電気系レイアウトDAに於ける概略配線問題を対象とした超大規模整数計画問題について

平澤　知久、　白石　洋一
群馬大学　工学部　情報工学科

電気系レイアウトDA（Design Automation）の種々の問題は組合せ最適化問題として定式化できる。本稿では、特に概略配線問題を平面多種フロー問題として定式する際の超大規模整数計画問題について論じる。レイアウトDA問題は部品を配置する配置問題と部品間を配線する配線問題とからなる。配線問題は概略配線と詳細配線問題の各々からなる。概略配線問題は、配線領域を分割した小領域単位に各配線がどの領域を通過するかを決定する問題である。目的関数は、配線長合計最小化、混雑度平準化、特定の配線経路長の最小化、である。この問題を解くために本稿では問題を平面多種フロー問題として定式化するが、それは制約式の数は数万程度の超大規模整数計画問題となり、処理時間は百数十時間を要すると推定される。従来は処理時間を実用レベルに抑えるために問題の規模を削減する手法を組み込んでいたが、本稿では、階層化並列処理を目的として、改めて超大規模整数計画問題の処理時間と解の整数性を実験したので報告する。

On the Very Large Integer Linear Programming Problem generated from a Global Routing Problem in an Electronic Design Automation

Tomohisa HIRASAWA, Yoichi SHIRAISHI
Department of Computer Science, Gunma University
E-mail : { hirasawa, siraisi }@keim.cs.gunma-u.ac.jp

The problems encountered in the Electronic Design Automation are formulated as the combinatorial optimization problems. The very large integer linear programming problem, that is, the multicommodity network flow problem, is formulated from a global routing problem and it is discussed in this report. The problems in the layout design automation consists of the placement and the routing problems. Moreover, the routing problem is divided into the global and the detailed routing problems. The global routing problem is regarded as the problem to find a sequence of channels obtained by dividing the entire routing region. Here, the objective function is the combination of the total wire length minimization, the minimization of the deviation of wire-congestions and the wire-length minimization of the specified wire. The multicommodity network flow problem formulated from the actual global routing problem has more than several tens of thousands of constraint expressions and therefore, the processing time to solve this problem would be more than a hundred of hours. Though conventionally, some approximation techniques are devised to reduce the processing time to the practical range, the processing time and the integer solution without any approximation are reevaluated and discussed in order to parallelize the global routing process.

1．緒言

ＶＬＳＩ(Very Large Scale Integrated circuit)チップの集積度（単位面積あたりの素子数）は年率1.3~1.5倍の割合で増大し、現在では100万トランジスタ規模のＶＬＳＩチップが出現してきている。かつての集積度は１ＩＣ(Integrated Circuit)あたり数ゲートにすぎなかったが、最近では計算機のＣＰＵ(Central Processing Unit)全体が１チップに集積化されるようになってきた。それに伴い、ＶＬＳＩの機能はより一層複雑化し、さらに小量多品種、設計・製造期間の短縮が重要なＡＳＩＣ(Application Specific Integrated Circuit)と呼ぶＶＬＳＩチップが出現して、その設計は工数・期間ともに人手の能力の限界を超えたといえる。

このため電子計算機を用いてＶＬＳＩチップの設計を支援、又は自動化する、ＣＡＤ(Computer Aided Design)、またはＤＡ(Design Automation)が提案され研究されてきた。その歴史は古く、ＬＳＩの集積度はいまだ低かったにもかかわらず、1961年には既にＶＬＳＩチップ上の部品間を配線する基本的なアルゴリズムが報告されている。当時より研究されてきた自動配置配線アルゴリズムは、ＣＡＤ、またはＤＡシステムに組み込まれ、1980年代のその急速なニーズの高まりと共に実用レベルに達してきた。そこでは各種ＶＬＳＩチップモデル、各レイアウト設計フェーズに対して自動レイアウトシステムが構築されて、設計工数削減、期間短縮に大きく貢献している。しかし現在では、超大型計算機に使用されるＶＬＳＩチップ、アナログＬＳＩチップのレイアウトなど、単に素子を配置し素子間を配線するだけでなく、回路の電気的特性についても同時に最適化をはかる、との高度な要求が高まっている。そのため、より広い回路形式とより広い範囲のＶＬＳＩチップモデルを対象とし、かつ、高品質なレイアウトを生成する配置配線アルゴリズムが活発に行われている［２］。

ＶＬＳＩのレイアウト設計は、論理設計による論理図と部品の情報を入力としてチップのレイアウトパターンを出力するものである（図１）。配置処理は初期配置と配置改善処理の各処理からなる。配線処理は概略配線、詳細配線の各処理からなる。概略配線は配線経路を配線格子より粗い格子で決定する。詳細配線では概略配線結果に従って配線格子上の配線経路を決定する。基本的な手法は、迷路法、線分探索法、チャネル割り当て法で、これを組み合わせて使用することが多い［２］。

概略配線手法は３種類の手法：（１）初期経路決定と経路改善の組み合わせ手法、（２）数理計画法に基づく最適手法、（３）階層的反復分割手法、に分類できる。今回の手法は（２）に属する。（２）の従来手法は予め配線経路を各ネット毎に複数登録しておき、目標関数を元にそれらの選択に際し数理計画法を適用するものである。したがって予め配線経路の登録が必要、登録した配線経路以外は発生できない、の問題点がある。本手法は数理計画法を元に、全配線を考慮しつつ配線経路を逐次構成していくイメージで、配線径路の登録は不要で、かつ発生できる配線経路に制限はない。

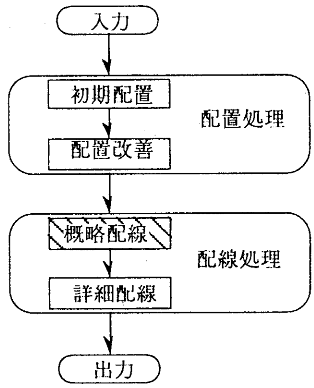


図１　　レイアウト設計

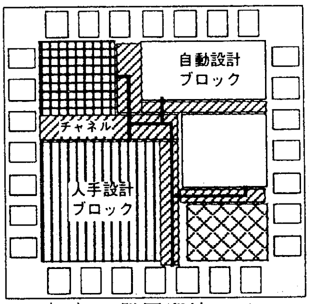
2．超大規模線形計画問題

産業界において実用化されている線形計画モデルの規模の調査結果［３］からみれば、企業で利用されている実用モデルの約70%は制約式が数千程度である。大規模線形計画問題の一般的な定義は存在しないが、線形計画モデルの計算機による運用管理および最適化計算の難易度からみれば、制約式が数千程度のモデルを大規模線形計画問題としている［３］。実際に、制約式が数千程度のモデルは汎用線形計画プログラムの標準的算法により殆どが容易に解を得ることができる。制約式が数千程度のモデルでは、対応を進めるうえで、モデルの大規模化に起因する線形計画モデルの作成、運用および最適化計算に関連する多くの問題が発生する。ここでの大規模線形計画問題の定義は、このような経験的、実用的な視点からの分類である。大規模線形計画問題においてこれらの課題を解決しモデルの最適解を得るためには、大規

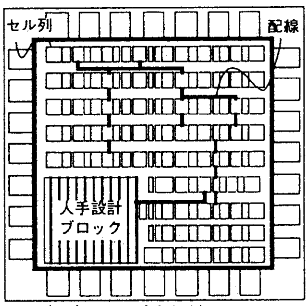
模線形計画問題のための算法を適切に使うことが必要になってくることになる。

このように制約式が数千程度の大規模線形計画問題は現在までに活発に議論されてきた。しかしながら制約式の数が1万行を超える超大規模線形計画問題に対しては未だに困難であり、あまり議論されてきていない［3］。

本手法による概略配線処理を定式化した場合、実用規模の配線問題で数万行規模の制約式が予想される。制約式nの数はネット数、チップサイズに依存しているため、今後ともネット数、チップサイズの増加にともなう制約式の増加が予想される。



（a）　階層配線モデル



（b）　一括配線モデル

図2　　配線モデル

3．配線モデル

図2に配線モデルを示す。階層配線モデルでは、配線はブロック間とブロック内に分けて階層的に行う。一括配線モデルでは、全配線を1レベルで行う。概略配線問題はそれぞれの問題中で定義される。今回述べる手法はこれらすべての概略配線問題を対象とする。

4．配線処理

図3に配線処理構成を示す。ここで詳細配線処理を3段階に分け、概略径路を遵守する、無視する、引き剥がし再配線を行うとする。これは、概略配線処理中の推定容量と詳細配線処理での実配線容量の差により発生する未配線の吸収と、引き剥がし再配線処理の効率向上を狙ったものである。

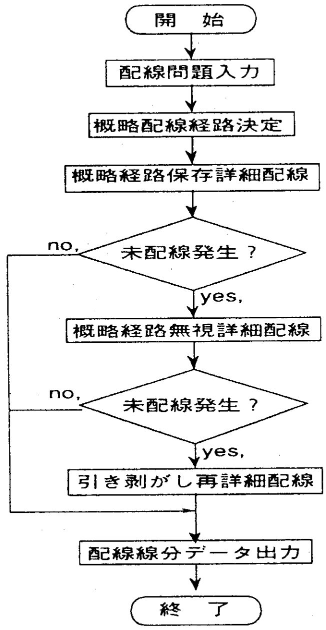


図3　　配線処理構成

5．ネットワークフローを用いた概略配線

定義1　概略配線問題

入力：配線集合、配線領域、ブロック配置結果、ブロック内レイアウト結果、配線層、配線格子及プロセス条件

出力：ブロック間チャネル、概略配線経路

目的関数：混雑度平準化と配線長合計最小化

ここで目的関数の混雑度平準化は、チャネル境界の通過配線本数が推定配線容量以下との制約条件の遵守として実現する。また、概略配線経路はブロック間チャネルの系列として表現する。

定義2　チャネル隣接グラフ

チャネル隣接グラフとは無向グラフG＝（V，E，Ψ）、V、E、Ψはそれぞれ頂点集合、辺集合、辺の隣接関係である。頂点はチャネルに対応し、

辺は境界を共有するチャネル間に作成する。各辺には２種類の重みを与える。即ち、対応する境界の配線容量と隣接チャネル間の距離である。

チャネル隣接グラフを図４に示す。配線領域外部の上下左右の領域のそれぞれに対応する頂点を生成し、それらの間に辺を作成する。

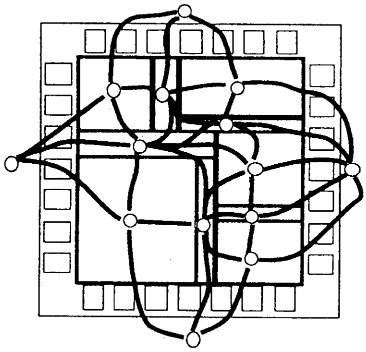


図４　　チャネル隣接グラフ

６．概略配線問題の平面多種フローとしての定式化

図５に概略配線問題を平面多種フロー問題として定式化して解く場合の処理フローを示す。まずチャネル、およびチャネル隣接グラフを作成し、多端子配線を２端子毎に分解して平面多種フロー問題を定義する。続いて整数計画法により平面多種フロー問題を解く。

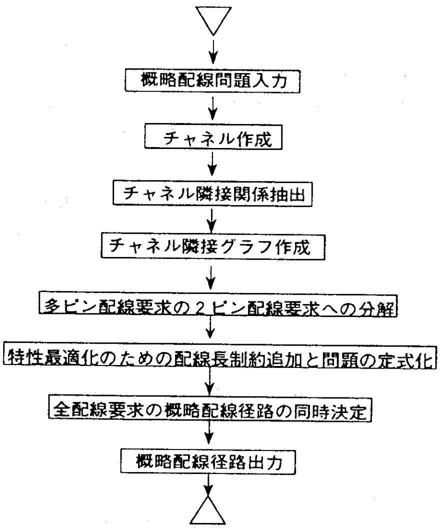


図５　　概略配線処理フロー

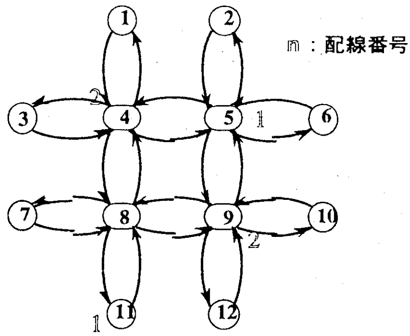


図６　　概略配線問題の例

単純な例(図６）を元に概略配線問題の平面多種フロー問題としての定式化を述べる。

平面多種フローとしての定式化

配線

$P_k=(v_i,v_j)$、配線幅＝フロー量で表わす。v_i は始点であり、v_j は終点である。例題の配線では、$P_1=(v_5,v_{11})$、$P_2=(v_9,v_4)$、配線幅１とする。チャネル隣接グラフの無向辺を互いに逆向きな２本の有向辺にする。

フロー変数

$x^k_{ij}=0$ or 1で配線 k が辺 i j を通過しない（＝０）か通過する（＝１）を表わす。

目的関数

配線長合計→最小。

例題では、

$$\sum_{ij=1}^{12} r_{ij}(x^1_{ij}+x^1_{ji})+\sum_{ij=1}^{12} r_{ij}(x^2_{ij}+x^2_{ji}) \rightarrow \text{最小化}$$

r_{ij}は辺 i j の長さを表わす。

フロー保存則

経路グラフの各頂点において、その頂点に流れ込むフローとその頂点から流れでるフロー間に保存則が成立する。

流れ出るフローを正、流れ込むフローを負で表す。頂点v_i において、配線 k に対して

$$\sum_{ij}^{12} (x^k_{ij}-x^k_{ji})=\text{配線 k の始点なら１、終点なら－１、通過点なら０。}$$

上式左辺の和は、配線 k に関して頂点v_i に流れ込む、流れ出るフローの和を表す。但し、和は i j間に辺が存在しないときは除外する。

容量制限条件

各辺ｉｊにおいて、その辺を通過するフローの総和は予めその辺に与えられている容量以下でなければならない。

$$\sum_{k=1}^{2}(x_{ij}^{k}+x_{ji}^{k})\leq\beta_{ij}$$

β_{ij}は辺ｉｊ又はｊｉに与えられている容量である。

以上の平面多種フロー問題を（G，β）で表わす。

7．従来手法

6の平面多種フロー問題を解くには通常膨大な処理時間を要し、最適解を保持しつつ如何にして問題を実用範囲の処理時間で解くかが重要な課題となる。整数フローを持つ平面多種フロー問題の解法としては整数計画法が知られている。整数計画法は一般には線形計画法を複数回繰り返して解いている。平面多種フロー問題を定式化した整数計画問題は、実用規模の配線問題で数万行×数万列規模の制約行列を含む。これを単体法で解くと1ループ当り百数十時間の処理時間が必要と推定される。そこで従来は下記の問題の規模削減手法が提案されていた。

（1）フロー種類数削減手法

実際のブロック間概略配線問題では、チャネル隣接グラフ上で始点と終点が一致する配線を1本に纏めることにより、配線総数を10分の1以下にすることができる。同一始終点を持つｎ配線を、フロー要求量ｎを持つ1配線と見なして問題を定式化し解くことにより、最適性を保存して問題の規模を削減できる。

（2）探索範囲限定手法

チャネル隣接グラフ上で配線径路探索範囲を限定して、探索範囲外のフロー変数を0に固定して問題の規模を削減する手法である。

以上の問題の規模削減手法を用いることで、変数をそれぞれ20分の1、8分の1に削減しており、ある程度の成果を上げていた［1］。

しかしながら実用化においては機能上の欠点、即ち、大規模化、幅広配線の混在などの複雑化、最適性の保持等の実現が困難であった。よって上記のような問題の規模削減手法を用いずに解法を階層化並列処理をベースに再構築することで、欠点を克服することを考える。このような考えの元に、今回、特に高速化手法を用いずに処理時間の評価を行った。階層化並列処理の詳細は9で述べる。

8．評価結果

図7に今回実験で用いたモデル（Gate array type）を示す。このモデルは5×5のチャネルと上下左右4方向の外部への配線からなっている。

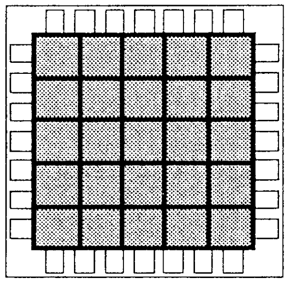


図7　　実験データ

制約式の行数は、

29×（ネット数）＋121

であり、ネット数が50本のときは制約式は約1500行、1制約式に約6000の変数が存在する。

上記のモデルを用いて概略配線問題を解くアルゴリズムを単体法をもとにプログラム化して、処理時間を評価した。

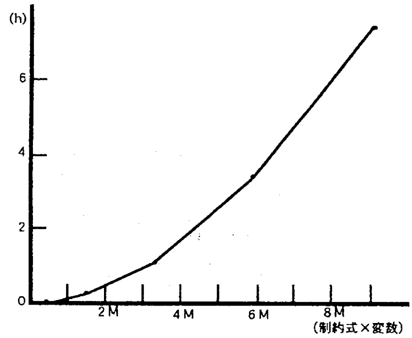


図8　処理時間（ｓｓ10調べ）

図8は本概略配線手法の処理時間を示したものである。処理時間は単体法を解くのに要した時間である。

ここで整数計画問題を単体法で解く際に、実数解の発生が考えられる。当初、実数解の出る頻度が規模と相関があると予想したが特になく、実際に50例中3例の問題で実数解の存在が認められた。また実数解が存在したデータを見ると1割程度の

変数が実数解であり、この結果、今のところ実数解の対処はさほど困難ではなく、整数解への丸めが可能であると思われる。

図８から数理計画法により解くべき行列の大きさはネット数の２乗のオーダ、チャネル隣接グラフの頂点数の２乗のオーダで増加する。これは問題規模増加にともない処理時間が急激に増加することを示している。故に、より高速に問題を解く手法、又は問題規模を抑える手法が必要となってくる。問題をより高速に解く手法として、線形計画法を解く際に単体法の代わりに、より高速な内点法を用いる手法がある［３］。しかし、内点法は処理の複雑さと所要メモリ量の問題がある。そのためここでは、次のように本概略配線処理を階層並列化して問題の規模自体を削減することにした。

９．並列化

処理時間の増加に伴い本概略配線手法の並列化を考える。処理時間がネット数とチャネル隣接グラフの頂点数に依存しているのでそれを減らす方向に分割することを考えていく。ネット数に対しては本手法が概略配線の同時決定に特色があるために並列化することは難しい。チャネル隣接グラフの頂点数に対しては次のような並列化手法が考えられる。図９の様に階層的にｎ分割する方法である。しかしながら最適性を考えた場合、各段階では最適であるが全体を通しての最適性が失われる可能性がある。

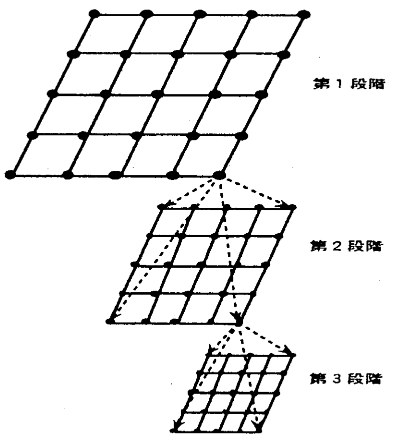


図９　　本手法の並列化

１０．並列手法の予想処理時間

例として100×100チャネルの概略配線問題の並列化を考える。３段階に分けて実現することを考えると、第１段階では４×４の頂点、第２、第３段階では５×５の頂点を持つことで100×100チャネルの計算が可能となる。

分列統合処理等の時間を全く無視しているが、このモデルを用いてネット数５０本に対して処理時間を予想するとオーダ的に次のようになる。

表１　　予想処理時間

処理時間（h、ｓｓ１０）		
並列化しない手法	並列手法	
10^5 程度	第１段階	0.4
	第２段階	0.3
	第３段階	0.3
	計	1.0

１１．結言

１１．１　結言

（１）概略配線処理を数理計画法に基づく最適手法により評価した

（２）最適性を保持したままで大規模線形計画法を用いて本手法の処理時間を評価した

（３）実数解の発生する割合を評価した

（４）本手法の並列化手法を考案し、処理時間の予測をたてた

１１．２　今後の課題

（１）超大規模線形計画法を高速に解く単体法を設計する

（２）実数解の丸め手法を考案する

（３）本並列概略配線処理プログラムを開発し評価する

参考文献

［１］Y.Shiraishi,et al.：A Grobal Routing Alogorithm Based on the Multi-Commodity Network Flow Method；IECE Trans. on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences, Vol.E76-A,No.10,1993

［２］例えばE.S.Kuh,et al.：Global Routing；Layout Design and Verification, edited by T.Ohtsuki, Elsevier Science Publishers, North-Holland, 1986

［３］反町洋一：「講座・数理計画法３　線形計画法の実際」、産業図書、1992