲線と呼ぶ。

Class A Bézier 曲線は、行列 M の指定や行列 M を求めるためのパラメータの指定が容易でないことや、始点 \mathbf{b}_0 と制御点 \mathbf{b}_1 、で曲線を描くため、曲線を描いてみないと、終点がどこにくるのかわからないなどの対話性に欠けるという問題を持つ。本報告では、両端点の位置とそこでの接線方向を指定することにより典型のおよび一般的な class A Bézier 曲線を生成する手法を述べる。

3 対話的生成手法の概要

本手法は、class A Bézier 空間曲線セグメントを、両端点の位置とそこでの接線方向を指定することにより対話的に生成する。よって、次の2つの条件を満たすような、class A Bézier 曲線を生成する各パラメータを求める (対話的生成の2つの条件)。

条件 I 始点、終点での位置の一致

条件 II 始点、終点での接線方向の一致

本手法の対話的 class A Bézier 空間曲線の生成で、ユーザが指定するものは、両端点 $\mathbf{a}_0, \mathbf{a}_3$ 、端点での接線方向を指定するための $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2$ の4点と曲線の次数 n である (図2)。このとき、両端点における単位接線ベクトルは、それぞれ、 $\mathbf{v}_0 = \frac{\mathbf{a}_1 - \mathbf{a}_0}{|\mathbf{a}_1 - \mathbf{a}_0|}$ 、 $\mathbf{v}_1 = \frac{\mathbf{a}_3 - \mathbf{a}_2}{|\mathbf{a}_3 - \mathbf{a}_2|}$ である。

Class A Bézier 空間曲線は、式 (1) により生成される。このため、典型のおよび一般的な class A Bézier 空間曲線を対話的に生成するには、条件 I, II を満足する $\Delta \mathbf{b}_0$ 、 M を求める必要がある。

4 典型的な class A Bézier 空間曲線の対話的生成

本節は、典型的な class A Bézier 空間曲線の対話的生成手法について述べる。典型的な class A Bézier

空間曲線の行列 M は、回転行列 R とスケーリング s の合成 ($M = sR$) である。このため、前節で示した条件 I, II を満たすように求めるべきパラメータは、行列 $M (= sR)$ のスケーリング s 、回転行列 R の回転角 θ と回転軸 \mathbf{u} 、始点 \mathbf{b}_0 、 $\Delta\mathbf{b}_0$ である。

条件 II の「始点、終点での接線方向の一致」を考える。ここでは方向のみを考えるため、 $\frac{\Delta\mathbf{b}_0}{|\Delta\mathbf{b}_0|} = \mathbf{v}_0$ とすることにより始点での接線方向が一致する (\mathbf{v}_0 が単位ベクトルのため、 $\Delta\mathbf{b}_0$ を求めるためには、 $\mathbf{b}_0 = |\Delta\mathbf{b}_0|$ が必要となる)。終点での接線方向を一致させるには、式 (1) から分かるように、各パラメータを求める必要がある。

$\Delta\mathbf{b}_i$ は、 $\Delta\mathbf{b}_0$ を回転行列 R により i 回変換し、 s^i 倍のスケーリングを行ったものである (図 3)。ここでは、 s 倍のスケーリングをせず回転変換 R と $\Delta\mathbf{b}_0$ の単位ベクトル \mathbf{v}_0 で考える。これにより、行列 M の回転行列 R は、 $\mathbf{v}_1 = R^{n-1}\mathbf{v}_0$ となるような行列であることが分かる (図 3)。よって、終点での条件 II を満たすために求めるパラメータは、回転行列 R の回転角 θ と回転軸 \mathbf{u} のみとなる。

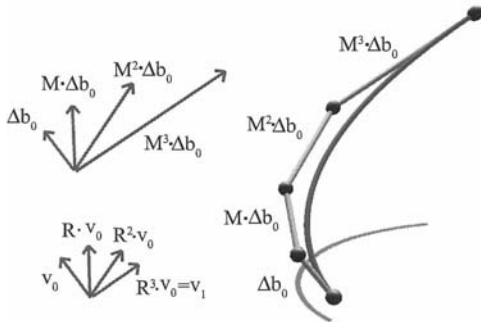


図 3 典型的 class A Bézier 空間曲線における $\Delta\mathbf{b}_i$ の回転

典型的な class A Bézier 空間曲線の回転行列 R は、 \mathbf{u} 軸回りの回転である。よって、 $\mathbf{v}_1 = R^{n-1}\mathbf{v}_0$ を満たすために、回転軸 \mathbf{u} は、図 4 のように、 \mathbf{v}_0 と \mathbf{v}_1 に等しい角をなし原点 O を通過する平面上に存在する必要がある。 $\hat{\mathbf{u}} = \frac{\mathbf{v}_0 \times \mathbf{v}_1}{|\mathbf{v}_0 \times \mathbf{v}_1|}$ とすると、 $\hat{\mathbf{u}}$ は \mathbf{v}_0 と \mathbf{v}_1 に直交する。従って、回転軸 \mathbf{u} は、 $\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_0$ 軸に関して、 $\hat{\mathbf{u}}$ をある角 ϕ だけ回転させたベクトルである。

図 5 のように \mathbf{u} と垂直に交わる平面に \mathbf{v}_0 と \mathbf{v}_1 を投影し、投影されたベクトルを $\hat{\mathbf{v}}_0$ と $\hat{\mathbf{v}}_1$ とする。回

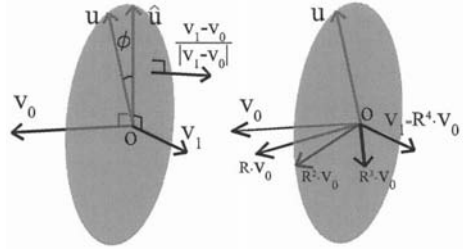


図 4 ϕ による回転軸 \mathbf{u} と決定後

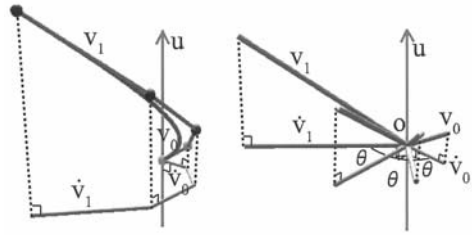


図 5 \mathbf{v}_0 と \mathbf{v}_1 の投影

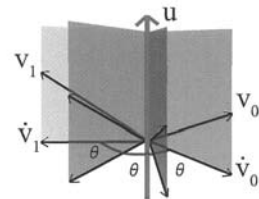


図 6 回転角 θ の幾何的性質

転行列 R の回転角 θ は、回転軸 \mathbf{u} が定まっている場合に、投影されたベクトル $\hat{\mathbf{v}}_0$ と $\hat{\mathbf{v}}_1$ のなす角の $\frac{1}{(n-1)}$ 倍となる。投影されたベクトル $\hat{\mathbf{v}}_0$ と $\hat{\mathbf{v}}_1$ のなす角から、 θ を求める理由は次である。原点 O 、 \mathbf{v}_0 、 $\hat{\mathbf{v}}_0$ を含む平面を原点 O 、 \mathbf{v}_1 、 $\hat{\mathbf{v}}_1$ を含む平面へと回転させる回転角と、投影されたベクトル $\hat{\mathbf{v}}_0$ と $\hat{\mathbf{v}}_1$ のなす角は同じになる (図 6)。このため、投影されたベクトル $\hat{\mathbf{v}}_0$ と $\hat{\mathbf{v}}_1$ のなす角から、 θ を求める。図 5 の場合、単位ベクトルの投影ではないが、単位ベクトルでも同様なことが言える。

回転軸 \mathbf{u} と回転角 θ による回転行列 R を用いると、 $R^{n-1}\mathbf{v}_0$ は \mathbf{v}_1 に一致する。よって、終点での接線方向が一致し、両端点において条件 II が満たされる (回転軸 \mathbf{u} は、まだ未知であるが、 ϕ の値によらず接線方向は一致する)。

条件 II が満たされたため、条件 I の「始点、終点

での位置の一致」を考える。 $\mathbf{b}_0 = \mathbf{a}_0$ とすることにより始点で条件 I を満たす。 終点で条件 I を満たすためには、次式がゼロベクトルとなるような、 ϕ, s, b_0 を最適化によって求める。

$$f(\phi, s, b_0) = \sum_{i=0}^{n-1} b_0 \cdot M^i \mathbf{v}_0 - (\mathbf{a}_3 - \mathbf{a}_0) \quad (4)$$

上式の右辺は、ゼロベクトルの時に、端点 \mathbf{a}_3 での位置が一致する条件である。

以上により求められた、パラメータで class A Bézier 空間曲線を生成すると、条件 I, II を満たした曲線が生成できる。

5 一般的な class A Bézier 空間曲線の対話的生成

一般的な対話的 class A Bézier 空間曲線の第一の手法を述べる。 第一の手法は、4 点と次数 n は典型的な場合と同様で、図 4 における ϕ をユーザが指定することである。 ユーザの指定により、 $\hat{\mathbf{u}}$ を ϕ だけ回転させたベクトル \mathbf{u} をあらかじめ得る。 このため、典型的な場合と同様な考え方では条件 I を満たさない。 そこで、本手法では一度、投影してできる平面で条件 I, II を満たすように生成し、この後、空間上で条件 I, II を満たすように計算をする。

行列 M の簡単化のために、回転軸 \mathbf{u} を z 軸に一致させて考える。 回転行列 R の回転軸 \mathbf{u} が z 軸と一致するような変換行列を T とする。 T は、 \mathbf{u} が z 軸の正の方向を向くようにする変換であれば、どのような変換でもよい。 4 点 $\mathbf{a}_0, \dots, \mathbf{a}_3$ と回転軸 \mathbf{u} に行列 T を掛け、それぞれ $\mathbf{a}'_0, \dots, \mathbf{a}'_3, \mathbf{u}'$ とする (図 7)。 \mathbf{u}' が z 軸と一致していることより、行列 M は必ず式 (5) のようになる。 この処理は行列 M を単純なものにし、各要素が与える影響を分かりやすくする。

$$M = \begin{bmatrix} s \cdot \cos \theta & s \cdot -\sin \theta & 0 \\ s \cdot \sin \theta & s \cdot \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & s \end{bmatrix} \quad (5)$$

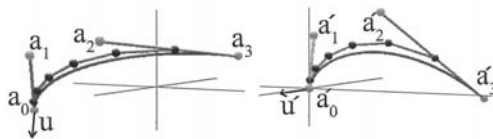


図 7 回転軸 \mathbf{u} を z 軸に一致させる変換

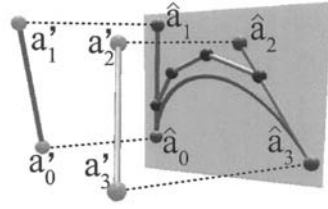


図 8 軸 \mathbf{u}' 方向に投影した制御点での曲線

$\mathbf{a}'_0, \dots, \mathbf{a}'_3$ を \mathbf{u}' と垂直に交わる平面へ投影し、 $\hat{\mathbf{a}}_0, \dots, \hat{\mathbf{a}}_3$ とする (図 8)。 $\mathbf{v}_0, \mathbf{v}_1$ も投影し $\hat{\mathbf{v}}_0, \hat{\mathbf{v}}_1$ とする。 $\Delta \mathbf{b}_0$ はまだ未知であるが、これを投影したものを $\Delta \hat{\mathbf{b}}_0$ とし、 $\hat{b}_0 = |\Delta \hat{\mathbf{b}}_0|$ とする。 投影した平面で条件 I, II を満たすように求めるべきパラメータは、行列 $M (= sR)$ のスケーリング s 、回転行列 R の回転角 θ 、 \hat{b}_0 である。

平面で条件 I, II を満たす方法は、基本的に典型的な場合と同様である。 平面で条件 II の「始点、終点での接線方向の一致」を考える。 典型的な場合と同様 $\frac{\Delta \hat{\mathbf{b}}_0}{|\Delta \hat{\mathbf{b}}_0|} = \hat{\mathbf{v}}_0$ とし始点の接線方向が一致する。 投影された $\hat{\mathbf{v}}_0, \hat{\mathbf{v}}_1$ から回転角 θ も求め終点での接線方向が一致する。 条件 II が満たされたため、投影してできる平面で条件 I を考える。 $\hat{\mathbf{b}}_0 = \hat{\mathbf{a}}_0$ とすることにより始点での条件 I を満たす。

終点で条件 I を満たすためには、次式がゼロベクトルとなるような、未知の値 s と \hat{b}_0 を最適化によって求める [2][4]。

$$f(s, \hat{b}_0) = \sum_{i=0}^{n-1} \hat{b}_0 \cdot M^i \frac{\Delta \hat{\mathbf{a}}_0}{|\Delta \hat{\mathbf{a}}_0|} - (\hat{\mathbf{a}}_3 - \hat{\mathbf{a}}_0) \quad (6)$$

これにより、投影してできる平面で条件 I, II 満たす。

投影平面上で条件 I, II が満たされたことにより、図 8 のように制御点が得られている。 回転軸 \mathbf{u} は z 軸上にあるため、投影する平面は xy 平面となる。 つまり、すでに x, y 成分は一致しているため、式 (7) のように z 軸方向のみに影響を与える。 このため行列 M の第 3 行 1 列成分に δ_0 、第 3 行 2 列成分に δ_1 を加える。 このパラメータ δ_0, δ_1 を条件 I, II を満たすように求める。

$$M_G = \begin{bmatrix} s \cdot \cos \theta & s \cdot -\sin \theta & 0 \\ s \cdot \sin \theta & s \cdot \cos \theta & 0 \\ \delta_0 & \delta_1 & s \end{bmatrix} \quad (7)$$

$\mathbf{b}_0 = \mathbf{a}'_0$ とすることにより，空間上で始点の位置が一致する． $\Delta \hat{\mathbf{b}}_0$ を \mathbf{a}'_0 と \mathbf{a}'_1 を通る直線に投影すると， $b_0 (= |\Delta \mathbf{b}_0|)$ を求めることができる．これより， $\Delta \mathbf{b}_0 = b_0 \mathbf{v}_0$ となり，空間上で始点の条件 II を満たす．終点で条件 I, II を満たすには δ_0, δ_1 を求める必要がある．

δ_0 と δ_1 は， \mathbf{b}_n が \mathbf{a}'_3 に一致し， \mathbf{b}_{n-1} が \mathbf{a}'_2 と \mathbf{a}'_3 を通る直線上に存在するように求めることができる． $\hat{\mathbf{b}}_{n-1}$ と $\hat{\mathbf{b}}_n$ を \mathbf{a}'_2 と \mathbf{a}'_3 を通る直線に投影することにより， \mathbf{b}_{n-1} と \mathbf{b}_n の座標を得る．これにより式 (8),(9) ができる．式 (8),(9) は， x, y 成分はすでに一致しているため z 成分のみを考えている． \mathbf{b}_n の z 成分を $b_{n,z}$ と置く．行列 M_G に関して $\prod_{i=0}^{n-1} M_{G_i}^i$ の第三行のみを 1×3 行列 $M_{G_{i,z}}$ と置くと，

$$b_{n-1,z} = \sum_{i=0}^{n-2} M_{G_{i,z}} \cdot \Delta \mathbf{b}_0 + b_{0,z} \quad (8)$$

$$b_{n,z} = \sum_{i=0}^{n-1} M_{G_{i,z}} \cdot \Delta \mathbf{b}_0 + b_{0,z} \quad (9)$$

となる．上式の左辺は， $\hat{\mathbf{b}}_{n-1}$ と $\hat{\mathbf{b}}_n$ を \mathbf{a}'_2 と \mathbf{a}'_3 を通る直線に投影することにより得た \mathbf{b}_{n-1} と \mathbf{b}_n に，右辺の行列 $M_{G_{i,z}}$ で生成される $\mathbf{b}_{n-1}, \mathbf{b}_n$ を一致する計算である．なお，行列 $M_{G_{i,z}}$ は次式のように $p_{11,i}, p_{12,i}, p_{21,i}, p_{22,i}$ を係数とする 1×3 行列になる．このため，式 (8),(9) が線型方程式となり δ_0, δ_1 は容易に算出が可能である．

$$M_{G_{i,z}} = \begin{bmatrix} p_{11,i} \delta_0 + p_{12,i} \delta_1 & p_{21,i} \delta_0 + p_{22,i} \delta_1 & s \end{bmatrix} \quad (10)$$

このパラメータが求まると，空間上で終点の2つの条件を満たす．最後に制御点に行列 T^{-1} を掛け元の座標に戻す．

一般的な class A Bézier 空間曲線の対話的生成手法の第二の手法は，式 (5) の行列 M の左上 2×2 行列成分および第3行3列成分を参考文献 [4][2] と同様に摂動させる方法である．基本的には1つ目の手法と同様に算出できるが，行列 M の左上 2×2 行列成分を摂動させると，制御ポリゴンは図5や図6のように一定の回転角 θ にはならない．このため，式 (6) の求めるパラメータに回転角 θ を加え，次式のように投影平面での接線方向の最適化も加える． ω は， $\hat{\mathbf{a}}_3 - \hat{\mathbf{a}}_2$ と $\Delta \hat{\mathbf{b}}_n$ のなす角である．

$$f(s, \hat{\mathbf{b}}_0, \theta) = \left| \sum_{i=0}^{n-1} \hat{\mathbf{b}}_0 \cdot M^i \frac{\Delta \hat{\mathbf{a}}_0}{|\Delta \hat{\mathbf{a}}_0|} - (\hat{\mathbf{a}}_3 - \hat{\mathbf{a}}_0) \right| + \omega \quad (11)$$

以降は，行列 M_G の δ_0 と δ_1 を同様に求めればよい．

6 実行結果

曲率対数グラフと振率対数グラフは，曲線の性質を解析することができる．曲率対数グラフは，縦軸が $\log(\rho |\frac{ds}{d\mu}|)$ ，横軸が $\log \rho$ であり，曲率を $\kappa (= 1/\rho)$ としたとき， $\log(\rho |\frac{ds}{d\mu}|)$ は，

$$\frac{d\rho}{ds} = -\frac{1}{\kappa^2} \frac{d\kappa}{ds}$$

$$\frac{d\kappa}{ds} = \frac{(\dot{\mathbf{x}} \wedge \mathbf{x}^{(3)}) (\dot{\mathbf{x}} \wedge \ddot{\mathbf{x}}) (\dot{\mathbf{x}} \cdot \dot{\mathbf{x}}) - 3 |\dot{\mathbf{x}} \wedge \ddot{\mathbf{x}}|^2 (\dot{\mathbf{x}} \cdot \ddot{\mathbf{x}})}{|\dot{\mathbf{x}}|^6 |\dot{\mathbf{x}} \wedge \ddot{\mathbf{x}}|^2}$$

を用いて計算することができる．振率対数グラフは，縦軸が $\log(\mu |\frac{ds}{d\mu}|)$ ，横軸が $\log \mu$ であり，振率を $\tau (= 1/\mu)$ としたとき， $\log(\mu |\frac{ds}{d\mu}|)$ は，

$$\frac{d\mu}{ds} = -\frac{1}{\tau^2} \frac{d\tau}{ds}$$

$$\frac{d\tau}{ds} = \frac{((\dot{\mathbf{x}} \wedge \ddot{\mathbf{x}}) \cdot \mathbf{x}^{(4)}) |\dot{\mathbf{x}} \wedge \ddot{\mathbf{x}}|^2 - 2((\dot{\mathbf{x}} \wedge \ddot{\mathbf{x}}) \cdot \mathbf{x}^{(3)}) (\dot{\mathbf{x}} \wedge \mathbf{x}^{(3)}) (\dot{\mathbf{x}} \wedge \ddot{\mathbf{x}})}{|\dot{\mathbf{x}} \wedge \ddot{\mathbf{x}}|^4 |\dot{\mathbf{x}} \cdot \ddot{\mathbf{x}}|^2}$$

を用いて計算することができる．

典型的な class A Bézier 空間曲線 (図9) と一般的な class A Bézier 空間曲線 (図10) の実行結果を示す．図9, 図10の $\mathbf{a}_0 \cdots \mathbf{a}_3$ は同じ位置にある．なお，図11に典型的な class A Bézier 空間曲線の次数を変化させた場合の曲率・振率対数グラフを示す．典型的な class A Bézier 空間曲線は，次数を上げていくと曲率，振率対数グラフが共に傾き1の直線に近づく．これより，典型的 class A Bézier 空間曲線は，次数を高くしていくと，対数美的空間曲線 [3] の $\alpha = 1$ および $\beta = 1$ の場合に近づくことが分かる．これに対し，一般的な class A Bézier 空間曲線は，曲率と振率のバリエーションを持つ．

図12に，4次および7次の典型的な class A Bézier 空間曲線の描画可能領域を示す． $\mathbf{a}_0 = [-10 \ 2 \ 0]$ ， $\mathbf{a}_3 = [10 \ 2 \ 0]$ の位置に固定し， \mathbf{a}_1 を xy 平面上で， $\mathbf{a}_1 - \mathbf{a}_0$ と xz 平面のなす角 ζ を 30, 50, 70 度とし， $\mathbf{a}_2 - \mathbf{a}_3$ の x 成分が負の値で y 成分が正の値の範囲で様々に動かした時の描画可能領域を示している．なお，描画可能領域が2つに分かれる理由は，スケール s が1より大きい場合小さい場合があるからである．

Class A Bézier 曲線の幾何的性質を調べるために，class A Bézier 曲線とそれを近似する曲線により生成された曲面の反射線を調べる．近似な曲線は，class A Bézier 曲線に近くなるように手作業で作成し，曲

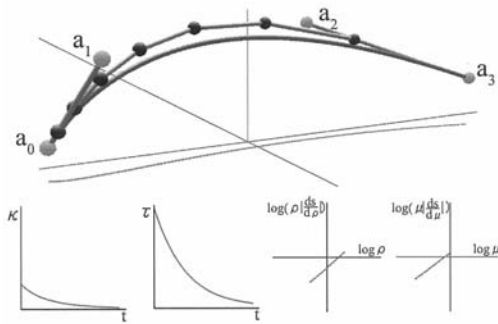


図9 典型的な class A Bézier 空間曲線

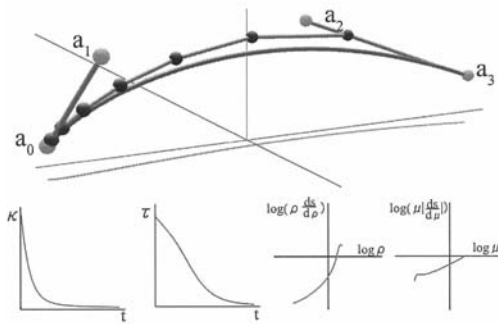


図10 一般的な class A Bézier 空間曲線

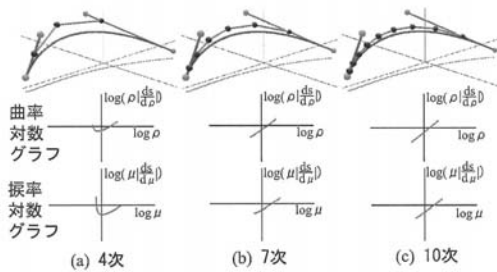


図11 次数による曲率，振率対数グラフの変化

率変化の単調な曲線ではない。図13(a)は，class A Bézier 曲線をスイープした曲面であり，(b)は近似曲線をスイープした曲面である。図13から class A Bézier 曲線から生成した曲面は，うねりなどが生じにくいことがわかる。この評価は，非常に単純なものであり，今後 class A Bézier 空間曲線の性質を生かした曲面生成を行う必要がある。

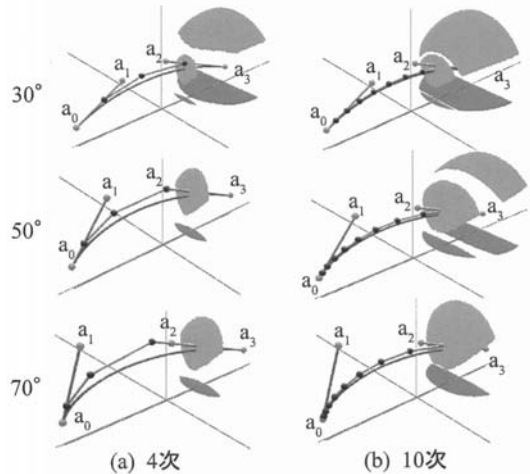


図12 典型的な class A Bézier 空間曲線の描画可能領域

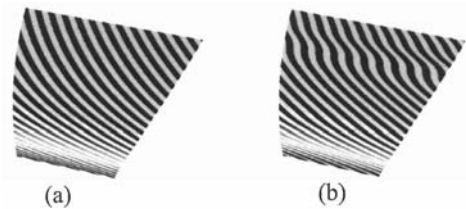


図13 曲面

7 まとめ

本報告では，典型的 class A Bézier 空間曲線および一般的 class A Bézier 空間曲線の対話的生成手法について述べた。Class A Bézier 空間曲線は，Pentium M 1.7GHz のコンピュータにおいて十分にリアルタイムに生成可能である。今後の課題には，class A Bézier 空間曲線を用いた高度に美的な曲面の生成などがあげられる。

参考文献

- [1] G. Farin, Class A Bézier curves, Computer Aided Geometric Design, Vol. 23, No. 7, pp. 573-58, 2006.
- [2] 平岩智之, 吉田典正, 斎藤隆文, 一般的な Class A Bezier 曲線の対話的生成, 精密工学会秋期大会学術講演会, pp.353-354, 2007.
- [3] 吉田典正, 斎藤隆文, 美的空間曲線の全体像の解明, 情報処理学会グラフィクスと CAD 研究会 Vol.2007, NO.111, pp-55-60, 2007.
- [4] N. Yoshida, T. Hiraiwa, and T. Saito, Interactive control of planar class A Bézier curves using logarithmic curvature graphs, CAD & Application, Vol.5, Nos.1-4, pp.121-130, 2008.