Tabu Searchによる無閉路有向グラフの最適系列分割問題と特性評価

加地太一

小樽商科大学

先行順位のある要素をその先行順位を保持したまま、いくつかのステーションに配置する問題を考える。これらの問題は基本的に無閉路有向グラフの頂点を先行順位の関係を無視せずに分割する問題として表すことが可能であり、この無閉路有向グラフの系列分割問題に置き換え考察することができる。

本論文では、無閉路有向グラフの系列分割問題に対するTabu Search法の適用とその有効性について検討している。本問題に対してデータ構造の工夫、独自な近傍構造の開発、および問題の特性を生かしたヒューリスティクな戦略の導入を行い、優れた効果が実現できる有効な手法であることを示す。

A Tabu Search Approach and Characteristic Analysis for the Optimal Sequential Partitions of Directed Acyclic Graphs

Taichi Kaji

Otaru University of Commerce

We think about the problem to assign the elements to an ordered sequence of stations such that the precedence relations are satisfied. These problems can be shown as a problem for sequential partitions of the nodes of a directed acyclic graph into subsets. We especially consider problem for finding a minimum total cost of the cut edge under the restriction of the size of block.

In this paper, we examine approach and effectiveness for tabu search to the optimal sequential partitions of directed acyclic graphs. For this problem, we show effective data structure and develop effective original neighborhood structure. Furthermore, we try improvement of approximation degree by original heuristic methods. Finally, we examine performance and effectiveness to this problem.

1．はじめに

先行順位のある要素をその先行順位を保持したまま、いくつかのステーションに配置する問題を考える。これらの問題は基本的に無閉路有向グラフの頂点を先行順位の関係を無視せずに分割する問題として表すことが可能であり、この無閉路有向グラフの系列分割問題に置き換え、本問題を考察する。

本問題に対しては動的計画法にもとづく厳密解法が構成でき[5]、m並列に近い構造を持つ頂点数nのグラフに対して計算量$O(n^m)$で求められる。しかし、この算法ではランダムなグラフに対しては頂点数の増加とともに指数的オーダーの計算時間を必要とし、頂点数の多いグラフに対しては実質的な時間内では計算が不可能である。したがって、我々は本問題に対し効果的な時間内で計算可能な近似解法の適用を試みる。その近似解法として昨今、種々の問題で優れた成果を示しているTabu Search[2),3),4),7),8),9)]を採用することとする。Tabu SearchはFred Gloverによって提案された局所探索法の変形である。その大まかな戦略は探索過程で以前に探索した解に再び戻る解のサイクリングをタブーリストを設けることによって禁止する処置をとることである。

本稿ではまず、無閉路有向グラフの系列分割問題についての諸定義を定め、Tabu Searchの戦略についてべる。さらに本問題をTabu Searchへ適用する場合の近傍等の基本的考えを示す。次に具体的な算法の実現と工夫点について論ずる。最後に特性評価および挙動解析を行うための数値実験の結果とその考察について明らかにする。

2．諸定義

単一の入口と出口を持つ無閉路有向グラフ$D(V,E)$が与えられたとき、Dの有向辺が定めるV上の順序関係の反射的かつ推移的な閉包をとって得られる順序関係を$\preceq$とする。関係$\preceq$はDが無閉路であることから反対称性をみたし、半順序関係となる。このようにして、Dから導かれる半順序集合を$(V,\preceq)$で表す。

定義１．　空でない部分集合$A\subset V$から誘導されたDの部分グラフを$\mathcal{D}(A)$で表す。$\mathcal{D}(A)$の任意の２点を結ぶD内の有向路がすべて$\mathcal{D}(A)$の有向路となるとき、$\mathcal{D}(A)$は<u>系列を保持する</u>Dの部分グラフであるという。

定義２．　Vの部分集合Aが、$A^c\times A$から選んだ２元対(x,y)に関して、xとyが$\preceq$において比較可能ならば常に$x\prec y$が成立するとき、(A^c,A)をAによって定まるVの<u>切断</u>という。そして、Aをこの切断の<u>上組</u>、A^cを<u>下組</u>という。

定義３．Vの互いに素な部分集合XとYがそれぞれVのある切断の下組と上組に含まれるならば、XとYは切断により<u>分離</u>されるといい、$X|Y$で表す。XとYについて$X|Y$または$Y|X$が成り立つとき、XとYは<u>分離可能である</u>という。

$X|Y$は定性的には“XがYより前にある”ことを、またXとYを結ぶ辺が存在するときには“それらの辺はすべて同じ向きをもつ”ことを表している。

ここで、無閉路有向グラフの系列分割を次の様に定義する。

定義４．　$D(V,E)$の頂点集合Vの分割が$V_1|V_2|\ \dots\ |V_k$を満たすように順序づけられるとき、この分割を$D(V,E)$の<u>系列分割</u>という。

このとき、各分割成分V_iは系列保持の性質をもつ。図１は無閉路有向グラフの系列分割の一例である。

この系列分割の上で、各成分に課せられた制約条件のもと、最良の評価値をもつ分割を求める問題を系列分割問題とよび、本論文では以下の様な制約条件および評価値を考え、特に、この問題を“総カット値を最小化する系列分割問題”と呼ぶ。

総カット値を最小化する系列分割問題で考えるネットワークは、多重辺をもたない単一の入口と出口を持つn個の頂点からなる無閉路有向グラフ$D(V,E)$として与えられており、$D(V,E)$のすべての頂点$v\in V$には重み$w(v)$が、各有向辺$(u,v)\in E$にはコスト$c(u,v)$が付与されている。これらの値はすべての$u,v\in V$について、条件$0<w(v)\leq B$,および$c(u,v)\geq 0$を満たす整数であり、Bはブロックサイズと呼ばれる問題に固有な正の整数である。このとき無閉路有向グラフの系列分割において、$|V_i| = \sum_{v\in V_i} w(v) \leq B$のもとで、切断される辺のコストの総和を最小にする分割を求める。

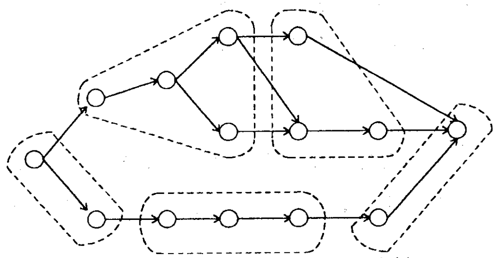

図１　無閉路有向グラフの系列分割

3．Tabu Searchの基本的構造

Tabu Searchは人間の記憶の構造を利用した解への探索方法であり、解のサイクリングを避けるためにタブーリストという記憶域を設け、一部の探索を禁止する処置をとる。すなわち、Tabu Searchは最近のs個の探索解をタブーリストに記憶しておき、それらを候補から除く、あるいは最近のs個の探索解で生じた属性の変化方向をタブーリストに記憶し、これらの変数の逆方向への変化を禁止する処置をとる。ここで、タブーリストをαとすると、Tabu Searchでは現在の解x^{now}の近傍集合$N(x^{now})$からαを除き、その中から最小コストとなる解x^{next}を選択する。また近傍集合からαを除いた新たな集合を$N(\alpha,x^{now})$とする。すなわち、$N(\alpha,x^{now})=N(x^{now})-\alpha$となる。その移動を行う関数を以下に示す。

$$move(x^{now})=\begin{cases} x^{next}, & if\ \cos t(x^{next})\leq \cos t(x)\ for\ all\ x\in N(\alpha,x^{now}) \\ \varnothing\ , & if\ N(\alpha,x^{now})=\varnothing \end{cases}$$

またαの（最大値の）長さをlengthとし、以下の算法構成で基本的なTabu Searchを記述する[7)、8)、9)]。

1: $t := 0$;
2: x_0:= initial solution;

```
α := ∅;
length := a positive integer;
while stopping-criterion <> yes do begin
    x_{t+1} := move(x_t);
    α := α ∪ x_t - x_{t-length}
    t := t+1;
end;
```

Tabu Searchの構造上、解の近傍の構成法、およびタブーリストの要素、リストの構築等が、この算法にとって重要な役割を担い、大きな影響を及ぼす。また、Tabu Searchは非常に柔軟性の高い枠組みでもあり、問題の性質を利用した戦略、目的関数を選ぶことによって柔軟に効果的算法を構成することができる。

4. 近傍とタブーの基本的考え

Tabu Searchの算法を構成するにあたって重要な要素はその問題における解の近傍とタブーの要素の構成である。以下にその基本的な考えを述べる。

無閉路有向グラフ$D(V,E)$の系列分割を$\{V_1, V_2, \ldots, V_k\}$とする。$V_i$によって誘導された$D(V,E)$の部分グラフを$\mathcal{D}(V_i)$とする。このとき、$\mathcal{D}(V_i)$の有向辺が定める$V_i$の関係において、極大元および極小元となる頂点$v \in V_i$は系列分割の性質を変えることなく、他のあるブロックV_jに移動できる。vが極大元のときは$D(V,E)$でのvからの流出辺が$V_i, V_{i+1}, \ldots, V_{j-1}; i<j$内の頂点に流入することがなければ、$v$は$V_j$に移動可能である。同様に、$v$が極小元のときは流入辺が$V_{j+1}, \ldots, V_{i-1}, V_i; j<i$内の頂点から流出しなければ$V_j$に移動可能となる。この$v$の$V_i$から$V_j$への移動を$e(v; V_i, V_j)$で表す。

また、V_jの直前あるいは直後に新しい空ブロックを作り、前記と同様な条件が満たされれば、そこにvを移動して系列を拡大するができる。このvのV_j、V_{j+1}の間の空ブロックへの移動を$a(v; V_i, V_j)$で表す。さらに、頂点の移動によってV_iが空になったときには、このV_iを取り除いて系列を縮小することもできる。

与えられた系列分割$\{V_1, V_2, \ldots, V_k\}$に移動$e(v; V_i, V_j)$または$a(v; V_i, V_j)$を行うことによって新しい系列分割が得られる。このようにして得られた系列分割の集合が系列分割$\{V_1, V_2, \ldots, V_k\}$の近傍である。

次に、タブーの要素として解そのものとはせず、通常、解の移動に関係する頂点および辺などを属性として、これをタブーの要素とする。本問題の場合、頂点の移動によって近傍が構成されるので、その移動した頂点を属性と考える。

5. Tabu Searchへの実現

本問題では成分集合の個数、任意の成分集合の要素数は不定であり、$e(v; V_i, V_j), a(v; V_i, V_j)$の単純な適用では、一反復過程での近傍集合からの移動解の選択の複雑化、近似度の悪い局所解への落ち込み、解の探索中での可能解の維持、あるいは可能解への回復の処理などの問題が生じざるをえない。また、本問題において無閉路有向グラフそのものを扱う場合、分割の表現などに複雑なデータ構造を必要とするため、解の近傍構造を実現するためには複雑な処理が要求される。それゆえに、算法の構成、計算の負担に著しい影響を及ぼす。これに対して、本論文では連続的にleft-to-right移動、right-to-left移動を多重に行い、最後に実行可能性を回復する方法を取り効率化を計る。また。データ構造的には無閉路有向グラフを一列化したグラフに変換し、その上で分割を考え、近傍の効果的な処理方法を実現する。まず、一列化グラフによる効果的な実現方法について述べる。

5.1 無閉路有向グラフと一列化グラフ

無閉路有向グラフ $D(V,E)$ の系列分割は下記に示すように頂点集合 V を一列化（トポロジカルソート）することによって得られる一列化グラフと分割を表現するブレイク・ポイントの単調増加列を指定することによって定まる。このとき、一列化グラフとブレイク・ポイント列から無閉路有向グラフの系列分割は一意に定まる。ここで、Vの頂点を順序関係$\preceq$について、一列化して得られる頂点列を

$$v_1, v_2, \ldots, v_n \tag{1}$$

とする。このとき、任意の単調増大な添字列

$$1 \leq p_1 < p_2 < \ldots < p_k \leq n \tag{2}$$

を与えることによって得られる$v_{p_1}, v_{p_2}, \cdots, v_{p_k}$を$b_1, b_2, \ldots, b_k$で表し、列(1)のブレイク・ポイントの列という。ただし、$b_i = v_{p_i}$ $(i=1,2, \ldots, k)$である。ブレイク・ポイントb_iとb_{i+1}の間に存在する列(1)の頂点集合を$V_i = [b_i, b_{i+1}) = \{v_{p_i}, v_{p_i+1}, \cdots, v_{p_{i+1}-1}\}$とすると、明らかに$V_i$は系列を保持する$V$の部分集合であり、$V_1, V_2, \ldots, V_k$は$V$の系列分割となる。よって、一列化された頂点列とそのブレイク・ポイントの集合を与えることによって系列分割を表現できる。したがって、無閉路有向グラフの一列化された頂点列とブレイク・ポイントの集合のデータを管理することによって容易に解の表現が可能となり、これを利用して効果的なTabu Searchを構成する。

5.2 近傍移動の実現

本問題の複雑性より近傍移動$e(v; V_i, V_j)$, $a(v; V_i, V_j)$の単純な適用は処理を複雑化し、解の近似度、計算の負担に影響を及ぼさざるをえない。そこで、基本構成の近傍$e(v;Vi,Vj)$、$a(v;Vi,Vj)$を実現するためには、一列化グラフの頂点列とブレイク・ポイントの列によるデータ表現を用い、その上で成分集合間の頂点の移動、あるいはブレイク・ポイントの移動、およびブレイク・ポイントの付加、削除などによって、近傍構造を構成する。本問題を構成するにあたっては上記の頂点の右および左への移動とブレイク・ポイントの処理の３つの操作を分けそれぞれ各々の処理を行い、それを複合することによって次の解への移動を決定し、近傍$e(v; V_i, V_j), a(v; V_i, V_j)$の効果的実現を計る。

まず、頂点の移動は基本的には２つの成分集合間の左、右移動によって構成する。ただし、最適解の近似を強めるために複数の成分集合間での移動を実

現する。直接前後する２つの分割集合 $V_i=[b_m,b_{m+1})$, $V_j=[b_{m+1},b_{m+2})$に対してV_iの移動可能な頂点のうちコスト変化量が最小となる頂点をV_jへ移動する。このときタブーリスト上に含まれている頂点は移動を禁止する。この処理を集合関数 $\bar{N}(V_i,V_j,Tabu\text{-}to\text{-}left)$ と書く。ただし移動可能な頂点がなければ、V_i,V_jはそのままとする。また、V_jの移動可能な頂点をV_iへ移動する同様な処理を集合関数 $\bar{N}(V_j,V_i,tabu\text{-}to\text{-}right)$ と書く。

近似を強めるために、$\bar{N}(V_i,V_j,tabu\text{-}to\text{-}left)$ の処理をすべての成分集合に順次適合した以下の処理

$$\vec{N}(V_1,V_2,tabu\text{-}to\text{-}left),\vec{N}(V_2,V_3,tabu\text{-}to\text{-}left),\cdots,\vec{N}(V_{k-1},V_k,tabu\text{-}to\text{-}left)$$

を多次元 left-to-right 移動と呼び、関数 $\overrightarrow{multiN}(V_1,V_2,\cdots V_k,tabu\text{-}to\text{-}left)$ で表す。また V_1,V_2, … ,V_kを解xとみなすことにより $\overrightarrow{multiN}(x,tabu\text{-}to\text{-}left)$ とも書く。同様な $\bar{N}(V_j,V_i,tabu\text{-}to\text{-}right)$ の順次適合した以下の処理

$$\overleftarrow{N}(V_k,V_{k-1},tabu\text{-}to\text{-}right),\overleftarrow{N}(V_{k-1},V_{k-2},tabu\text{-}to\text{-}right),\cdots,\overleftarrow{N}(V_2,V_1,tabu\text{-}to\text{-}right)$$

を多次元 right-to-left 移動と呼び、関数 $\overleftarrow{multiN}(V_1,V_2,\cdots V_k,tabu\text{-}to\text{-}right)$ および $\overleftarrow{multiN}(x,tabu\text{-}to\text{-}right)$ で表す。

また、多次元left-to-right移動, 多次元right-to-left移動だけでは成分集合の個数、大きさの大きな変化は望めない。したがってさらに近似を強めるためにブレイク・ポイントの移動を試みる。ある一列化グラフに対してブレイク・ポイントの単調増加列 $\{b_1,b_2,\cdots,b_k\}$ を決定することによって成分集合 $V_1,V_2,\cdots,V_k$ である解 xが示される。このとき、ブレイク・ポイントの移動および付加、削除などによって得られる $\{b'_1,b'_2,\cdots,b'_{k'}\}$ で決定される成分集合 $V'_1,V'_2,\cdots,V'_{k'}$ である近傍解の集合をλと定義し、これによって成分集合の大きさ、個数が変化する。またその変化にともなって頂点の成分集合内の移動も行われる。ただし、$x\in\lambda$ でもあるとする。このとき、λの中で最も低いコストを示す解 x' への移行をDp(x)と定義する。ここでDp(x)を求めることはKernighanの一列化グラフの最適系列分割問題を解く算法[1),6)]と等しく$O(n)$で構築できる。このように近似解法の一部に局部的な厳密解法を取り込むことは $e(v;V_i,V_j)$,$a(v;V_i,V_j)$を凝縮し効果的に作用させ、近似度をより強める効果をもつ。また多次元left-to-right移動および多次元right-to-left移動で生じる非可能解を可能解へ復帰させる働きをもつ。

以上、頂点列の並び、およびブレイク・ポイントの位置に観点をおき、３つの近傍移動の処理に分割し構成した。この処理を一反復過程中において $\overrightarrow{multiN}(V_1,V_2,\cdots V_k,tabu\text{-}to\text{-}left)$, $\overleftarrow{multiN}(V_1,V_2,\cdots V_k,tabu\text{-}to\text{-}right)$,Dp(x)と順次行い、再び合成することによって、容易な処理で効果的な近似効果を持つ近傍移動を作成する。

以上の処理は一反復過程で複数の $e(v;V_i,V_j)$,$a(v;V_i,V_j)$を実行することに等しく、短時間に近似度の改善を行う。また、$e(v;V_i,V_j)$,$a(v;V_i,V_j)$では隣接するブロック以外への移動も考えられるが、上記の処理においても複数の反復および一反復の過程で実行可能である。さらに、本処理を用いることによって頂点の移動可能なブロックへの頂点の存在の可能性が高まり、より多くの分割の組合せの可能性を生むこととなる。

５．３　タブーリストの実現

解移動(x,x')に対しての逆向きの移動の禁止の属性として、(x,x')のとき移動する頂点をあてることとし、多次元的left-to-right移動と多次元的right-to-left移動の２つの移動形式に対して２つのタブーリストTabu-to-leftとTabu-to-rightを設けた。タブーリストは待ち行列構造によって構成されるが、プログラム上では頂点集合に対応する一次元配列を用意し、配列の添え字は頂点に対応するものとする。このとき、初期化の段階で配列のすべての要素を０にしておき、移動対象となる頂点の要素にある正の数を入れ、反復毎に１以上の要素の値に対して１減ずることによって、１以上の頂点を禁断対象とする。ある正の数としてはV_iからV_{i+1}（V_{i+1}からV_i）へ、頂点vを移動したときのコストの変化量が負および正の２つの場合に対して異なる値を用意する。すなわち、変化量が改善されたならばTabuLength1の値、そうでないのならばTabuLength2の値を与える。これらの値の適正値は事前の数値実験により判定する。

５．４　コスト計算

$\bar{N}(V_i,V_{i+1},Tabu\text{-}to\text{-}left)$ の処理の過程で計算する頂点$v\in V_i$のV_iからV_{i+1}への移動に伴うコスト変化量 $\bar{\delta}(v,V_i,V_{i+1})$、および $\bar{N}(V_i,V_{i-1},tabu\text{-}to\text{-}right)$ における頂点$v\in V_i$に関する同様なコストの変化量 $\bar{\delta}(v,V_i,V_{i-1})$は以下の計算式を用いることによって高速に計算することが可能である。

$$\bar{\delta}(v,V_i,V_{i+1})=\sum_{s\in V_i}c(s,v)-\sum_{t\in V_{i+1}}c(v,t) \tag{3}$$

$$\bar{\delta}(v,V_i,V_{i-1})=\sum_{t\in V_i}c(v,t)-\sum_{s\in V_{i-1}}c(s,v) \tag{4}$$

本問題の場合、全く無秩序なランダムグラフに対して、頂点の移動を最短な流出点（流入点）の隣に直接移動する方法、すなわち一列化グラフ上の頂点間の辺の長さをより短くするというヒューリスティクな戦略が効果をもつことが実験より示される。しかし、この戦略を用いると並列構造をもつグラフの解の近似度は極端に落ちることも示されている。コスト関数を以下のように構成することにより、並列構造において近似度が落ちることなく、前記の戦略を取り入れることが可能となる。最短な流出点（流入点）の隣に移動した vを極小元（極大元）とする系列を保持した成分集合を考え、このとき、頂点の重さの総和がブロックサイズ以下で、かつ重さの総

和を最大化する成分集合を$V^+(V^-)$とする。$V^+(V^-)$によって表される以下の新たなコスト変化量を用いることによって、ランダムグラフにも、構造を持ったグラフにも対応できる高い近似度を示す算法が可能となる。

$$\bar{\varepsilon}(v,V_i,V_{i+1}) = \sum_{s \in V_i} c(s,v) - \sum_{t \in V^+} c(v,t) \qquad (5)$$

$$\bar{\varepsilon}(v,V_i,V_{i-1}) = \sum_{t \in V_i} c(v,t) - \sum_{s \in V^-} c(s,v) \qquad (6)$$

5．5　終了判定基準

終了判定基準としては、ある反復回数を繰り返す方法、または局所解が更新された段階から、この値が更新されなくなってからの経過時間がパラメーターStopを越えたときに、算法が終了する方法などが考えられる。求まる局所解が2000前後の反復回数以内で、決定される場合が多いことから、前者の方法では2000前後の反復回数とし、後者の方法ではパラメータStopを1000前後とするのが望ましい。さらに、精度を考慮した場合、上記の値の２倍程度に設定する。

5．6　近似度の改善

現在の段階で求まった近似解に対して、本問題の特徴により、以下の方法を用いさらに近似度を改善することが可能である。本問題で得られる局所最適解の頂点列と最適解の頂点列の構造は部分的な配置が異なるのみで、解の構造としては近い関係にある。すなわち、分割された成分集合の部分的一致が見られる。この性質より、以前に探索した良好な解の情報を積極的に使うことにより、さらに良好な解を探索する戦略が考えられる。この考えを取り入れ、現在得られた局所最適解を初期解とおき、タブーリストをすべて空として再び探索を進めることは有効な結果をもたらす可能性が強い。また、再出発による解の決定は反復回数の初期の段階で決定される傾向がみられるので、この過程での終了判定基準に用いる反復回数、およびパラメータStopの値は前記で示した数の1/2の値を用いる。

6．　数値実験

本章では上記で構成したTabu Searchの算法に対しての特性評価および挙動解析を行う。なお、以下の数値実験は小樽商科大学情報処理センタArgoss5270(SUN)およびDEC3000上で行い、計算時間に関する数値実験はArgoss5270(SUN)を使用した。まず、Tabu Searchを効果的に動作させるために、最も重要なパラメータは禁止リストの長さである。このパラメータの値は事前の数値実験から考察することとなる。本問題においては２つの禁止リストTabu-to-leftおよびTabu-to-rightを設けているが禁止リストの長さのパラメータは両禁止リストとも共通とする。このとき、任意の頂点の移動に関与するコスト変化量が改善された場合TabuLength1、そうでない場合TabuLength2と２つのパラメータを用いる方法が考えられる。実験的にはTabuLength1の適正値に対して若干低めにTabuLength2の値を設定するのが良好である。しかし、結果的にはTabuLength2の効果はTabuLength1の効果とほぼ等しく、両者とも同じ値であるTabuLengthとし、算法を構成するものとする。このTabuLengthの適正値について、TabuLengthの値の変化に対してのコストの値の変化を数値実験で確かめ考察する。図２、３、４は頂点数５００のランダムグラフに対しての数値実験の一例であり、それぞれブロックサイズが１０、３０、５０の場合を扱う。この実験より、ブロックサイズ１０の場合、１、２が適正であり、ブロックサイズ３０の場合、６前後であり、ブロックサイズ５０の場合、１０前後となった。TabuLengthの適正値はこの結果よりブロックサイズの大きさに影響されると考えられる。すなわち、ブロックサイズの１／１０から１／５の大きさをTabuLengthの適正値とすることが望ましい。

次に５．４章で述べた改良型のコスト変化量の計算式を用いることにより示される効果について検討する。図３で用いたグラフに対して新たなコスト変化量を適用した同様な実験を行い、その結果を図５に示す。これより、TabuLengthが２０以内の範囲で求まる良質な解において、特に著しい改善が見られた。この算法を並列構造グラフに適用した結果、近似度の悪化はみられない。したがって、この変化量により並列構造において近似度が落ちることなく、無秩序なランダムグラフに対する効果が得られることが判明した。

第５．６章で示される局所最適解からの再出発による近似度の改善の効果は表１より考察する。表１では図３用いられたグラフに対して代表的な値のみを取り出し、再出発を適用しない場合の値と、適用した場合の値との比較を示している。これより、再出発の効果により解が改良されていることがわかる。ただし、解の近似度が悪い場合、著しい効果をもたらすが、良質な解の場合、改善率は低い傾向が見出される。

最後に２並列グラフに対しては厳密解を求めることが可能であるので、Tabu Searchとの比較を試み、局所解の近似度について論じる。表２はブロックサイズ、エッジコスト、中間エッジを変化させた場合の頂点数２００の２並列グラフのコストの比較である。表２よりエッジコストがすべて１の場合、Tabu Searchの結果は最適解にほとんど近い値か最適解そのものとなる。しかし、エッジコストの値が幅広く変化する場合、近似度は前記に比べて悪くなる傾向がある。これはカットされる辺のコスト値が大きな範囲を持つため、カットの選びかたにより、解の値に大きな影響を及ぼす結果となるためである。しかし、ブロックサイズが大であると、そのカットの選びかたに多様性があるので最良な値を選びやすく、上記の影響は現れない。３並列等の同様な実験でも同じ傾向が示された。しかし、エッジコストの広がりによる影響は強くでる傾向がある。また厳密解法では頂点数の大きいランダムグラフに対しては実質的に計算が困難であるが、本算法ではブロックサイズ30で頂点数500のランダムグラフに対して一反復平均38msの計算時間を必要とし、2000反復で約76秒の計算時間を要し、同様な頂点数1000のランダムグラフ対しては一反復平均82msで、2000反復で約164秒の計算時間となる。これは近似解を求めるのに十分に効

果的な時間内での処理が行えるものと考えられる。

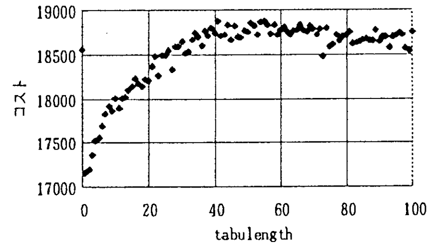

図２　ブロックサイズ10に対するtabulengthとコスト

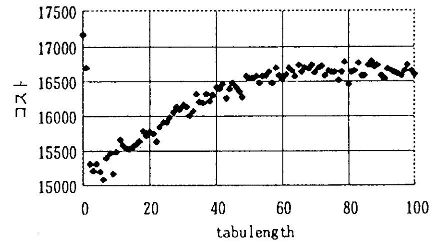

図３　ブロックサイズ30に対するtabulengthとコスト

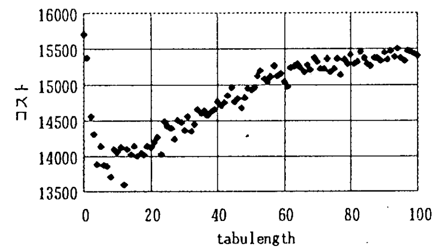

図４　ブロックサイズ50に対するtabulengthとコスト

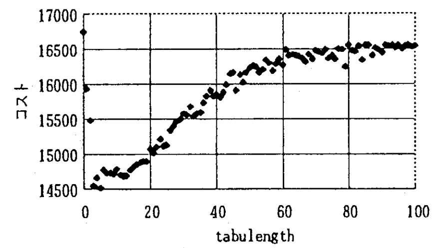

図５　$\bar{\varepsilon}(\bar{\varepsilon})$ に対するtabulengthとコスト

７．　おわりに

本稿では、無閉路有向グラフの系列分割問題に対する効果的なTabu Searchの適用を試みた。すでに、Tabu Search法により優れた効果を示したグラフの２分割問題に関する研究[9]があるが、本問題の場合、系列性を保存する多分割問題であり、また、解の成分集合の個数、各成分集合の要素数が不定であり、より複雑化したグラフ分割問題となる。したがって、標準的なTabu Search法（近傍構造の設定等）の適用では効果的な結果は得られない。この複雑な構造に対して、本論文では、無閉路有向グラフの分割をその一列化グラフと分割を表現するブレイク・ポイントの集合によるデータ表現を用い、その上で頂点の連続的な系列を保持する移動とブレイク・ポイントの移動、付加、削除の処理に局部的な最適化を用い、これらの処理を複合統括し、本問題に効果的な独自な近傍構造を実現した。また、近似度を増すために、本問題の特徴を利用したヒューリスティクな戦略を組み込み、特に、ヒューリスティクな知識を取り入れたコスト変化量の計算式、および求められた最良解の情報を利用することによってさらに良好な解を探索する戦略などに効果を得た。最後に本問題に対してのTabu Search法の適用に関する数値実験を行った結果を示し、その性質、性能、および戦略の効果を明らかにするとともに、本問題への有効性について示した。

参考文献

1)Kernighan,B.W. : Optimal Sequential Partitions of Graphs, J.ACM, Vol.18, No.1, pp.34-40(1971).

2)Glover, F. : Tabu Search 1 , ORSA J.C. ,Vol.1,No3,pp190- 206(1989).

3)Glover, F. : Tabu Search 2 , ORSA J.C. ,Vol.2,No1,pp4-32(1990).

4)Reeves,C.R : Mondarn Heuristic Techniqus for Combinatorial Problems, BlacjWell(1993).

5)加地：半順序の最適系列分割問題の構造と算法構成、商学討究、Vol. 45、No. 2、pp185-204(1994).

6)加地 ， 大内：最適系列分割問題に対する効率的分枝限定法の構築と諸特性解析，情報処理学会論文誌，Vol.35, No.3, pp.364-372(1994).

7)久保 ：巡回セールスマン問題への招待,日本ＯＲ,Vol39,No3,pp156-162(1994).

8)日本ＯＲ学会第３０回シンポジウム：モダンヒューリスティクの新展開 — Gnetic Algorithm,Simulated Annealing,Tabu Search,Neural Net 法は本当に有効か—,(1994).

9)藤沢、久保、森戸：Tabu Search のグラフ分割問題への適用と実験的解析，電学論ｃ,Vol.114,No4,pp430-437(1994).

tabulength	0	1	5	6	8	10	20	40	60	80	100
Algo1	17161	16696	15190	15081	15460	15478	15772	16416	16528	16449	16598
Algo2	17161	16696	15180	15042	15342	15441	15487	16173	16127	16036	16103

Algo1: 再出発を用いない場合

Algo2: 再出発を用いた場合

表１　再出発による近似度の評価

グラフ	a	b	c	d	e	f	g	h
エッジコスト	1				1から10			
ブロックサイズ	10	10	40	40	10	10	40	40
中間エッジ	0	20	0	20	0	20	0	20
厳密解	20	40	5	19	51	146	6	87
Tabu Search	20	41	5	20	58	168	6	89

表２　２並列グラフに対する近似解と厳密解