

Lane-Bates のゼロシート法に基づいた新しい数学的手法による画像修復

森谷 郁生 青垣 総一郎 小鷹 英樹 竹内 富士雄[†] 外山 政文

京都産業大学 工学研究科 情報通信工学専攻
[†]京都産業大学 理学部

概要: Lane-Bates のブラインドデコンボリューションは、観測画像の z 変換のゼロシートの分類を基礎にした解析的手法である。従って、膨大な計算量を必要とする。我々は、このゼロシートの分類を省略するための新しい2つのタイプの数学的手法を提案する。一つは行列形式の条件式で劣化要因 (blur のゼロ値) を判定するアルゴリズムであり、微分形式と多点形式の2種類の形式からなる。もう一つは連立方程式を用いて劣化要因画像を直接探索するアルゴリズムである。本稿では、モデル画像を用いてこれらの手法を検証しそれらの有用性を示す。

Novel scheme for Lane-Bates' blind deconvolution

Ikuo Moritani, Sohichiroh Aogaki, Fujio Takeuchi[†], F.M. Toyama

Department of Information and Communication Sciences, Kyoto Sangyo University.
[†]Faculty of Sciences, Kyoto Sangyo University

Abstract: We have developed a novel scheme for Lane-Bates' blind deconvolution. We have devised two versions of the scheme, i.e., determinant conditions (DC) for the zeros of blurs and a search algorithm (SA) of blur images. The DC consists of two forms, a derivative form and a multi-point form. The SA is given as a form of simultaneous equations for blur elements of an assumed blur. These methods have been experimentally tested with model blurred images and shown to be powerful. In this report we present them and illustrate how they are useful for the Lane-Bates' blind deconvolution.

1. はじめに

観測画像にどのような blur が含まれているかについて全く予備知識なしに画像修復を行うのがブラインドデコンボリューションという手法である。その高度な手法が、Lane-Bates のゼロシート法である [1]。これは、解析的にかつ一意的に blur を特定することを可能にする。しかし、高度な解析性を誇る手法であるがゆえに、ゼロシート法は膨大な計算量を必要とする。汎用的な画像処理技術として実用化するためには、計算量を減らすだけでなく、半自動的に画像処理を行える新しい手法を開発する必要がある。

我々は、そのための二つのタイプの新しい数学的手法を開発した [2-9]。一つは、行列形式の条件式(Determinant condition: DC)で、与えられた画像の中にコンボリューションされている blur のゼロ値を検出するものであり、もう一つは連立方程式を用いてコンボリューションされている劣化画像を直接探索するアルゴリズム(Search algorithm: SA)である。DCは、あるサイズの blur に対して条件式を設定すると、そのサイズ以下の blur のゼロ値を一挙に全て検出する。本稿で我々は、微分形式と多点形式の2種類のDCを提案する。微分形式は画像の z 変換のゼロ値の微係数を用いて構成される。多点形式は、ゼロ値の微分のかわりに z 空間上の複数点でのゼロ値を用いて構成される。一方SAは、指定したサイズの blur のみを特定の検出することができ、何らかの理由によりコンボリューションの条件が破れた状況においてもよく機能する。本稿では、これらの手法をモデル画像を用いて検証し、それらの有用性を明らかにする。

2. 行列形式の条件式(DC)と劣化画像探索アルゴリズム(SA)

観測画像 $g(x,y)$ が、原画像 $f(x,y)$ と blur $h(x,y)$ のコンボリューションである時、以下のよう表される。

$$g(x,y) = f(x,y) * h(x,y) \quad (1)$$

ここで、ノイズなどが無い状況と仮定している。 x と y は正の整数である。 $f(x,y)$ と $h(x,y)$ は共に未知である。 $f(x,y)$ と $h(x,y)$ のサイズをそれぞれ、 $M \times N$ と $m \times n$ とする。この時、 $g(x,y)$ のサイズは $(M+m-1) \times (N+n-1)$ となる。これを $M' \times N'$ とおくと、 $g(x,y)$ の z 変換 $G(u,v)$ は以下のように表される。

$$G(u,v) = \frac{1}{M'N'} \sum_{x=0}^{M'-1} \sum_{y=0}^{N'-1} g(x,y)u^x v^y \quad (2)$$

u と v は共に複素変数である。同様に、 $f(x,y)$ と $h(x,y)$ の z 変換は、それぞれ以下のように表される。

$$F(u,v) = \frac{1}{MN} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x,y)u^x v^y \quad (3)$$

$$H(u,v) = \frac{1}{mn} \sum_{x=0}^{m-1} \sum_{y=0}^{n-1} h(x,y)u^x v^y \quad (4)$$

式(1)は、 z 空間上で以下のように与えられる。

$$G(u,v) = F(u,v)H(u,v) \quad (5)$$

ここで、 $H(u,v)=0$ について考える。変数 u を固定すると $H(u,v)$ は、変数 v の $n-1$ 次の多項式である。その $n-1$ 個の解を β_i ($i=1,2,\dots,n-1$) と書く

と、 $H(u,v)$ は以下のように表される。

$$H(u,v) = A(u) \prod_{i=1}^{n-1} (v - \beta_i) \quad (6)$$

この β_i は、 $G(u,v)=0$ の解の一部である。従って、 $G(u,v)=0$ の解の中から、 $H(u,v)=0$ の解のみを特定できれば、定数 $A(u)$ を除いて $H(u,v)$ が決まる。 $A(u)$ を決めるために、変数 u についても同様な手続きを行う。即ち、 v を固定し u について $H(u,v)=0$ の解を求める。この式の解を $\gamma_j (j=1,2,\dots,m-1)$ とし、同様の手続きを行うことで、 $A(u)$ が求まり $H(u,v)$ を決定できる。

Blur のゼロ値即ち $H(u,v)=0$ の解を特定する基本的なやり方は、ゼロシートの分類である。しかし、このゼロシートの分類には、膨大な計算量が必要である。次節で、ゼロシートの分類とい

う煩雑な手続きを省略するための新しい数学的手法を提案する。

2.1 微分形式の DC

$H(u,v)=0$ の解 β_j は u の関数である。従って、必ず $H(u,\beta_j)=0$ であり、これより以下の式が成り立つ。

$$\frac{d^j}{du^j} H(u,\beta_j) = 0 \quad (j=0,\dots,mn-1) \quad (7)$$

式(7)は、blur の画像要素である $h(x,y)$ を未知数とする mn 個の連立方程式である。例えば、 $m=2, n=3$ の場合、式(7)の係数行列 C は、

$$C = \begin{pmatrix} 1 & \beta_1 & \beta_1^2 & \rho_u e^{i\phi_u} & \rho_u e^{i\phi_u} \beta_1 & \rho_u e^{i\phi_u} \beta_1^2 \\ 0 & \beta_1^{(1)} & 2\beta_1 \beta_1^{(1)} & e^{i\phi_u} & e^{i\phi_u} (\beta_1 + \rho_u \beta_1^{(1)}) & e^{i\phi_u} (\beta_1^2 + 2\rho_u \beta_1 \beta_1^{(1)}) \\ 0 & \beta_1^{(2)} & 2(\beta_1^{(1)\prime} + \beta_1 \beta_1^{(2)}) & 0 & e^{i\phi_u} (2\beta_1^{(1)} + \rho_u \beta_1^{(2)}) & 2e^{i\phi_u} (2\beta_1 \beta_1^{(1)\prime} + \rho_u \beta_1^{(1)\prime 2} + \rho_u \beta_1 \beta_1^{(2)}) \\ 0 & \beta_1^{(3)} & 2(3\beta_1^{(1)} \beta_1^{(2)\prime} + \beta_1 \beta_1^{(3)}) & 0 & e^{i\phi_u} (3\beta_1^{(2)} + \rho_u \beta_1^{(3)}) & 2e^{i\phi_u} (3\beta_1^{(1)\prime 2} + 3\beta_1 \beta_1^{(2)\prime} + 3\rho_u \beta_1^{(1)} \beta_1^{(2)\prime} + \rho_u \beta_1 \beta_1^{(2)\prime 2}) \\ 0 & \beta_1^{(4)} & 2(3\beta_1^{(2)\prime 2} + 4\beta_1^{(1)} \beta_1^{(3)\prime} + \beta_1 \beta_1^{(4)}) & 0 & e^{i\phi_u} (4\beta_1^{(3)} + \rho_u \beta_1^{(4)}) & 2e^{i\phi_u} (12\beta_1^{(1)} \beta_1^{(2)\prime 2} + 4\beta_1 \beta_1^{(3)\prime 2} + 3\rho_u \beta_1^{(1)} \beta_1^{(2)\prime 2} + 4\rho_u \beta_1^{(1)} \beta_1^{(3)\prime} + \rho_u \beta_1 \beta_1^{(4)}) \\ 0 & \beta_1^{(5)} & 2(10\beta_1^{(2)\prime} \beta_1^{(3)\prime} + 5\beta_1^{(1)} \beta_1^{(4)\prime} + \beta_1 \beta_1^{(5)}) & 0 & e^{i\phi_u} (5\beta_1^{(4)} + \rho_u \beta_1^{(5)}) & 2e^{i\phi_u} (15\beta_1^{(2)\prime 2} + 20\beta_1^{(1)} \beta_1^{(3)\prime} + 5\beta_1 \beta_1^{(4)\prime} + 10\rho_u \beta_1^{(2)\prime} \beta_1^{(3)\prime} + 5\rho_u \beta_1^{(1)} \beta_1^{(4)\prime} + \rho_u \beta_1 \beta_1^{(5)}) \end{pmatrix} \quad (8)$$

と与えられる。ここで、 $u = \rho_u e^{-i\phi_u}$ とおき、 $\partial^j \beta / \partial u^j \rightarrow \beta^{(j)} \equiv \partial^j \beta / \partial \rho_u^j$ とおいた。式(7)が自明でない解を持つための条件として、 $\det C = 0$ を得る。この $\det C$ を、DC の微分形式と呼ぶことにする。以下、これを $E_{m \times n}^{\rho_u}(\beta(u))$ と記す。例えば、式(8)の係数行列に対して、 $E_{2 \times 3}^{\rho_u}(\beta(u))$ は以下のようになる。

$$E_{2 \times 3}^{\rho_u}(\beta) \equiv -135\beta^{(2)\prime 2} + 80\beta^{(1)\prime} \beta^{(3)\prime} + 15\beta^{(1)\prime 2} \beta^{(4)\prime} - 60\beta^{(1)\prime} \beta^{(2)\prime} \beta^{(3)\prime} - 12\beta^{(1)\prime 2} \beta^{(3)\prime} \beta^{(5)\prime} + 18\beta^{(1)\prime} \beta^{(2)\prime} \beta^{(5)\prime} + 270\beta^{(1)\prime} \beta^{(2)\prime 2} \beta^{(3)\prime} - 180\beta^{(1)\prime 2} \beta^{(2)\prime} \beta^{(3)\prime} = 0 \quad (9)$$

式(9)は、 2×3 の blur に対して構成した DC であるが、もし、観測画像に $1 \times 2, 1 \times 3, 2 \times 2$ のような blur が多重に含まれている場合、これらを同時に判定できる。これは、 2×3 の blur に対して構成した $\det C$ がこれらのサイズの blur に対する DC の線形結合として展開されるからである。さらに、 $1 \times j (j > 3)$ のような 1 次元 blur も式(9)を満たす。これは、1 次元 blur の解は u に依存しないためである。

我々は、 $H(u,v)$ に対する DC を構成したが、我々に与えられるのは観測画像 $g(x,y)$ である。従って、我々が知りうるのは $G(u,v)=0$ の解である。ところが、 $G(u,\beta) = F(u,\beta)H(u,\beta)$ なので、 $G(u,v)=0$ の解 β を用いて、式(9)を評価できる。しかも、次の式(10)より微係数 $\beta^{(j)}$ を全てゼロ値

β の多項式の有理関数として表される。

$$\frac{d^j}{du^j} G(u,\beta_j) = 0 \quad (j=0,\dots,M'N'-1) \quad (10)$$

それ故、微分形式の DC は z 空間上での一点で全て評価できることが分かる。 $m=n$ の場合、DC は変数 u, v に関して同じであるが、 $m \neq n$ の場合 DC は変数 u, v に関して異なる形を持つ。例えば、 2×3 の blur の場合に変数 u についての DC は

$$E_{2 \times 3}^{\rho_u}(\gamma) \equiv -40\gamma^{(3)\prime} + 60\gamma^{(2)\prime} \gamma^{(3)\prime} \gamma^{(4)\prime} - 15\gamma^{(1)\prime} \gamma^{(4)\prime 2} - 18\gamma^{(2)\prime 2} \gamma^{(5)\prime} + 12\gamma^{(1)\prime} \gamma^{(3)\prime} \gamma^{(5)\prime} = 0 \quad (11)$$

$$(v = \rho_v e^{-i\phi_v}, \gamma^{(j)} \equiv \partial^j \gamma / \partial \rho_v^j)$$

となる。

2.2 多点形式の DC

$H(u,v)=0$ の解 $v = \beta_j$ は u の関数であるので以下の式が成り立つ。

$$H(u_j, \beta(u_j)) = 0 \quad (j=0,\dots,mn-1) \quad (12)$$

式(12)は、blur の画像要素 $h(x,y)$ に対する mn 個の連立方程式である。例えば、 $m=2, n=3$ の場合の係数行列 D は以下のように与えられる。

$$D = \begin{pmatrix} 1 & \beta(u_0) & \cdots & \beta(u_0)^{n-1} & u_0 & u_0\beta(u_0) & \cdots & u_0\beta(u_0)^{n-1} & \cdots & u_0^{n-1} & u_0^{n-1}\beta(u_0)^{n-1} \\ 1 & \beta(u_1) & \cdots & \beta(u_1)^{n-1} & u_1 & u_1\beta(u_1) & \cdots & u_1\beta(u_1)^{n-1} & \cdots & u_1^{n-1} & u_1^{n-1}\beta(u_1)^{n-1} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots \\ 1 & \beta(u_q) & \cdots & \beta(u_q)^{n-1} & u_q & u_q\beta(u_q) & \cdots & u_q\beta(u_q)^{n-1} & \cdots & u_q^{n-1} & u_q^{n-1}\beta(u_q)^{n-1} \end{pmatrix} \quad (13)$$

$h(x, y)$ が自明でない解を持つ条件として, $\det D = 0$ が得られる. 以後, $m \times n$ の blur に対して構成した多点形式の DC ($\det D = 0$) を $E_{m \times n}^{p_n}(\beta(u_0), \dots, \beta(u_{m-1}))$ と書く. $E_{m \times n}^{p_n}$ は, 微分形式の DC と同様に $m \times n$ より小さい blur のゼロ値も同時に検出することができる. また, $1 \times k$ ($k = n+1, \dots, N$) のような 1 次元 blur も判定できる. これは 1 次元 blur の解は定数だからである.

多点形式の DC は, ゼロ値の微分を用いないため微分形式よりもシンプルである. しかし, DC を構成するのにも mn 個の異なる $u_i = u + \Delta u$ ($i = 0, 1, \dots, mn-1$) に対して解を求め必要がある. このとき, Δu の最適化が必要になる. 変数 u に対する DC は, $E_{m \times n}^{p_n}(\gamma(v_0), \dots, \gamma(v_{m-1}))$ と記述する.

2.3 劣化画像探索アルゴリズム

u を固定し $G(u, v) = 0$ の解 v を β^i ($i = 1, 2, \dots, N'$; $N' \leq N-1$) とすると, 式(2)の $G(u, v)$ は以下のように表される.

$$G(u, v) = k_j \prod_{i=0}^{N-1} (v - \beta^i) \quad (\beta^i \equiv \beta(u_i)) \quad (14)$$

同様に, $H(u, v)$ も以下のように表される.

$$H(u, v) = p_j \prod_{i=0}^{n-1} (v - \alpha^i), \quad \{\alpha^i\} \subset \{\beta^j\} \quad (15)$$

$$(\alpha^i \equiv \alpha(u_i))$$

ここで, α^i は $H(u_i, v) = 0$ の i 番目の解である. 式(15)は, 以下のように書き表される.

$$H(u, v) = p_j \prod_{i=0}^{n-1} c_i v^i \quad (16)$$

c_i は y 次の項の係数である. 式(4)と式(16)の係数比較により, 以下の n 個の一関係式が得られる.

$$\begin{aligned} \sum_{j=0}^{m-1} h(x, 0) u_j^i &= p_j c_0 = (-1)^{n-1} p_j \prod_{i=1}^{n-1} \alpha^i, \\ \sum_{j=0}^{m-1} h(x, 1) u_j^i &= p_j c_1 = (-1)^{n-2} p_j \left(\prod_{i=2}^{n-1} \alpha^i + \prod_{i=1(i \neq 2)}^{n-1} \alpha^i + \cdots + \prod_{i=1}^{n-2} \alpha^i \right) \\ &\vdots \\ \sum_{j=0}^{m-1} h(x, n-1) u_j^i &= p_j c_{n-1} = p_j \end{aligned} \quad (17)$$

これは未知数 $h(x, y)$ と p_j についての連立方程式と考えられる. 式(17)から, $h(x, y)$ を一意的に

求めるためには, 式(17)において, u_j が以下の条件

$$j = 1, \dots, q; \quad q \geq mn / (n-1) \quad (18)$$

を満たすように j を選ばばよい. もし選んだ $n-1$ 個のゼロ値 β_j が blur の解 α であれば, 式(17)から blur の要素 $h(x, y)$ が直接求まる. もし選んだ $n-1$ 個の β_j の組が blur のゼロ値 α でなければ, 式(17)は解を持たない. その場合, 最大で $\binom{n-1}{n-1} C_{n-1}$ の組み合わせを試すことになる. $h(x, y)$ が見つければ, $G(u, v) / H(u, v) = F(u, v)$ を行った後, $F(u, v)$ を逆フーリエ変換して原画像 $f(x, y)$ を得る.

最後に, 式(1)のコンボリューションの条件が何らかの原因で破れた場合についてこのアルゴリズムを拡張する. このような場合, 連立方程式(17)が blur の $n-1$ 個のゼロ値 β_{n-1} に対しても厳密に成り立たない. そこで, 次式のように χ^2 を定義する. そして, χ^2 が最小となる未知数 $h(x, y)$ を近似的な blur の要素とみなす.

$$\begin{aligned} \chi^2 &= \left[\sum_{j=0}^{m-1} h(x, 0) u_j^i - (-1)^{n-1} p(u_j) \prod_{i=1}^{n-1} \gamma_i(u_j) \right]^2 \\ &+ \left[\sum_{j=0}^{m-1} h(x, 1) u_j^i - (-1)^{n-2} p(u_j) \right. \\ &\quad \left. \times \left[\prod_{i=2}^{n-1} \gamma_i(u_j) + \prod_{i=1(i \neq 2)}^{n-1} \gamma_i(u_j) + \cdots + \prod_{i=1}^{n-2} \gamma_i(u_j) \right] \right]^2 \\ &+ \cdots + \left[\sum_{j=0}^{m-1} h(x, n-1) u_j^i - p(u_j) \right]^2 \quad (j = 1, \dots, q) \end{aligned} \quad (19)$$

本章で, この拡張されたアルゴリズムが階調圧縮に対しても機能することを示す.

3. モデル画像による DC 及び SA の検証

前章で述べた DC と SA を, モデル画像を用いて検証し, それらの有用性を示す.

3.1 DC の検証

図 1(a) はモデル原画像である [10]. 図 1(b), (c), (d), (e) は, それぞれサイズ 1×2 , 2×1 , 2×2 , 2×3 の blur である. これら全ての blur を原画像にコンボリューションしたものを図 1(f) に示す. コンボリューションされた画像のサイズは, 103×104 である.

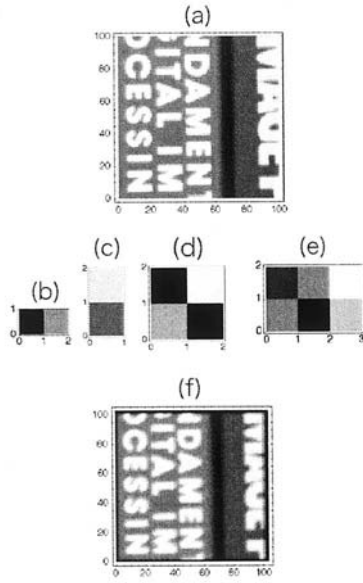


図1 (a) サイズ100×100の原画像 [10]; (b) サイズ1×2のblur; (c) サイズ2×1のblur (d) サイズ2×2のblur; (e) 2×3のblur; (f) blur (b)-(e)を原画像(a)にコンボリューションしたもの. サイズは103×104.

図2は、微分形式のDCである式(9)及び(11)の $E_{2 \times 3}^{\rho_u}(\beta)$, $E_{2 \times 3}^{\rho_u}(\gamma)$ による, blurのゼロ値の検出結果を示している. ここで, 観測画像として図1(f)を用い, $\rho_u = \rho_v = 1$ ととった. フーリエ変換に必要な全ての ϕ_u ($\phi_u = 2\pi j/103$, $j=0, \dots, 103$), ϕ_v ($\phi_k = 2\pi k/104$, $k=0, \dots, 104$) において評価を行った. 図2には, そのうち4点の検出結果を示した. 横軸は, ゼロ値の番号である. 縦軸は, $E_{2 \times 3}^{\rho_u}(\beta)$, $E_{2 \times 3}^{\rho_u}(\gamma)$ の評価値である. ただし, ここでは, $\log\{|E_{2 \times 3}^{\rho_u}(\beta)|+1\}$, $\log\{|E_{2 \times 3}^{\rho_u}(\gamma)|+1\}$ をプロットしている. 前章でも述べたように, $E_{2 \times 3}^{\rho_u}(\beta)$, $E_{2 \times 3}^{\rho_u}(\gamma)$ は, 仮定した blur のサイズ以下の blur のゼロ値を同時に検出できる. 従って, この評価実験では, $E_{2 \times 3}^{\rho_u}(\beta)$ では, $4(=1+1+2)$ 個, $E_{2 \times 3}^{\rho_u}(\gamma)$ は $3(=1+1+1)$ 個の blur のゼロ値を検出できるはずである. 実際, 図2からわかるように, $\phi_u = 0$ では, $E_{2 \times 3}^{\rho_u}(\beta)$ は4個のゼロ値($\beta_1, \beta_2, \beta_{42}, \beta_{43}$)を検出している. 他の ϕ においても同様に4個のゼロ値を検出している. また, $\phi_u = 0$ における $E_{2 \times 3}^{\rho_u}(\gamma)$ は, 3個のゼロ値($\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$)を検出している. 他の ϕ においても, 3つのゼロ値を検出している.

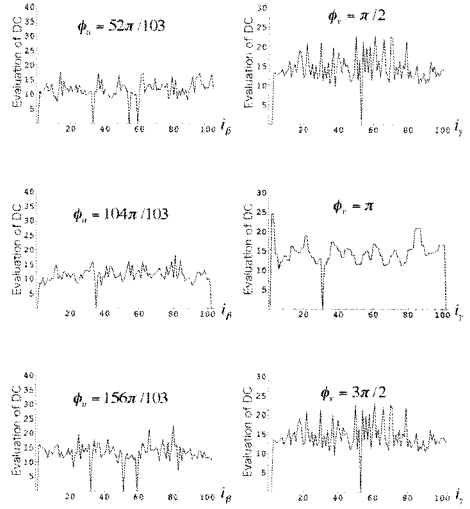
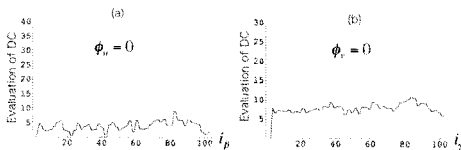
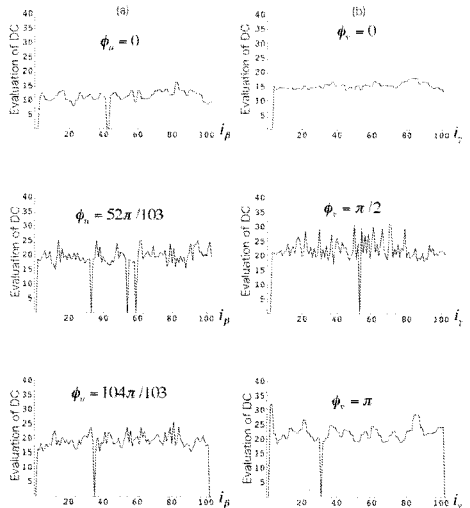


図2 $E_{2 \times 3}^{\rho_u}(\beta)$ と $E_{2 \times 3}^{\rho_u}(\gamma)$ による blur のゼロ値の検出結果. 縦軸は, $\log\{|E_{2 \times 3}^{\rho_u}(\beta)|+1\}$, $\log\{|E_{2 \times 3}^{\rho_u}(\gamma)|+1\}$. 横軸は, ゼロ値の番号. ここでは, $\rho_u = \rho_v = 1$ ととった.

図3は、多点形式のDCである $E_{2 \times 3}^{\rho_u}(\beta(u_0), \dots, \beta(u_{n-1}))$, $E_{2 \times 3}^{\rho_u}(\gamma(v_0), \dots, \gamma(v_{m-1}))$ による blur のゼロ値検出結果を示す. 前章で述べたように, 多点形式のDCにおいては, 最適化した $\Delta\phi$ をとる必要がある. ここでは, 最適値として $\Delta\phi = \pi/50000$ ととった. それゆえ, DCの評価値が非常に小さくなり, 図3では, DCの評価値に 10^{20} をかけたものをプロットしている. 図3からわかるように, 微分形式のDCと全く同じ blur のゼロ値を検出している.



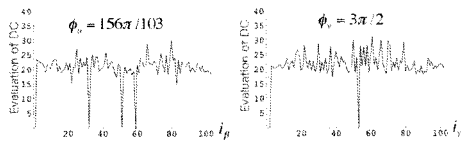


図3 $E_{2 \times 2}^{p_c}(\beta(u_0), \dots, \beta(u_{m-1}))$ と $E_{2 \times 2}^{p_c}(\gamma(v_0), \dots, \gamma(v_{m-1}))$ による blur のゼロ値の検出結果。縦軸は、 $\log\{|E_{2 \times 2}^{p_c}(\beta(u_0), \dots, \beta(u_{m-1})) \times 10^{30}| + 1\} + \log\{|E_{2 \times 2}^{p_c}(\gamma(v_0), \dots, \gamma(v_{m-1})) \times 10^{30}| + 1\}$ である。横軸は、ゼロ値の番号である。ここでは、 $\rho_p = \rho_c = 1$ ととった。

期待したように2つのタイプのDCは、複数の blur のゼロ値を正しく検出できることがわかる。これが、本当に blur のゼロ値であるかどうかを確認するためには、この blur のゼロ値を全て除去し残りのゼロ値のみで画像を再構成して原画像が得られるかどうか調べればよい。

図4は、検出した4個のゼロ値 β と3個のゼロ値 γ を除去し画像を再構成したものである。これは、図1(a)と同じである。したがって、DCで検出したゼロ値が全て blur のゼロ値であると判断できる。

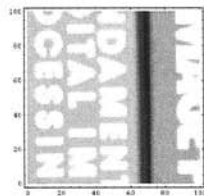


図4 $E_{2 \times 2}^{p_c}(\beta_i)$ によって検出した blur のゼロ値を全て除去し、再構成した画像。 $E_{2 \times 2}^{p_c}(\beta(u_0), \dots, \beta(u_i)) \cdot E_{2 \times 2}^{p_c}(\gamma(v_0), \dots, \gamma(v_i))$ でも同様の結果が得られた。

3.2 SA の検証

前節では、DCによる blur のゼロ値検出結果を示した。本節では、SAによる blur の画像要素の探索実験について述べる。

図5(a), (b), (c)は、それぞれサイズ 2×2 , 2×3 , 3×3 の blur を示す。これら全てを図1(a)にコンボリューションしたものを図5(d)に示す。そのサイズは、 104×105 である。

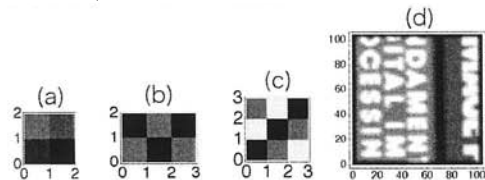


図5 (a) サイズ 2×2 の blur; (b) サイズ 2×3 の blur; (c) サイズ 3×3 の blur; (d) blur (a) (b) (c) を図1(a)にコンボリューションしたもの。サイズは、 104×105 である。

DCとは異なり SA は、仮定したサイズの単一の blur を探索するアルゴリズムである。図6(a)

は、図5(a)の blur を除去したものである。ここで、必要な連立方程式の数を得るために式(18)において $q=4$ ととった。同様にして、図5(b), (c)の blur をそれぞれ除去するためには、それぞれ $q=3$, $q=5$ ととればよい。そのようにして修復した画像を図6(b), (c)に示す。図6(c)は、図1(a)と同じである。このように一つずつ blur を順番に除去することにより、原画像が得られる。

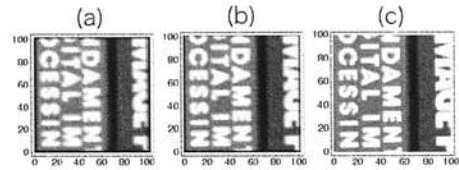


図6 SAによる画像修復結果; (a) 図5(a)から 2×2 の blur を除去して得た画像; (b) (a)から 2×3 の blur を除去して得た画像; (c) (b)から 3×3 の blur を除去して得た画像;

最後に、何らかの原因によりコンボリューションの条件が破れた状況について考察する。前章で述べたように、この場合は、 χ^2 を評価することによって blur の近似解を求める。

図7は、図1(a)の原画像に対して図5(a)のサイズ 2×2 の blur をコンボリューションして得た画像に対して、画像の階調を 94861 から 256 へ階調を圧縮した画像である。階調を圧縮したことにより、完全なコンボリューションの条件が破れている。

図8は、式(19)の χ^2 を評価して得た近似解としての blur を除去し、復元した画像である。この時、 $\chi^2 = 4.36 \dots \times 10^{-14}$ である。これにより、完全なコンボリューションの条件が破れた状況でも、SAは有効に機能する。

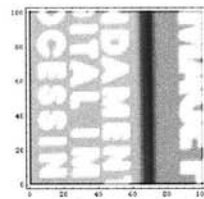


図7 図1(a)の原画像に対して図5(a)のサイズ 2×2 の blur をコンボリューションし、階調を 94861 から 256 階調に圧縮したもの。

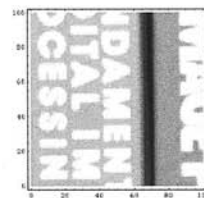


図8 図7のコンボリューション画像を式(19)によるアルゴリズムで blur を除去し再構成した画像。

4. 要約

本稿では、Lane-Bates のブラインドデコンボリューションにおけるゼロシートの分類という煩雑な手続きを省略するための新しい数学的手法を2種類提案した。一つは行列式による blur のゼロ値判定条件式であり、もう一つは連立方程式を用いた blur の探索アルゴリズムである。行列式による条件式は、微分形式と多点形式の2種類提案した。前者は、与えられた画像の z 空間上の1点のみのゼロ値を用いて評価される。後者は、 z 空間上の複数点でのゼロ値を用いて評価される。微分形式はゼロ値の微係数を用いるため複雑であるが、数学的エレガントさにおいて多点形式に優る。これらの二つの条件式に共通した特徴は、複数の blur を同時に検出できることである。その意味で、これらの行列式形式の条件式は Lane-Bates のブラインドデコンボリューションにとって非常に強力な数学的ツールである。

SA は、ある仮定したサイズの blur のみを単独で検出したいときに有用である。このアルゴリズムは完全なコンボリューションの条件が破れた状況でもある程度機能する。

本稿では、以上のことをいくつかのモデル画像とモデル blur を用いて明らかにした。

最後に、本稿では紙面の都合上、行列式による条件式の項において、blur のゼロ値を検出した後の画像再構成の手順については詳しく述べなかった。実はこの過程にも処理時間を短縮するための興味ある問題が存在する。現在それについての分析結果をまとめつつある。

5. 参考文献

- [1] R.G. Lane and R.H. Bates, "Automatic multidimensional deconvolution", J. Opt. Soc. Am., vol. A 4, 1987, 180-188 (1987).
- [2] D. Okano, S. Aogaki, F. Takeutchi and F.M. Toyama, "Enhancing PET images by means of Bates' blind deconvolution", 先端科学技術研究所所報, 第4号 (2005) 69-106.
- [3] "Enhancing PET images by means of Bates' blind deconvolution", D. Okano, S. Aogaki, F. Takeutchi and F.M. Toyama, 情報処理学会第68回全国大会, 2006年3月9日, 工学院大学, 情報処理学会講演概要集, 第2分冊 2-91.
- [4] "Conditional expressions for blind deconvolution: derivative form", 森谷郁生, 青垣総一郎, 菅井隆雄, 竹内富士雄, 外山政文, 情報処理学会第69回全国大会, 早稲田大学, 2007年3月7日第2分冊, 2-21~22.
- [5] "Simple method to eliminate blur using Lane Bates algorithm", 菅井隆雄, 青垣総一郎, 森谷郁生, 竹内富士雄, 外山政文, 情報処理学会第69回全国大会, 早稲田大学, 2007年3月7日, 第2分冊, 2-25~26.
- [6] "Conditional expressions for blind deconvolution: multi-point form", 青垣総一郎, 森谷郁生, 菅井隆雄, 竹内富士雄, 外山政文, 情報処理学会第69回全国大会, 早稲田大学, 2007年3月7日, 第2分冊, 2-23~24.
- [7] "Novel scheme for blind deconvolution: Derivative form", S. Aogaki, I. Moritani, T. Sugai, F. Takeutchi and F.M. Toyama, IEEE Fourth Intern. Conf. in Info. Tech. & Appl. 2007, 1/211-215;
- [8] "Novel scheme for blind deconvolution: Multi-point form", S. Aogaki, I. Moritani, T. Sugai, F. Takeutchi and F.M. Toyama, IEEE Fourth Intern. Conf. in Info. Tech. & Appl. 2007, 1/230-233;
- [9] "Simple method of eliminating blurs based on Lane and Bates algorithm", S. Aogaki, I. Moritani, T. Sugai, F. Takeutchi and F.M. Toyama, IEEE Fourth Intern. Conf. in Info. Tech. & Appl. 2007, 1/227-229;
- [10] <http://www.imageprocessingplace.com/>; Rafael C. Gonzalez, Richard E. Woods, Digital image processing, (R.C. Gonzalez, R.E. Woods), 329-341, Second Edition, 2002.