数理モデル化と問題解決 28－4
(2000. 2. 7)

区間変数に関する包含制約の等価変換による問題解決の高速化

馬淵 浩司† 繁田 良則†† 赤間清†††

† 岩手県立大学 ソフトウェア情報学部
†† 東芝 システムＬＳＩ技術研究所
††† 北海道大学 情報メディア教育研究総合センター

少ない変更で機能や性能の改善が行なえるシステム構築法は重要である．本論文では，逐次的なシステムの改善に適した等価変換アプローチを採用している．この方法は，システムを等価変換の集合で構成し，この集合の中からルールを選択し繰り返し適用することで計算を行なう．等価変換による計算では，いろいろな等価変換ルールが計算を高速化する可能性がある．本論文では，区間変数を含む項領域で，包含制約を等価変換するための２つの新しい等価変換ルールを導入し，その正当性を示す．これらのルールは，区間変数を含む候補の制限ルールと区間変数を含む共通性による特殊化ルールで，大きな追加コストなしに計算の高速化に貢献することができる．

Equivalent Transformation of Member Constraints on Interval Variables Domain for Performance Improvement

Hiroshi Mabuchi† Yoshinori Shigeta†† Kiyoshi Akama†††

† Dept. of Software and Information Science, Iwate Prefectural University
†† System ULSI Engineering Laboratory, Toshiba Corporation
††† Center for Information processing Education, Hokkaido University

This paper is based on the equivalent transformation (ET) paradigm, where computation is regarded as "equivalent transformation of declarative descriptions." In the ET paradigm, many ET rules can make execution more efficient. In this paper we introduce two new equivalent transformation rules for member constraints in term domain including interval variables and show the correctness of these rules. These are the candidate elimination rule including interval variables and the common pattern specialization rule including interval variables and make computation more efficient without much additional cost.

1 まえがき

本論文では，区間変数に関する包含制約の等価変換ルールを導入し，正当性を証明する．また，システムを改善し問題解決の高速化を計る．

本論文では，データ構造の改善として，通常の項領域に区間変数を導入する．導入の対象とする等価変換ルールは，候補の制限ルールと共通性による特殊化ルールである．候補の制限ルールは，包含制約の候補リストを縮小する．また，共通性による特殊化ルールは包含制約の候補の共通一般化を用いて節を特殊化する．

そして，(1) 項領域で unfold 変換だけを利用したシステム，(2) 項領域で候補の制限ルールと共通性による特殊化を追加したシステムの２つのシステムと比較することによって，区間変数に関する包含制約の等価変換が，問題解決の高速化を達成していることを示す．

2 区間変数領域の表現と計算の基礎

区間変数とは，$B:[2,5]$ のように，タグ (B) と区間 $([2,5])$ の２項組であり，その区間の範囲の実数 B という直観的意味を持つ．

プログラムの基本要素として，３種類の項を導入する．それは，４のような定数，Y のような純変数，それに $B:[2,5]$ のような区間変数である．純変数と区間変数をあわせて変数と呼ぶ．

そして，区間変数を含む項を変更する基本的な

操作として「基本特殊化」を導入する．(1) 純変数は，変数代入によって特殊化される．(2) 区間変数は，タグを変更することによって特殊化される．(3) 区間変数は，区間をその部分集合 (部分区間) に変更することによって特殊化される．(4) 区間変数は区間に属する定数に特殊化される．

4 種類の基本特殊化のうち，(3),(4) の基本特殊化は，場合によっては適用不可能になる．

等価変換によるアプローチにおける特殊化の概念は，適用不可能性を部分写像の概念によって正確に扱うことができる．このような概念は，従来の理論では取り扱われていない．

3 区間変数領域の基礎的命題

3.1 特殊化システム

特殊化システムとは，知識表現が扱う対象とその対象を変更する操作である特殊化がなす構造で，アトムの集合 $\mathcal{A}$，基礎アトムの集合 $\mathcal{G}$，特殊化の集合 $\mathcal{S}$ と，$\mathcal{S}$ から partial_map($\mathcal{A}$) への写像 μ の 4 項組である．特殊化は論理プログラムの理論での代入に相当する．μ は特殊化 s が与えられると，$\mathcal{A}$ のある元を別の $\mathcal{A}$ の元 (同じこともある) に変更する部分写像を決定する写像である．partial_map($\mathcal{A}$) とは，$\mathcal{A}$ から $\mathcal{A}$ への部分写像全体の集合である．

本論文で区間変数を理論的に扱う基盤はこの特殊化システムの構造である．区間変数の存在により特殊化の作用が部分写像となるため，項領域の理論の単純な拡張だけでは不十分である．区間変数を含むアトムの集合を $\mathcal{A}_T$，基礎アトムの集合を $\mathcal{G}_T$ で表す．

3.2 区間変数領域の等式制約

等号関係を記述する集合 $Equal$ を

$$Equal = \{equal(g, g) \mid g \in \mathcal{G}_T\}$$

とするとき，任意の $x, y \in \mathcal{A}_T$ に対する

$$(equal(x, y), Equal)$$

の形の制約を equal 制約または等式制約と呼ぶ．$(equal(x, y), Equal)$ を簡単に $[x = y]$ と表記することがある．

3.3 区間変数領域の包含制約

Γ 上のプログラム Q を

$$Q = \{\ member(X, [X|R]) \leftarrow . \\ member(X, [Y|R]) \leftarrow member(X, R).\}$$

とする．包含関係を記述する集合 $Member$ を

$$Member = \mathcal{M}(Q)$$

とするとき，任意の $x, y \in \mathcal{A}_T$ に対する

$$(member(x, y), Member)$$

の形の制約を member 制約または包含制約と呼ぶ．$(member(x, y), Member)$ を簡単に $[x \in y]$ と表記することがある．

3.4 等式制約解消特殊化

定義 1 【等式の制約解消特殊化】
α, β を項とする．次の条件を満たす特殊化 θ を $[\alpha = \beta]$ の等式制約解消特殊化という．

> P は制約つき宣言的プログラム，C は制約 $[\alpha = \beta]$ をボディに持つ正則な制約つき確定節，C' は C から制約 $[\alpha = \beta]$ を除いてできる制約つき確定節とする．そのような任意の P，C，C' に対して，
> $$\mathcal{M}(P \cup \{C\}) = \mathcal{M}(P \cup \{C'\theta\})$$
> が成り立つ．□

4 候補の制限による変換

4.1 包含関係

包含制約の制約領域 $Member$ を，より具体的に書き下す準備として，次のように定義する．任意の自然数 $(k = 1, 2, \cdots)$ に対して，T_k は述語が $member$ である基礎アトムで，第 1 引数が第 2 引数の第 k 番目の要素と等しいもの全体の集合とする．

$$T_k = \{member(g_k, [g_1, g_2, \cdots, g_k|x])$$

$| g_1, g_2, \cdots, g_k, x \in \mathcal{G}_T \}$

以下で $[T_Q]^n(\emptyset)$ を T_i $(i = 1, 2, \cdots)$ と関係付ける．

命題 1 任意の $n = 1, 2, \cdots$ に対して，

$[T_Q]^n(\emptyset) = \bigcup_{i=1}^n T_i$

が成り立つ． □

命題 2 $Member = \bigcup_{i=1}^{\infty} T_i$ □

命題 3 次の *2* つは同値である．

1. $member(g, [g_1, g_2, \cdots, g_n]) \in Member$

2. $g, g_1, g_2, \cdots, g_n \in \mathcal{G}_T, \bigvee_{i=1}^n (g = g_i)$ □

4.2 リストの要素の除去

以下では，$t_1, t_2, \cdots, t_{i-1}, t_i, t_{i+1}, \cdots, t_n$ から t_i を抜いた列 $t_1, t_2, \cdots, t_{i-1}, t_{i+1}, \cdots, t_n$ を $t_1, t_2, \cdots, \hat{t_i}, \cdots, t_n$ と表記する．同様に，$1, 2, \cdots, \hat{i}, \cdots, n$ は 1 から n までの列から i だけを除いた列を表す．

定理 1 P を Γ 上の制約つき宣言的プログラム，B_i を制約

$(member(x, [t_1, t_2, \cdots, t_i, \cdots, t_n]), Member)$

B'_i を制約

$(member(x, [t_1, t_2, \cdots, \hat{t_i}, \cdots, t_n]), Member)$

C と C' を Γ 上の制約つき確定節

$C = (H \leftarrow B_1, B_2, \cdots, B_{i-1}, B_i, B_{i+1}, \cdots, B_n)$

$C' = (H \leftarrow B_1, B_2, \cdots, B_{i-1}, B'_i, B_{i+1}, \cdots, B_n)$

とする．もし，C が正則で，x と t_i が基礎単一化可能でなければ，

$\mathcal{M}(P \cup \{C\}) = \mathcal{M}(P \cup \{C'\})$

が成り立つ． □

この定理を基にして作られる等価変換ルールを「候補の制限ルール」と呼ぶ．

5 共通性による特殊化変換

5.1 共通性による特殊化変換の定義

π と $t_1, t_2, \cdots, t_n$ を $\mathcal{A}_T$ の元とする．π が $t_1, t_2, \cdots, t_n$ の共通一般化であるとは，

$\pi\sigma_i = t_i \quad (i = 1, 2, \cdots, n)$

を満たす特殊化 $\sigma_i \in \mathcal{S}$ $(i = 1, 2, \cdots, n)$ が存在することである．

P を Γ 上の制約つき宣言的プログラム，B_i を制約

$(member(s, [t_1, t_2, \cdots, t_n]), Member)$

C を Γ 上の制約つき確定節

$C = (H \leftarrow B_1, B_2, \cdots, B_i, \cdots, B_n)$

とする．π を $t_1, t_2, \cdots, t_n$ の共通一般化で，C と共有変数を持たない項とする．このとき，

1. $[\pi = s]$ の等式制約解消特殊化 θ が存在するならば，$P \cup \{C\}$ を $P \cup \{C\theta\}$ に変換する
2. $[\pi = s]$ の等式制約解消特殊化が存在しないならば，$P \cup \{C\}$ を P に変換する

のが，共通性による特殊化変換である．

5.2 共通性による特殊化変換の正当性

上記の Γ，C，B_i，π をもとにして，次のような変数，制約，制約つき節，特殊化を導入する．

1. X は，C や π に出現しない変数
2. B'_i は，制約
   $(member(X, [t_1, t_2, \cdots, t_n]), Member)$
3. E は，制約
   $(equal(X, s), Equal)$
4. C'' は C の B_i を B'_i にかえて得られる Γ 上の制約つき確定節
   $C'' = (H \leftarrow B_1, B_2, \cdots, B'_i, \cdots, B_n)$
5. C' は C'' に E を付け加えて得られる Γ 上の制約つき確定節
   $C' = (H \leftarrow B_1, B_2, \cdots, B'_i, \cdots, B_n, E)$
6. $\{X/\pi\}$ は X に π を代入する基本特殊化 (X, π) だけからなる特殊化 $[(X, \pi)]$

まず，共通性による特殊化変換の正当性を証明するための準備を行なう．

補題 1 $\mathcal{M}(P \cup \{C\}) = \mathcal{M}(P \cup \{C'\})$ □

補題 2 $\mathcal{M}(P \cup \{C'\}) = \mathcal{M}(P \cup \{C'\{X/\pi\}\})$ □

補題 3 $[\pi = s]$ の等式制約解消特殊化 θ が存在するとき，$\mathcal{M}(P \cup \{C'\{X/\pi\}\}) = \mathcal{M}(P \cup \{C\theta\})$ であり，$[\pi = s]$ の等式制約解消特殊化が存在しないとき，$\mathcal{M}(P \cup \{C'\{X/\pi\}\}) = \mathcal{M}(P)$ が成り立つ．
□

これらの補題から次の定理が証明できる．

定理 2 P を制約つき宣言的プログラム，C を制約つき確定節

$C = (H \leftarrow B_1, B_2, \cdots, B_i, \cdots, B_n)$

このボディの B_i を制約

$(member(s, [t_1, t_2, \cdots, t_n]), Member)$

とする．π を $t_1, t_2, \cdots, t_n$ の共通一般化で，C と共有変数を持たない項とする．$[\pi = s]$ の等式制約解消特殊化が存在するとき，それを θ とすれば，

$\mathcal{M}(P \cup \{C\}) = \mathcal{M}(P \cup \{C\theta\})$

が成り立つ．また，$[\pi = s]$ の等式制約解消特殊化が存在しないとき，

$\mathcal{M}(P \cup \{C\}) = \mathcal{M}(P)$

が成り立つ． □

この定理を基にして作られる等価変換ルールを「共通性による特殊化ルール」と呼ぶ．

6 実験データの比較

実験結果を表 1 に示す．

(p1) 金を取れる歩を動かせ，(p2) 7 六の金で取れ，(p3) 飛車を取れる金で歩を取れ，(p4) 先手の 7 六の飛車を取れる駒を動かせ
という 4 つの例文を用いた．

システム α は，通常の論理プログラムが用いる計算の対象表現，すなわち項だけを用いている．等価変換ルールとしては unfold 変換ルールだけを利用している．システム β は，システム α に項領域での 2 つのルール（「候補の制限ルール」と「共通性による特殊化ルール」）を加え，これら 2 つのルールを優先適用した場合である．システム γ が本手法である．

この結果，システム γ は，システム α に対しては勿論，システム β に対しても計算時間が大幅に減少している．従って，区間変数を含む項領域での 2 つのルールが計算の高速化に貢献しているのは明らかである．

表 1: 意味解釈における計算時間

	system α	system β	system γ
	msec.	msec.	msec.
(p1)	1480	755	112
(p2)	2571	1607	92
(p3)	10365	6071	109
(p4)	39609	25303	84

7 むすび

本論文では，システムを改善し，より高速な計算を可能にするために，区間変数を含む項領域における包含制約の等価変換を提案した．

通常の項領域の計算対象表現に区間変数を追加し，区間変数を変更する特殊化を新しく追加することで，区間変数を含むさまざまな新しい等価変換ルールが可能になる．本論文では,「区間変数を含む候補の制限ルール」と「区間変数を含む共通性による特殊化ルール」という 2 つの新しい等価変換ルールを得ることができた．

そして，これらのルールの正当性を示し，計算の高速化に貢献できることを示した．

参考文献

[1] 赤間清，川口 雄一，宮本衛市：項領域における包含制約の等価変換, 人工知能学会誌, Vol.13, No.2, pp.112–120 (1998).

[2] 赤間清, 繁田良則, 宮本衛市：論理プログラムの等価変換による問題解決の枠組, 人工知能学会誌，Vol.12, No.2, pp.90–99 (1997).