

Hot List Strategy を用いたグラフ彩色問題解法の高速度化

安藤類央 武藤佳恭

慶應義塾大学政策メディア研究科

〒 2 5 2 8 5 2 0 神奈川県藤沢市遠藤 5 3 2 2

{ruo,takefuji}@sfc.keio.ac.jp

あらまし 本論文では、N色グラフ彩色可能判定問題に関して、パラモジュレーション（等号調整導出）をベースにした定理証明に、Hot List Strategy と呼ばれる計算戦略を適用することの有効性を示す。同計算戦略を用いると、等価代入の手法によっては目的する節が導出される前に冗長な節生成が起きる場合について、冗長な節の生成（遅延）によるCPU時間の削減を行うことが可能になる。グラフのN彩色判定問題において、等号調整導出による推論が適用できること、さらに等号調整導出の推論プロセスは、Hot List Strategy に対して効果的な適合を示すことを示した。評価実験では、非ハミルトングラフであるペテルセングラフを対象にし、彩色判定の際の生成節数やCPU時間を測定し、その結果推論の遅延と計算コストを削減できることが明らかになった。

Hot List Strategy for Paramodulation Based Graph Coloring

Ruo Ando, Yoshiyasu Takefuji

Graduate School of Media and Governance, Keio University,

5322 Endo Fujisawa, Kanagawa, 252 Japan

{ruo,takefuji}@sfc.keio.ac.jp

Abstract: In this paper, we discuss the effectiveness of applying hot list strategy for paramodulation based N-coloring graph problem. This ATP (automated theorem proving) strategy reduces is designed to deal with a substantial delay in going to a retained conclusion, which makes it possible to reduce the CPU time occurred by redundant generated clauses. We show that paramodulation could used for formulating graph coloring problem and hot list strategy is suitable for controlling paramodulation based resolution. In experiment, CPU time and the number of generated clauses is presented in solving coloring problem of Petersen graphs.

1 はじめに

グラフ彩色問題は、組み合わせ最適化問題の1つであり、無向グラフ (V, E) が与えられたときに、 V を分割数 C (彩色数) の安定集合に分割する問題である。彩色問題は、携帯電話の基地局割り当て、コンパイラのレジスタ割り当て、スケジューリング、プリント基板の設計などの多様な応用がある。グラフ問題の中でも、ハミルトングラフ路問題は、NP 困難問題に属する問題である。本論文では、グラフ彩色における、パラモジュレーション（等号調整代入）と呼ばれる等価代入と、Hot List Strategy と呼ばれる計算戦略の組み合わせの有効性につ

いて述べる。

2 提案手法

本論文では、等価代入を使った定理証明によるグラフの彩色について述べる。定理証明系の彩色では、配色の状態をリストなどで表現し、状態空間の探索を行う。グラフ彩色問題の解法には、厳密解法、精度保証付き近似解法、そして発見的解法がある。発見的解法を用いたグラフの彩色には、ニューラルネットによるグラフの彩色[4]、遺伝アルゴリズムによるグラフの彩色[5]、そして定理証明系によるグラフの彩色がある。

2. 1 パラモジュレーション

提案手法では、パラモジュレーションを用いて生成した節に、Hot List Strategy を用いることで、グラフ彩色の高速化を行う。パラモジュレーションは、等号調整導出と呼ばれ、等価代入の処理である。等価代入を行う節操作としては、デモジュレーションがあり、これは主に情報の正準化を目的に用いられるが、一方、パラモジュレーションはこの適用の制約を緩めたもので、より広範な推論プロセスの展開を可能にする。

節A	EQUAL (wife(brother(Taro),Hanako).
節B	EQUAL (brother(Taro),Jiro).
節C	EQUAL(wife(Jiro),Hanako).

表1 等価代入による節の生成1

表1は、等価代入により節Cを導出する例である。この操作はデモジュレーションを適用することでも可能である。パラモジュレーションでは、節AをINTO節、節BをFROM節と呼ぶ。このように、パラモジュレーションは等価代入の一種であるが、デモジュレーションでは生成できない節を生成できるケースがある。

節A	OLDERTHAN(mother(x),x)
節B	EQUAL(mother(taro),hanako)
節C	OLDERTHAN(hanako,taro)

表2 等価代入による節の生成2

表2の例では、結論(節C)はデモジュレーションでは生成できないが、パラモジュレーションによって生成することができる。上の例にパラモジュレーションを適用すると、単一化を行った後、INTO節において選択された項に対して、そのほかの引数に対しても代入を行う。実際に処理においては、FROM節の残りのリテラルと、INTO節のすべての節のリテラルとのORを取る。

2. 2 グラフ彩色問題での定式化

本節では、等号調整導出を用いた推論を、グラフの彩色問題においてどのように定式化するか述べる。状態空間を検索する点では通常の定理証明による解法と同じであるが、提案手法ではパラモジュレーションによって新しい空間

(節)を生成するところに特徴がある。まず、グラフの接続を次のように表現する。

$A(1,2).A(1,5).A(2,3).A(3,4).A(4,5).$
 $A(1,6).A(2,7).A(3,8).A(4,9).A(5,10).$
 $A(6,8).A(6,9).A(7,9).A(7,10).A(8,10).$

本論文では、与えられたグラフが、2色彩色可能かどうかについて取り上げる。これは、次のように表現する。

$\neg A(X,Y) / \neg(C(X) = C(Y)).$

ノードX, Yが隣接していれば、それらは違う色で彩色する。

$C(1) = 1. C(2) = 2.$

ノード1と2は違う色で彩色されている。

$C(x)=C(1) / C(x)=2. C(x)=1 / C(x)=C(2).$

ノードXは1と2どちらかの色が割り当てられている。ここで、ノードA(2,7)について、パラモジュレーションを用いると、等価代入を行った後、単一化した節と、FROM節の残りのリテラルとのORを取り、以下の節が導き出される。

$A(C(X),7) / C(X)=C(1).$

上節は、ノード2が色2で彩色されているため、ノード7は色1を用いなければならないということの意味する。推論プロセスは、2色彩色可能でないという以下の節からスタートして、単位矛盾を導き出すことで停止する。

$(all x (c(x) = 1 / c(x) = 2)).$

2. 3 Hot List Strategy による高速化

ATP戦略とは、推論プログラムが問題を解く際に、解空間をどのような方向に探索するかを指針を与えることを言う。戦略には、大きく分けて、順序付け戦略、制限戦略、刈り込み戦略、正準化戦略の4つがある。上で述べたデモジュレーションやパラモジュレーションは正準化戦略のうちの1つと考えることができる。また、本論文では、これらの戦略に加えて、Look-Ahead Strategyの1つであるHot List Strategyをグラフの彩色問題に適用する。デモジュレーションやパラモジュレーションなどの等価代入を行う際に、研究者が目的とする節を生成する前に、プログラムが冗長な推論過程を辿ってしまうことがある。この予想される節が導出される前に生成される節のことを、推論過程では遅延(delay)と呼ぶ。この遅延を省略するための計算戦略をLook-Ahead Strategyといい、本稿で取り上げるHot List

Strategy は同戦略の 1 つである。同手法には、静的なものゝ動的なものがあるが、Static Hot List を用いた場合、リストに生成されることが予想される節を格納し、実際に等価代入によってその節が導出されるまえに、推論プログラムにその節を扱うことを指示する。この推論戦略は、Ring Theory や Moufang Identity Problem を扱う際の有効性が示されている[6]。

3 評価実験

本論文では、彩色問題の対象として、ペテルセングラフを扱った。ペテルセングラフは、ハミルトン閉路を持たない非ハミルトングラフである。エッジやノードの挿入により、非ハミルトングラフとハミルトングラフは相互に変換できるが、一般に、ダイヤモンド図形を埋めこまれたグラフは非ハミルトングラフになることが知られている。図 1 で示すように、ダイヤモンドグラフに数個のノードとエッジを追加したグラフをペテルセングラフという。評価実験では、5 つの形態の異なるペテルセングラフについて、2 色彩色可能であるかどうかの判定を行った。推論は、2 色彩色可能でないという節を指示集合に設置し、導出を重ねて矛盾を導出する、彩色可能でない状態を発見した時点で停止する。

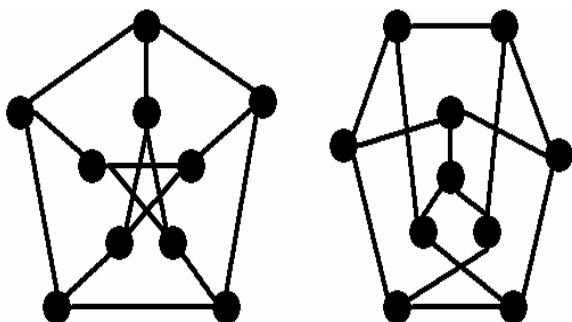


図 1 ペテルセングラフ

図 2 は、導出時に生成された Hot List Strategy を用いた場合とそうでない場合の比較である。一般に等号調整代入を用いた場合、通常の正準化(デモジュレーション)では不可能な節を生成できる反面、制御が難しいということが指摘されており、この点について多くの議論が行われてきた。図 2 は、グラフの N 色彩色可能判定において、Hot List Strategy を用

いることで生成される節数を 1 / 4 程度に抑えることが可能であることを示している。

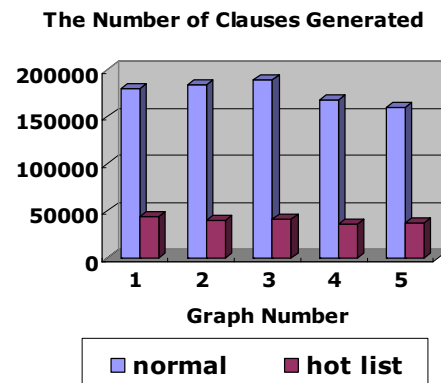


図 2 生成された節数の比較

図 3 は、導出時にかかった CPU 時間の比較である。CPU 時間においては、提案手法を用いると 1 / 10 以下に削減できることが明らかになった。Hot List Strategy は推論時に発生するディレイによる CPU 時間の消費を削減することが戦略提案時の目的であり、本論文においても同手法の有効性は、CPU 時間の測定によって最も顕著になったと言える。

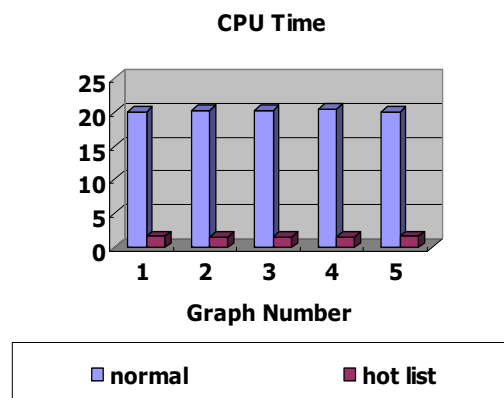


図 3 導出に用いた CPU 時間の比較

4 まとめと今後の課題

本稿では、グラフの彩色問題において、パラメジュレーション(等号調整代入)をベースにした推論過程に、Hot List Strategy と呼ばれる計算戦略を適用することの有効性を示した。評価実験では、5 パターンの非ハミルトングラフであるペテルセングラフを用いて、生成された節数と、導出時にかかる CPU 時間などの比較

を行った結果、提案手法の有効性が明らかになった。今回は、2色彩色可能かどうかの判定を行ったが、2色以上の彩色を行うには推論プログラムの再構築を行う必要がある。また、この手法はラムゼー問題など、他のグラフ理論の問題に適用できる可能性がある。

参考文献

- [1] 辻旭人, 富田悦次, “グラフ彩色問題の厳密解アルゴリズム”, 情報処理学会 数理モデル化と問題解決, 2001年11月 Vol.2001 No.110
 [2] 田口浩, 神野健哉, “ヒステリシスネットの同期現象によるグラフ彩色問題の解法”, 電子情報通信学会 非線形問題研究会 NLP2003-15, 2003年6月
 [3] 白濱大作, 小野智司, 中山茂: “女王蟻戦略

を用いたACOに基づくグラフ彩色”, 電気学会論文誌 C, Vol.125, No.10, pp.1629-1630 (2005).

[4] Blas, A. Di, A. Jagota, and R. Hughey, Energy function-based approaches to graph coloring, pp. 81-91. IEEE Transactions on Neural Networks, volume 13 (2002), number 1

[5] Lorena L.A.N. and Furtado J.C. (2001). Constructive genetic algorithm for clustering problems. Evolutionary Computation, 9(3), pp. 309-328.

[6] Larry Wos, Gail W. Pieper: The Hot List Strategy. J. Autom. Reasoning 22(1): 1-44 (1999)

[7] Larry Wos: The Problem of Finding a Strategy to Control Binary Paramodulation. J. Autom. Reasoning 4(1): 101-107 (1988)

Clauses Given	251	256	262	236	234
Clauses Generated	180348	184090	189306	167827	160354
Para_from Generated	73857	72913	75579	67759	65690
Para_into Generated	103388	107951	110400	97013	91829
User CPU Time	20.04	20.22	20.23	20.47	20.03

表3 N色グラフ彩色可能判定の推論結果

Clauses Given	156	145	148	134	137
Clauses Generated	44438	40478	41600	36667	37736
Hot clauses Generated	2119	2002	2043	1866	1926
Para_from Generated	20019	18311	18911	16633	17235
Para_into Generated	23794	21598	22112	19505	19970
User CPU Time	1.7	1.61	1.61	1.57	1.7

表4 N色グラフ彩色可能判定の推論結果(Hot List Strategy 適用時)