

## 広域水運用計画への対話型多目的計画法の応用

○加藤 博光<sup>†</sup> 栗栖 宏充<sup>†</sup> 瀬古沢 照治<sup>†</sup> 館 仁平<sup>‡</sup> 三井 芳郎<sup>§</sup>

<sup>†</sup>(株) 日立製作所システム開発研究所

<sup>‡</sup>(株) 日立製作所大みか工場

<sup>§</sup>(株) 日立製作所機電事業部

従来、輸送計画のための数理モデルの構築において、モデルパラメータのチューニングが困難であり、また単一の目的関数の下にパラメータを固定的に用意しておくだけではユーザが満足できる解を柔軟に導くことが困難であった。本稿では、上水道の水運用計画を具体例として、計画を日量単位の概要レベルと時間単位の詳細レベルに分割し、概要レベルにおいて対話型多目的計画法を用い、概要計画に基づいてパラメータを自動設定し、詳細レベルでは多層状拡張ネットワークにおいて最小費用流問題に帰着して運用案を作成する手法を提案する。本提案手法を用いることにより、ユーザの要望を柔軟に反映しつつ、高速に実用的な運用案を作成することを可能とした。

### Interactive Multi-Criteria Programming Applied to Wide Area Water Supply Scheduling

○Hiromitsu KATO<sup>†</sup> Hiromitsu KURISU<sup>†</sup> Teruji SEKOZAWA<sup>†</sup>  
Nihei TACHI<sup>‡</sup> Yoshiro MITSUI<sup>§</sup>

<sup>†</sup>Systems Development Laboratory, HITACHI, Ltd.

<sup>‡</sup>Omika Works, HITACHI, Ltd.

<sup>§</sup>Industrial Computer and System Dept., HITACHI, Ltd.

We propose a hybrid method using interactive multi-criteria programming and minimum cost flow optimization to make a useful schedule for waterworks. In case of constructing a mathematical model, it is difficult to adjust the model parameters in the actual application, and to make the user satisfied with the solution under the pre-determined parameters. In our research, the parameters are generated automatically based on the abstract planning, in which interactive multi-criteria programming is employed, and then the minimum cost flow is calculated under the generated parameters. As a result, the proposed method can make an applicable schedule quickly, reflecting the user's aspiration flexibly.

#### 1 はじめに

水運用は、水道ネットワークにおいて、一日の取水量、浄水量、及び配水池貯水量を計画するものである。このようなホルダ(holder)を有するネットワーク輸送問題は、多層状の拡張ネットワークモデル(以後、多層ネットモデル)において最小費用流(minimum cost flow)問題に帰着することができる<sup>1)</sup>。ここで費用(コスト)は数理的なモデリングのための概念で、実際に水の輸

送にかかるコストである必要はない。また、公共性の高い水道ではコストのような経済性だけでなく、安全性も考慮する必要がある。このように様々な要因を考慮しながらグラフ上の各アークに対してコストを設定する作業は難解となり、実際には適当に値を設定して最適化計算を行い、計画結果を理想的な計画と比べながら試行錯誤的にコストをチューニングすることになる。また、最小費用流問題はアルゴリズム的には解は唯一に決まっ

てしまい、計画立案者の要求に合わせて柔軟に解を修正することが困難である点も課題である。

このような単一目的関数の下での最適化では、定式化した時点で解は暗に決まってしまう、うまくモデリングを行なうことが満足解を得るための前提条件となってしまう。このような問題点を克服するために、複数の目的関数を持つ多目的計画問題として定式化するアプローチが考えられる。この場合、意思決定者の選好情報を希求水準 (aspiration level) を用いて対話的に引き出し、希求水準にできるだけ近い Pareto 解を求める対話型多目的計画法が提案されている<sup>2)</sup>。

ところが、多層ネットモデルにおいて水運用をそのまま多目的計画問題として定式化すると、問題が非常に大規模になり、従来解法として応用してきた基底分解法<sup>3)</sup>を利用することもできなくなるため、計算量が膨大になる。さらに、運用指針をうまくモデリングすることが大規模になればなるほど困難になる。同時に、対話型多目的計画法によりトレードオフ分析を行なう際にトレードオフに対する感度が0にならないように十分注意して目的のモデリングを行なう必要がある。

本稿では、以上のような問題点を解決するために、水運用において一般には目的として考えられている配水池水位回復を制約化することにより、日量計画を行なう概要レベルと、時間毎の流量・貯水量を計画する詳細レベルを、それぞれ独立に解くことができることを利用する。これにより、概要レベルの計画結果を基にして多層ネットモデルにおけるコストを自動生成し、従来のように最小費用流計算により詳細計画を得る手法を提案する。

以下、第2章では水運用計画の概要を述べる。第3章では、概要レベルと詳細レベルに階層化できることの妥当性を述べ、それぞれのレベルでの解法を示す。第4章では、実在する水道ネットワークのデータを用いて計画立案を行なった結果について議論し、本提案手法の有効性を示す。

## 2 水運用計画問題の概要

上水道は、取水場や浄水場などのプラントを運用しながら管路ネットワークを通じて需要者に配水するシステムである (Fig. 1)。このとき水の流れは、流量や圧力を監視しながらポンプやバル

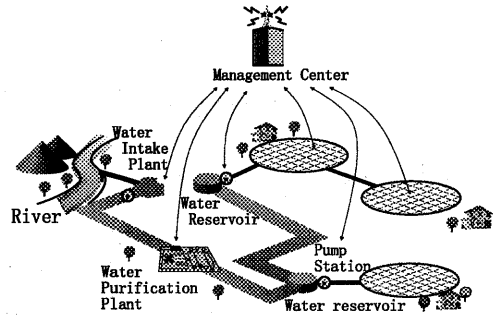


図 1: 水道システムの概要図

ブによって制御される。需要量は人々の生活のリズムや気温、天候とともに時々刻々、日々変動する一方で、取水ポンプや浄水場は、施設能力や水利権などの理由から、毎時間一定量を導送水することが望まれている。この変動する需要量と、一定に生産される浄水量の間を調節するバッファの役割を負っている施設が配水池である。よって、配水池は時々刻々その水位を変動させながら送配水を行なうことになる。

このような水道システムの運用に当たって指針となるのは、通常

- 各配水池の水位を早朝に回復する
- 流量平滑化対象管路の流量変動を最小限に止める

である。以後、これらの要求を満足するための計画立案手法について議論する。

## 3 提案手法

### 3.1 水運用計画問題の階層化

水運用計画における基礎方程式は流量保存則である。水系を、浄水場や配水池 ( $n_R$  個) 及び分岐点 ( $n_J$  個) をノード、管路 ( $n_P$  本) をアークとするグラフによって表現する。ノードに対するインデックスを  $i$ 、管路に対するインデックスを  $j$ 、時刻  $t$  におけるノード  $i$  の貯水量を  $v_i(t)$ 、アーク  $j$  の流量を  $x_j(t)$  とすると、流量保存の関係式は

$$v_i(t) - v_i(t-1) = \sum_{j \in N_i^I} x_j(t) - \sum_{j \in N_i^O} x_j(t) - d_i(t) \quad (1)$$

となる。ここで  $N_i^I$  はノード  $i$  に流入するアークのインデックス集合、 $N_i^O$  はノード  $i$  から流出す

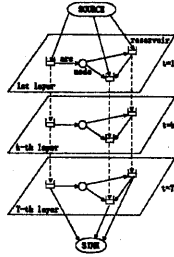


図 2: 多層ネットモデル

るアークのインデックス集合,  $d_i(t)$  はノード  $i$  における時刻  $t$  での需要量を表す。

ここで, ネットワークを時間毎に層状に重ね, 層間のアークで貯水量  $v_i(t)$  を表現すると, 時間変化も含めた拡張ネットワーク全体を一つの閉じたネットワーク (図 2: 多層ネットモデル) として扱うことができる. このとき  $v_i(t)$  はアークの流量変数  $x_i(t)$  と等価であり, 式 (1) は

$$A_1 x(t-1) + A_2 x(t) = b(t) \quad (2)$$

と書き直すことができる. ただし,  $m = n_R + n_J$ ,  $n = n_R + n_P$  として,

$$A_1 = \begin{pmatrix} -I & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (3)$$

$$A_2(t) = \begin{pmatrix} I & A_R \\ 0 & A_P \end{pmatrix} \quad (4)$$

$$x(t) = (x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t))^T \quad (5)$$

$$b(t) = (-d_1(t), -d_2(t), \dots, -d_m(t))^T \quad (6)$$

であり,  $I$  は配水池間を結ぶ層間のアークを意味する  $n_R$  次元単位行列,  $A_R$  は配水池に流入する管路を表す接続行列,  $A_P$  は配水池以外の分岐点に流入する管路を表す接続行列である。

ここで, 配水池貯水量の回復条件は, 式 (1) の  $t$  の単位時間を 1 日とみなすと,  $v_i(t-1) = v_i(t)$  と表されるので, 式 (1) は

$$\sum_{j \in N_i^I} x_j(t) = \sum_{j \in N_i^O} x_j(t) + d_i(t) \quad (7)$$

となり, 日量計画立案時に配水池も他の分岐点と同様に扱うことで, 配水池水位回復条件を制約式に埋め込むことができる. ただし, 取水点や受水点からの水の供給は需要を満たすために必要なの

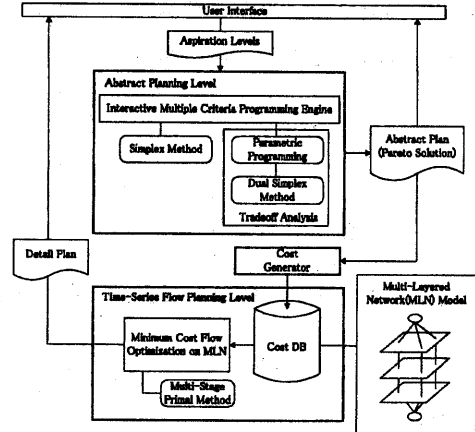


図 3: 概要レベルと詳細レベルに階層化された計画システム概要図

で, これら大きな配水池と考えられるノードはソースとシンクとで結ばれている. よって日量計画は一層のみの多層ネットモデルの下で立案するものと考えられ, 計画変数の数を大幅に削減することができる。

しかし, このように時間変化を考慮しないと, 貯水量を配水池間で融通し合う配水池運用や, 管路流量の時間変化をできるだけ少なくする流量平滑化を計画することができなくなってしまう。

そこで日量計画をベースとした詳細計画の立案を試みる. このとき次の事実を有効活用する。

1. 各配水池まわりの流入量が日量計画と同等であれば配水池水位は回復する
2. 配水池まわりの管路が流量平滑化対象となる

前者は日量計画の流れを保存すれば  $v_i(t-1) = v_i(t)$  となることから明らか. 後者は, 流れを制御する施設であるポンプやバルブが配水池や取水点まわりにあるためである. よって, 平滑化対象管路に対して日量計画から算出した時間平均値を一定値とする流れが最小費用流となるようにコストを設定するにより, 従来手法を用いて配水池水位回復と流量平滑化を共に満足する詳細計画を立案することができる (図 3). 概要レベルで計画者が対話的に希求水準を入力して満足解を見出すことにより, 計画者の意思を反映した計画を柔軟に作成することができる。

### 3.2 概要レベルにおける多目的計画法

日間の管路流量  $\mathbf{X}$  と需要量  $\mathbf{D}$  を

$$\mathbf{X} = \sum_{t=1}^T \mathbf{x}(t) \quad (8)$$

$$\mathbf{D} = \mathbf{x}(0) + \sum_{t=1}^T \mathbf{b}(t) \quad (9)$$

とすると、日間での流量保存則は式(2)を簡略化して

$$\mathbf{A}_2 \mathbf{X} = \mathbf{D} \quad (10)$$

となる。

このとき水源からの取水量を概要レベルの目的とし、評価としては水資源の有効活用という観点から少ないほど望ましいと最適性を定義する。よって注目する取水管路  $i (i \in N_{obj})$  の日間取水量  $X_i$  に対して、目的関数は単に

$$f_i(\mathbf{X}) = X_i \quad (11)$$

となる。ここで目的関数と希求水準の距離を正規化するためのファクタ  $w_i$  は理想点  $f_i^*$  と最悪点  $f_{i*}$  を用いて

$$w_i = \frac{1}{f_{i*} - f_i^*} \quad (12)$$

とするのが常套手段である。最適化計算によって  $f_{i*}, f_i^*$  を求める場合もあるが実用上非効率なので、ヒューリスティックに考えられる理想点と最悪点

$$f_i^* = 0 \quad (13)$$

$$f_{i*} = U_i - L_i \quad (14)$$

を用いることにする。ただし  $U_i$  および  $L_i$  はそれぞれ管路  $i$  の日間運用上限値および下限値である。

よって多目的計画法における補助的 min-max 問題<sup>2)</sup>は

$$\begin{aligned} z + \alpha \sum_{i \in N_{obj}} (X_i - \bar{X}_i) / (U_i - L_i) &\rightarrow \min. \\ \text{s.t. } X_i - (U_i - L_i)z &\leq \bar{X}_i \quad (\forall i \in N_{obj}) \\ \mathbf{A}_2 \mathbf{X} &= \mathbf{D} \\ \mathbf{L} &\leq \mathbf{X} \leq \mathbf{U} \end{aligned} \quad (15)$$

のようになる。ここで  $\bar{\mathbf{X}}$  は希求水準ベクトルである。

$k$  回目に提示される解  $\mathbf{X}^{(k)}$  に対する目的関数  $f^{(k)}$  のうち  $f_q^{(k)}$  ( $q \in N_{imp}$ ) を改善したいと計画者が思ったとする。このとき新たに希求水準  $\bar{f}_q$  を入力してもらい、 $\Delta f_q^{(k)} = \bar{f}_q - f_q^{(k)}$  としてパラメトリック線形計画問題

$$\begin{aligned} z &\rightarrow \min. \\ \text{s.t. } X_q &\leq X_q^{(k)} + \theta \Delta f_q^{(k)} \quad (q \in N_{imp}) \\ X_i - (U_i - L_i)z &\leq X_i^{(k)} \quad (i \in N_{obj} \setminus N_{imp}) \\ \mathbf{A}_2 \mathbf{X} &= \mathbf{D} \\ \mathbf{L} &\leq \mathbf{X} \leq \mathbf{U} \end{aligned} \quad (16)$$

において  $\theta = 1$  となるまで Pareto 曲面をたどることにより  $\mathbf{X}^{(k+1)}$  が提示される<sup>2)</sup>。以上のようにして対話的に日間取水量を計画することができる。

### 3.3 詳細レベルにおける多段プライマル法

式(2)を時刻1から  $T$  まで積み重ねるとき、

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \mathbf{A}_2 & & & & & & & & \\ \mathbf{A}_1 & \mathbf{A}_2 & & & & & & & \\ & \mathbf{A}_1 & \mathbf{A}_2 & & & & & & \\ & & & \cdots & \cdots & & & & \\ & & & & & \mathbf{A}_1 & \mathbf{A}_2 & & \end{pmatrix} \quad (17)$$

$$\mathbf{x} = (\mathbf{x}(1), \mathbf{x}(2), \dots, \mathbf{x}(T))^T \quad (18)$$

$$\mathbf{b} = (\mathbf{x}(0) + \mathbf{b}(1), \mathbf{b}(2), \dots, \mathbf{b}(T))^T \quad (19)$$

とすると、

$$\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{b} \quad (20)$$

として流量保存の関係を定式化できる。

今、平滑化対象管路  $i$  について概要レベルで日間流量が  $X_i$  と計画されたとし、一日のうち管路使用可能時間が  $T_i^e$  であるとする。ここで、管路使用可能時間は運用上下限の範囲内で自由に水が流れる時間の和であり、管路使用不能時間は点検やポンプ停止により流れがなくなる時間の和である。このとき定義より

$$X_i = \sum_{t=1}^T x_i(t) \quad (21)$$

である。理想的に流量平滑化がなされると管路使用可能時間内では流量が一定に保たれるので、一定値を  $x_e$  とすると

$$x_e = X_i / T_i^e \quad (22)$$

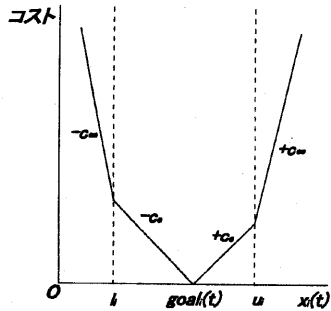


図 4: 自動生成されるコスト関数

となる。よって、時間毎の目標流量を

$$goal_i(t) = \begin{cases} x_e & (t: \text{管路使用可能時間}) \\ 0 & (t: \text{管路使用不能時間}) \end{cases} \quad (23)$$

と設定し、この流れが最小費用流となるように図4のようにコスト関数を自動生成する。

このとき、水運用は最小費用流問題

$$\begin{aligned} z &= \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^n c_i x_i(t) \rightarrow \min. \\ \text{s.t. } \mathbf{Ax} &= \mathbf{b} \\ \mathbf{l} &\leq \mathbf{x} \leq \mathbf{u} \end{aligned} \quad (24)$$

として定式化される。このとき使用する変数を整数に限定すると、基底分解法と解の整数性を利用した多段プライマル法<sup>3)</sup>により高速に解を求めることができる。

#### 4 実験結果

本提案手法を検証するために、実在する水道システムのデータ(1層当たりアーク数79, ノード数48, 配水池11, 取水源4, 計画時間24)を用いて計画立案を行なった。水系図を図5に示す。比較は、次の3種類の手法の間で行なった。

**多段IP** 多段プライマル法と後処理としての平滑化処理を組み合わせた従来手法<sup>3)</sup>

**多目的のみ** 多層ネットモデルの下に11の配水池に対する水位回復目的と12の管路に対する流量平滑化目的を設定した多目的計画法

**提案手法** 概要レベルと詳細レベルに階層化し、多層ネットモデルのコストを自動生成して多段プライマル法を適用する本提案手法

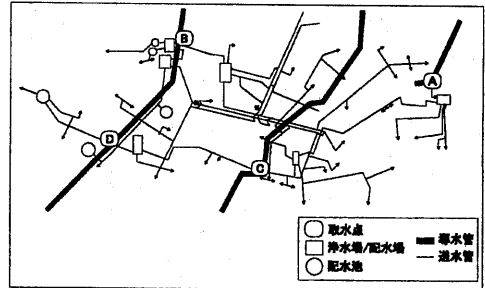


図 5: 性能評価に用いた水道ネットワーク

表 1: 平均計算時間の比較(単位は sec)

多段IP	多目的のみ	提案手法
2.4	393.4	2.7

まず計算時間の比較を行なった結果を表1に示す。CPUはPentium<sup>1</sup> 166MHzプロセッサ(SPECint\_base95=4.58, SPECfp\_base95=2.86)<sup>2)</sup>を用いた。表からも明らかなように、多層ネットモデルのように大規模な問題を汎用的な改訂シンプレックス法で解くと、膨大な計算量を要する。また、大規模な問題で多目的計画法として定式化すると、目的関数も複雑で大規模になってしまう点も計算量の増加につながっていると考えられる。一方、提案手法では、多目的計画法での計算量を大幅に削減し、かつ計算量の少ない多段プライマル法を利用できる形にしているため、計算時間の大幅な削減を実現している。

上述のように従来手法である多段IPは計算量は少ないが、予め適切なコストを用意しておかなければならない。このような点を改善するために提案手法では、概要レベルにおいて対話型多目的計画法を応用する。概要レベルでの計画例を表2に示す。目的関数は4つある取水源(A~D)からの取水量である。今、渇水対策のためにDからの取水量を0にしたいと計画者は思っているとす。上段は設定した希求水準であり、下段が上段の値の下に計算された計画値である。kはk回目に提示された解であることを示す。対話型多目的計画法を用いることにより、計画結果に不満があった場合にも表2のように適宜希求水準を設

<sup>1</sup>PentiumはIntel Corporationの登録商標

<sup>2</sup><http://www.intel.com/procs/perf/mainstream/>を参照

表 2: 概要レベルにおけるトレードオフ例 (上段: 希求水準, 下段: 計画値)

k	取水 A	取水 B	取水 C	取水 D
1	24000	200000	15000	0
	27785	230202	22335	9320
2	27785	237701	24156	0
	20000			0
3	20000			制約化
	20000	243965	25677	0

表 3: 配水池水位回復率の比較 (単位は %)

多段 IP	多目的のみ	提案手法
100	103	100

定し直すことで、柔軟にトレードオフ分析を行なうことができる。

次に詳細計画立案結果を比較する。多段 IP も共に比較できるようにトレードオフ分析を行わずに詳細計画を立案した。まず配水池水位の回復率を比較する。11 個ある配水池の内、有効貯水量が十分にある 6 個の配水池の初期水位と最終水位の比率の平均値をもって水位回復率と定義した。結果を表 3 に示す。表より、試行錯誤や明示的目的関数なしに、提案手法でも十分水位回復を実現できることを見て取れる。

流量の平滑化については、全部で 12 ある平滑化対象管路それぞれの平均平滑化率 (avg.) と最大平滑化率 (max.) の内、最悪値を表 4 に示す。ただし平滑化率は、平均流量に対する各時間流量の絶対偏差率とする。多層ネットモデルにおいて明示的に流量平滑化を目的とした「多目的のみ」の場合、計算時間を十分費やすことによって最適解まで到達できたものと考えられる。「多段 IP」では、優先順位に従って順次平滑化処理を行なう

表 4: 流量平滑化率の比較 (単位は %)

多段 IP		多目的のみ		提案手法	
avg.	max.	avg.	max.	avg.	max.
1.22	8.54	0.00	0.00	1.22	2.58

ため<sup>3)</sup>、優先順位の低い管路では若干平滑化率が悪いところが見られた。

以上の実験結果により、提案手法を用いることにより、計画者の要望を反映した運用案を迅速かつ柔軟に作成することができると言える。

## 5 まとめ

本稿では広域水運用計画への対話型多目的計画法の応用について考察した。運用計画上の目的の一つである配水池水位の回復を制約化することにより、計画問題を日量を扱う概要レベルと時間量を扱う詳細レベルに階層化できることを利用した。さらに、概要レベルの流れを保存し、流量平滑化条件も満足する流れが最小費用流となるように多層ネットモデルのコストを自動生成する手法について述べた。

本提案手法を用いることにより、以下のような改善事項が確認された。

1. 事前にモデルパラメタのチューニングを行なうことなく、計画立案者の選好に合ったパラメタを動的に生成できるようになった。
2. 概要レベルと詳細レベルに分割してそれぞれ独立に定式化することにより、計算量を大幅に削減し、計算時間を短縮した。
3. 自動生成されたコストの下での最小費用流は、実運用上の目標を十分満たし得るものであった。

今後は、配水池水位の同レベルへの回復のみでなく、初期条件に依存せずに目標レベルに回復できるような、より現実の運用制御に適した手法へと改良を加えていく。

## 参考文献

- 1) 志水: システム最適化理論, pp.392-397, コロナ社 (1976)
- 2) 中山, 谷野: 多目的計画法の理論と応用, pp. 156-179, 計測自動制御学会 (1994)
- 3) 栗栖, 西谷, 館, 安達: 数理計画法とヒューリスティック法を組み合わせた動的配分計画技法の上水道運用計画問題への適用, 計測自動制御学会論文集, Vol.30, No.2, pp. 198-207 (1994)