

## 混合整数線形計画問題を用いた階層的な距離画像の位置合わせ

榊原 静      鴻池 祐輔      品野 勇治      清水 郁子

東京農工大学 大学院 キヤノン株式会社      東京農工大学 大学院      東京農工大学 大学院  
工学府 電子情報工学専攻 生産技術研究所      共生科学技術研究院      共生科学技術研究院

### 概要

複数の視点から計測した距離画像を重ね合わせる剛体変換を求める位置合わせは、3次元物体のモデルを自動生成するための主要な要素技術のひとつである。本論文では、位置合わせ問題を混合整数線形計画問題として定式化し、階層的に高精度化するアルゴリズムを提案する。本手法の特徴として、位置合わせの結果が不変特徴量の精度に対して非常に頑健であることが挙げられる。さらに、計測点の座標値と特徴量以外の何らかの閾値などの情報を一切必要としないことも本手法の特徴である。特徴点抽出を行った一階層での点集合を対象とした数値実験の結果から、一階層であっても提案手法が妥当な位置合わせを行うことを確認した。階層を増やせば理論上精度が向上することから、提案手法の有効性が示された。

## Hierarchical Registration of Range Images using Mixed Integer Linear Programming

Shizu Sakakibara      Yuusuke Kounoike      Yuji Shinano      Ikuko Shimizu  
Tokyo Univ. of A & T      Canon Inc.      Tokyo Univ. of A & T      Tokyo Univ. of A & T

### Abstract

A unified approach to hierarchical range image registration using Mixed Integer Linear Programming (MILP) is proposed. Our approach finds the global optimal registration parameters that are independent of values of invariant features. In addition, our algorithm automatically adjusts error tolerance depending on accuracy of given range image data. First, without any assumptions about the variance of noise, we give a definition of the best balanced optimal registration that robustly aligns two range images with the best balanced accuracy, and we define a hierarchical points set. Next, we give two different MILP formulations for the registration. Then, we propose a method for hierarchical range image registration to find the best balanced optimal solution by solving these two MILP problems repeatedly. In this paper we show experimental results only a part of our algorithm, and experimental results of a hierarchical registration are left for further research.

### 1 はじめに

近年、製造業、映画、考古学など極めて多様な分野で、実世界にある物体の3次元形状モデルが利用されるようになったのに伴い、3次元形状モデルを自動生成する技術が重要になってきている。レンジセンサは対象の3次元形状を直接計測することができるセンサであり、計測で得られるデータは距離画像と呼ばれる。対象全体の形状モデルを生成するためには、異なる視点から計測し、全ての距離画像を共通の座標系で表す必要がある。このとき、各距離画像に含まれている3次元部分形状データから計測時のセンサの相対的な位置と姿勢を表す剛体変換を推定することを、距離画像の位置合わせという。

広く用いられる距離画像の位置合わせ手法として、Beslら[2]によって提案されたICP(Iterative Closest

Point)法、および、その拡張手法[8]がある。これらの手法は非線形最適化を行うため、高精度な位置合わせの実現には、十分に良い初期値が必要である。そのため、計測状況などからおおよその値が既知であるものと仮定して位置合わせを行うか、まず粗い位置合わせを行い得られた解を初期値として高精度な位置合わせを行う2段階の方法を用いることが多い。

粗い位置合わせは一般に不変特徴量を対応づけることで行われる[4]。例えば、Johnsonら[6]により提案されたスピン画像や、Steinら[10]によるスプラッシュ、などがある。これらの手法は、十分に良い特徴量が安定して得られる場合には有効であるが、対象の形状に依存しやすい。また、確率的に最適解を求めるために、GA[3][9]やRANSAC[5]を応用して位置合わせを行う手法が提案されているが、これらの手法でも、大域的な最適解を求めることができ

る保証はない。それに対し、グラフカーネルアルゴリズムによる位置合わせ [7] を階層的に適用することで、粗い位置合わせから高精度な位置合わせまでを統一的なアプローチで行う手法 [1] も提案されている。この手法では、計測点同士の対応づけをグラフの強部分核を求める問題に帰着させることにより大域的な最適解を得られる利点があるが、特徴量の類似度の相対的な評価に基づく手法であるため、得られる解は特徴量の精度に依存する。

そこで本稿では、混合整数線形計画問題を利用した階層的な位置合わせ手法により、粗い位置合わせから高精度な位置合わせまでを統一的なアプローチで解く手法を提案する。本手法で求める解は、対応づけのあらゆる可能な組合せの中で、位置合わせ誤差と対応点数が最も均衡する位置合わせである。そのため、位置合わせ問題を混合整数線形計画問題として定式化する。さらに、階層的な点集合を定義し、これを用いることにより統一的な手法で階層的な位置合わせを実現する。

提案手法の特徴として、まず、大域的な最適性が保証されることが挙げられる。また、得られる位置合わせは不変特徴量の精度に対して非常に頑健であることも本手法の特徴のひとつである。階層的に位置合わせを行うにつれて初期の位置合わせよりもよい解を発見するため、最終的な解は初めに見つけられた特徴点同士による位置合わせの解によらない。さらに、計測点の座標値と特徴量以外の何らかの閾値などの情報を一切必要としないことも本手法の特徴である。

また、現状での混合整数計画ソルバーで解ける問題規模と提案手法の有効性を確認するために、特徴点抽出した点集合を対象とし、一階層の数値実験を行う。実験結果から、提案手法により妥当な位置合わせ結果が得られることを確認する。階層を増やせば理論上精度が向上することから、提案手法が有効であることがわかる。本稿では、紙面の都合のため実験については省略した。

## 2 位置合わせ問題の定義

本稿では、2つの視点から計測された2枚の距離画像が得られているものと仮定する。各視点で計測された距離画像は3次元座標値の集合であり、視点1で得られた全計測点の3次元座標の集合を  $V^1$  ( $|V^1| = n^1$ )、視点2で得られた全計測点の3次元座標の集合を  $V^2$  ( $|V^2| = n^2$ ) とする。また、視点  $r$  における点  $i$  の3次元座標値を、 $\mathbf{v}_i^r \in \mathbb{R}^3$  であるベクトル  $\mathbf{v}_i^r = (x_i^r, y_i^r, z_i^r)^T$  で表すものとする。位置合わせ問題とは、視点1から得られた計測点集合を視点2から得られた計測点集合に重ね合わせる剛体変換  $T$  を求める問題である。剛体変換は  $3 \times 3$  の回転行列  $\mathbf{R}$  と並進ベクトル  $\mathbf{t}$ 、3次元座標値  $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^3$  を用いて以下で定義される。

$$T(\mathbf{R}, \mathbf{t}; \mathbf{v}) = \mathbf{R}\mathbf{v} + \mathbf{t}. \quad (1)$$

回転行列は、行列式の値が1である正規直交行列であるので、剛体変換  $T$  は、視点1の計測点と視点2の計測点の同一直線上にない3点以上の対応から計算することができる。

ここで、計測点集合  $V^1, V^2$  において、無限大ノルムによる位置合わせの誤差値が  $\epsilon$  以下となる対応づけが可能な点集合である高精度計測点集合 (*more accurate point set*)

$$MAPS(T, \phi, \epsilon) = \left\{ \mathbf{v}_i^1 : \|\mathbf{v}_{\phi(i)}^2 - T(\mathbf{R}, \mathbf{t}; \mathbf{v}_i^1)\|_{\infty} \leq \epsilon \right\}, \quad (2)$$

を定義する。ただし、関数  $\phi(i)$  は、視点1の各点  $\mathbf{v}_i^1$  に対応する視点2の点への対応づけを表すものとする。このとき、 $MAPS(T, \phi, \epsilon)$  において、 $\phi(i) = j$  となる点  $\mathbf{v}_i^1$  と点  $\mathbf{v}_j^2$  は対応点であると表現することにする。計測データにおけるノイズの大きさは未知であるので、許容する位置合わせ誤差  $\epsilon$  はあらかじめ決めておくことはできない。しかし、もし対応点数が  $N$  点以上であると仮定した場合、 $|MAPS(T, \phi, \epsilon)| \geq N$  を満たす最小の  $\epsilon$  を求めることができるため、 $N$  を定数、 $\epsilon$  を変数として、視点1と視点2の各計測点集合に対して、対応づけ  $\phi_N(i)$  を一意に求める最小化問題を定義することができる。点集合  $V^1, V^2$  において、 $N$  点対応の最適な位置合わせ  $(\hat{T}_N, \hat{\phi}_N)$  を次式

$$(\hat{T}_N, \hat{\phi}_N) = \underset{T, \phi}{\operatorname{argmin}} \{ \epsilon : |MAPS(T, \phi, \epsilon)| \geq N \}, \quad (3)$$

を最小化する問題として定義する。また、 $N$  点対応の最適な位置合わせを実現したときの最小誤差値を

$$\hat{\epsilon}_N = \min \{ \epsilon : |MAPS(T, \phi, \epsilon)| \geq N \}, \quad (4)$$

とする。

$N$  点対応の最適な位置合わせでは、 $N$  が大きくなると  $N$  点対応の最適な位置合わせにおける誤差  $\epsilon$  は大きくなる。そこで、なるべく小さな誤差  $\epsilon$  で、なるべく対応点数  $|MAPS(T, \phi, \epsilon)|$  が多くなるような位置合わせを行うために、均衡の取れた位置合わせを定義する。均衡の取れた位置合わせ  $(\hat{T}, \hat{\phi})$  とは、次に示す  $\hat{N}$  によって求まる  $\hat{N}$  点対応の最適な位置合わせである。

$$\begin{aligned} \hat{N} &= \underset{3 \leq N \leq \kappa}{\operatorname{argmax}} \{ |MAPS(\hat{T}_N, \hat{\phi}_N, \epsilon_{\text{fix}})| : (\hat{T}_N, \hat{\phi}_N) \\ &= \underset{T, \phi}{\operatorname{argmin}} \{ \epsilon : |MAPS(T, \phi, \epsilon)| \geq N \} \}. \end{aligned} \quad (5)$$

ここで、 $\kappa$  は対応点数  $N$  の最大値、 $\epsilon_{\text{fix}}$  は誤差値の上界値とする。このとき、 $\kappa$  は十分に大きい適当な値を与えるものとする。  $3 \leq N \leq \kappa$  である各  $N$  において位置合わせの良さを評価するために共通に用いる誤差値  $\epsilon_{\text{fix}}$  には、 $\epsilon_{\text{fix}} = \hat{\epsilon}_\kappa$  を用いる。このとき、許容する位置合わせ誤差  $\epsilon_{\text{fix}}$  が大きくなりすぎる場合があることを考慮して、 $\epsilon_{\text{fix}}$  の上界値  $\bar{\epsilon}$  を与え、 $\epsilon_{\text{fix}} \leq \bar{\epsilon}$  を満たすものとする。均衡の取れた位置合わせにお

ける最適な対応点数  $\hat{N}$  と、誤差値  $\hat{\epsilon}_{\hat{N}}$  を最適な均衡値と呼ぶ。最適な均衡値は、与えられた視点1と視点2の計測データに依存した値であり、未知である。

### 3 均衡の取れた位置合わせ

ここでは、2節で定義した  $N$  点对応の最適な位置合わせ問題を混合整数線形計画問題として定式化し、均衡の取れた位置合わせアルゴリズムを提案する。まず、いくつかの記号と表記を定義する。剛体変換における回転行列  $\mathbf{R}$  と並進ベクトル  $\mathbf{t}$  に対して、擬似回転行列  $\mathbf{R}'$  と擬似並進ベクトル  $\mathbf{t}'$  を導入し、線形の制約式により、 $\mathbf{R}'$  および  $\mathbf{t}'$  が各々  $\mathbf{R}$  および  $\mathbf{t}$  に近くなるようにする。以後、 $\mathbf{R}'$  および  $\mathbf{t}'$  を用いて求める記号にはプライム ( $'$ ) を付けて表現する。

表記の簡略化のため、点集合  $V$  のインデクス集合を  $I(V) \stackrel{\text{def}}{=} \{i : \mathbf{v}_i \in V\}$  と表記し、ベクトル  $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3)^T$  に対して各要素の絶対値をとる関数を、 $\text{ABS}(\mathbf{x}) \stackrel{\text{def}}{=} (|x_1|, |x_2|, |x_3|)^T$  と表記する。本定式化での決定変数は、次に定義する各要素が 0-1 整数変数からなる対応点集合ベクトル  $\mathbf{p} = (p_{11}, p_{12}, \dots, p_{1n_2}, p_{21}, p_{22}, \dots, p_{n_11}, p_{n_12}, \dots, p_{n_1n_2})$  と、各要素が実数変数からなる  $\mathbf{R}'$  および  $\mathbf{t}'$  である。対応点集合ベクトル  $\mathbf{p}$  の各要素は、視点1における点  $\mathbf{v}_i^1$  と視点2における点  $\mathbf{v}_j^2$  が対応点であるとき、即ち  $j = \phi(i)$  であるとき 1、そうでないとき 0 の値をとる。また、 $\mathbf{e} = (\epsilon, \epsilon, \epsilon)^T$  と表記する。

位置合わせ誤差  $\epsilon$  を最小化する  $N$  点对応の最適な位置合わせ問題を、以下のように定式化する。

$$\begin{aligned}
 (P_1) \min \quad & \epsilon \\
 \text{sub. to} \quad & \sum_{j \in I(V^2)} p_{ij} \leq 1, \quad (i \in I(V^1)), \\
 & \sum_{i \in I(V^1)} p_{ij} \leq 1, \quad (j \in I(V^2)), \\
 & \sum_{i \in I(V^1)} \sum_{j \in I(V^2)} p_{ij} \geq N, \\
 & \sum_{j \in I(V^2)} p_{i,j} \mathbf{v}_j^2 - \mathbf{R}' \mathbf{v}_i^1 - \mathbf{t}' \geq \\
 & -\mathbf{M}(1 - \sum_{j \in I(V^2)} p_{ij}) - \mathbf{e}, \quad (i \in I(V^1)), \\
 & \sum_{j \in I(V^2)} p_{ij} \mathbf{v}_j^2 - \mathbf{R}' \mathbf{v}_i^1 - \mathbf{t}' \leq \\
 & \mathbf{M}(1 - \sum_{j \in I(V^2)} p_{ij}) + \mathbf{e}, \quad (i \in I(V^1)), \\
 & p_{ij} + \sum_{l \in I(V^2), |d(\mathbf{v}_i^1, \mathbf{v}_k^1) - d(\mathbf{v}_j^2, \mathbf{v}_l^2)| > \epsilon_l} p_{kl} \leq 1, \\
 & \quad (i, k \in I(V^1), j \in I(V^2)), \\
 & p_{ij} \in \{0, 1\}, \quad (i \in I(V^1), j \in I(V^2)).
 \end{aligned}$$

ここで、 $\mathbf{M}$  は、何らかの大きな値を要素としても

つベクトル  $\mathbf{M} = (m_1, m_2, m_3)^T$  である。誤差値  $\epsilon_l$  は、擬似回転行列  $\mathbf{R}'$  が回転行列であることを線形の制約式で間接的に表現するため、対応点となる視点1の点と視点2の点の点对で、任意の3組の点对が一方の距離画像中で作る3角形と、もう一方の距離画像中で作る3角形が誤差の範囲で合同となることを示す。

次に、2つの点集合  $V^1, V^2$  における、位置合わせ誤差と対応点数とが最も均衡する位置合わせ問題の最適解を求めるアルゴリズムを提案する。提案アルゴリズムは、次の2段階で構成されている。

**Phase 1** パラメータである対応点数  $N$  を、5から与えられる  $\kappa$  の上界値  $\bar{\kappa}$  まで変化させ、各  $N$  において問題  $(P_1)$  の最適解を繰り返し求め、最小化された誤差値  $\hat{\epsilon}'_N$  及び、このときの対応点集合ベクトル  $\hat{\mathbf{p}}'_N$  における剛体変換  $(\hat{T}'_N, \hat{\phi}'_N)$  を求める。 $\hat{\epsilon}'_N \leq \bar{\epsilon}$  である  $(\hat{\mathbf{p}}'_N, \hat{\epsilon}'_N)$  を、解の候補としてリスト  $L$  に入れる。

**Phase 2** 各  $(\hat{\mathbf{p}}'_N, \hat{\epsilon}'_N) \in L$  で、対応  $\hat{\mathbf{p}}'_N$  より剛体変換  $(\hat{T}'_N, \hat{\phi}'_N)$  を推定し、最大対応点数  $|\text{MAPS}(\hat{T}'_N, \hat{\phi}'_N, \epsilon_{\text{fix}})|$  をカウントする。評価に使う誤差値は  $\epsilon_{\text{fix}} = \max\{\hat{\epsilon}'_N : (\hat{\mathbf{p}}'_N, \hat{\epsilon}'_N) \in L\}$  である。 $\text{argmax}_N \{|\text{MAPS}(\hat{T}'_N, \hat{\phi}'_N, \epsilon_{\text{fix}})| : N \text{ s.t. } (\hat{\mathbf{p}}'_N, \hat{\epsilon}'_N) \in L\}$  となる解  $(\hat{\mathbf{p}}'_N, \hat{\epsilon}'_N)$  を最適解として選択する。

### 4 階層的な位置合わせ

本章では、階層的な点集合の定義と階層的な位置合わせ問題について述べ、次に階層的な位置合わせアルゴリズムを提案する。

#### 4.1 階層的な点集合と位置合わせ問題

階層的な点集合  $\hat{V}_h^r (h = 1, \dots, n, r = 1, 2)$  を次のように定義する。

$$\hat{V}_1^r \subset \hat{V}_2^r \subset \dots \subset \hat{V}_{n-1}^r \subset \hat{V}_n^r = V^r (r = 1, 2). \quad (6)$$

本論文では、階層的な点集合を用いて位置合わせを行うことにより、全計測点  $V^1$  と  $V^2$  の位置合わせを行う方法を提案する。

点集合  $\hat{V}_h^1, \hat{V}_h^2$  において、剛体変換  $T$  で変換したときに無限大ノルムによる誤差値が  $\epsilon$  以内となる視点1における点集合を次の選別集合として定義する。

$$\begin{aligned}
 \text{SPS}(T, \epsilon) = \\
 \left\{ \mathbf{v}_i^1 : \|\mathbf{v}_j^2 - T(\mathbf{R}, \mathbf{t}; \mathbf{v}_i^1)\|_{\infty} \leq \epsilon, \mathbf{v}_j^1 \in \hat{V}_h^1, \mathbf{v}_j^2 \in \hat{V}_h^2 \right\}. \quad (7)
 \end{aligned}$$

ここで、点集合  $\hat{V}_h^1, \hat{V}_h^2$  における高精度計測点集合を  $\text{MAPS}_{(h)}(\hat{T}_N, \hat{\phi}_N, \hat{\epsilon}_N)$ 、均衡の取れた位置合わせの

最適解を  $(\hat{T}_{N(h)}, \hat{\phi}_{N(h)})$ , そのときの誤差値を  $\hat{\epsilon}_{N(h)}$  と表記する. 階層的な位置合わせを行うには, まず, 点集合  $\hat{V}_h^1, \hat{V}_h^2$  における均衡の取れた位置合わせの最適値における  $\hat{T}_{N(h)}, \hat{\epsilon}_{N(h)}$  が得られているものとする. 次の階層の点集合  $\hat{V}_{h+1}^1, \hat{V}_{h+1}^2$  においてこの最適解の  $\hat{T}_{N(h)}, \hat{\epsilon}_{N(h)}$  が許容しているすべての対応づけの組を許容する点集合である,  $SPS(\hat{T}, \hat{\epsilon})$  及びこれに対応する視点 2 の点を対象として均衡の取れた位置合わせを行う. このとき, 次の階層の点集合  $\hat{V}_{h+1}^1, \hat{V}_{h+1}^2$  における均衡の取れた位置合わせの誤差の上界値を  $\bar{\epsilon} = \hat{\epsilon}_{N(h)}$  とする. 階層的な位置合わせでは,  $h$  が大きくなるにしたがって誤差値  $\hat{\epsilon}_{N(h)}$  は小さくなり, 位置合わせは階層的に高精度化される.

## 4.2 階層的な位置合わせアルゴリズム

ここでは, 階層的な位置合わせを行うアルゴリズムを提案する. 提案アルゴリズムは, 階層的な点集合  $\hat{V}_1^r, \dots, \hat{V}_{n-1}^r, \hat{V}_n^r = V^r$  について, 要素数の小さい点集合  $\hat{V}_1^r$  から均衡の取れた位置合わせを行い, 得られた解によって次の階層の点集合における解の候補を絞り, 均衡の取れた位置合わせを行うことを全計測点集合にいたるまで繰り返す.  $\bar{\epsilon}$  の初期値は, 点集合  $\hat{V}_1^1, \hat{V}_1^2$  における最大誤差を与えるものとする.

**[Algorithm] MILP-based\_Hierarchical Registration( $\bar{\epsilon}$ )**

```

 $\hat{V}^1 = \hat{V}_1^1; \hat{V}^2 = \hat{V}_1^2;$ 
for( $h = 1; h \leq n; h++$ ) {
  点集合  $\hat{V}^1, \hat{V}^2$  における, 最大誤差  $\bar{\epsilon}$  の
  均整の取れた位置合わせを解く;
  /*得られた解の対応  $\hat{p}_N$  から計算される剛体変換を
   $\hat{T}$  とし, このときの誤差  $\hat{\epsilon}_N$  を  $\hat{\epsilon}'$  とする. */
  if ( $h == n$ ) {break;}
  点集合  $\hat{V}_{h+1}^1, \hat{V}_{h+1}^2$  において,  $SPS(\hat{T}, \hat{\epsilon}')$  を計算する;
   $\hat{V}^1 = SPS(\hat{T}, \hat{\epsilon}')$ ;
   $\hat{V}^2 =$ 
  {  $v_i^2 : \|v_j^2 - \hat{T}(R, t; v_i^1)\|_\infty \leq \hat{\epsilon}', v_j^1 \in \hat{V}_{h+1}^1, v_j^2 \in \hat{V}_{h+1}^2$  };
   $\bar{\epsilon} = \hat{\epsilon}';$ 
}
return  $\hat{p}_N$ ;
```

## 5 おわりに

本稿では, 混合整数線形計画問題の定式化を利用した階層的な位置合わせ手法を提案した. 階層的な位置合わせでは, 本論文で提案する階層的な点集合を用いて繰り返し 2 つの点集合間における位置合わせを行い, 位置合わせは階層的に高精度化される.

2 つの点集合における位置合わせについて数値実験を行い, 結果から以上の利点が示されたことから, 2 つの点集合間の位置合わせを利用した階層的な位置合わせではさらに精度のよい位置合わせができることが期待される.

提案手法の利点として, 提案手法は混合整数線形計画問題の最適解を利用した解法であるため, 定式化の条件下で対応づけの最適性が保証されていることと, 事前の知識なしにデータに依存した適切なパラメータが自動調整されること, 本質的に設定が必要なパラメータの数が少なく, 必要なパラメータの設定を誤ったとしても, 位置合わせを出力しないか, 明らかに間違っていることがすぐに確認できることがあげられる. さらに, 統一的な枠組みで高精度な位置合わせまでを行うことも本手法の利点である.

今後の課題としては, 階層的な位置合わせの実現のための改良を行い, 実験から有効性を示すことと, データに応じた適切な階層的な点集合の生成法を検討すること, さらに, 混合整数線形計画問題の解法中に示される上下界を情報として利用することなどによりアルゴリズムを高速化することがあげられる.

## References

- [1] 荒木田翔, 清水郁子, 統一的なアプローチに基づく階層的な距離画像の位置合わせ, 電子情報通信学会総大会講演論文集, No.D-12-29, (2007).
- [2] Besl, P. J. and McKay, N. D.: A Method for Registration of 3-D Shapes, *IEEE Trans. on PAMI*, Vol. 14, No. 2, pp.239–256 (1992).
- [3] Brunnstrom, K. and Stoddart A.: Genetic Algorithms for Free-Form Surface Matching, In *Proc. of ICPR*, Vol. 4, pages 689–693 (1996).
- [4] Campbell, R. J. and Flynn, P. J.: A Survey of Free-Form Object Representation and Recognition Techniques, *CVIU*, Vol. 81, pp. 166–210 (2001).
- [5] Chen, C. S., Hung, Y. P. and Cheng, J. B.: RANSAC-Based DARCES: A New Approach to Fast Automatic Registration of Partially Overlapping Range Images, *IEEE Trans. on PAMI*, Vol. 21, No.11, pp. 1229–1234 (1999).
- [6] Johnson, A. E. and Hebert, M.: Using Spin Images for Efficient Object Recognition in Cluttered 3D Scenes, *IEEE Trans. on PAMI*, Vol. 21, No. 5, pp. 433–449 (1999).
- [7] 岡谷(清水) 郁子, Radim Šára, 杉本晃宏. グラフカーネルアルゴリズムを用いた大域的な最適性を保証する距離画像の位置合わせ. 情処論 CVIM, Vol. 47, No. SIG10(CVIM15), pp. 35–48 (2006).
- [8] Rusinkiewicz, S. and Levoy M.: Efficient Variants of the ICP Algorithm. In *Proc. of 3DIM*, pages 145–152 (2001).
- [9] Silva, L., Bellon, O. R. P. and Boyer, K. L.: Precision Range Image Registration Using a Robust Surface Interpenetration Measure and Enhanced Genetic Algorithms, *IEEE Trans. on PAMI*, Vol. 27, No.5, pp. 762–776 (2005).
- [10] Stein, F. and Medioni, G.: Structural indexing: Efficient 3-D object recognition, *IEEE Trans. on PAMI*, Vol. 14, No. 2, pp. 125–145 (1992).