

## 可変長染色体 GA を用いた LDPC 符号の最適化設計システムの提案

石田 由香里<sup>†</sup> 野里 裕 高<sup>†</sup> 飯島 洋 祐<sup>††</sup>  
村川 正 宏<sup>†††</sup> 梶谷 勇<sup>†††</sup> 高橋 栄 一<sup>†††</sup>  
古谷 立 美<sup>†</sup> 樋口 哲 也<sup>†††</sup>

LDPC 符号 (Low Density Parity Check Code) は、その高い誤り訂正能力により、最近、注目を集めている誤り訂正符号である。個々の LDPC 符号は検査行列と呼ばれる 2 値行列により規定されるが、検査行列の系統的な構成方法が知られていないことが、実システムへの応用のボトルネックになっている。そこで本稿では、可変長染色体 GA を用いて多目的最適化を行う LDPC 符号の最適化設計システムを提案する。本提案システムを用いることでより効率的に LDPC 符号の実装が得られる。本稿では、提案システムの構成について説明し、提案方式の有効性検証結果を報告する。

### Proposal for Optimal LDPC Code Design System Using A Genetic Algorithm with Variable Length Chromosomes

YUKARI ISHIDA,<sup>†</sup> HIROTAKA NOSATO,<sup>†</sup> YOSUKE IJIMA,<sup>††</sup>  
MASAHIRO MURAKAWA,<sup>†††</sup> ISAMU KAJITANI,<sup>†††</sup>  
EIICHI TAKAHASHI,<sup>†††</sup> TATSUMI FURUYA<sup>†</sup>  
and TETSUYA HIGUCHI<sup>†††</sup>

Recently, LDPC (Low Density Parity Check) codes are attracting attention due to the considerable potential for error correction. Generally, an LDPC code is defined by a binary matrix known as a "check matrix". However, the lack of systematic methods of constructing check matrices represents a serious bottleneck to real-world applications. The paper proposes an optimal LDPC code design system which employs multi-criterion optimization using GA with variable length chromosomes. The proposed system is able to find good LDPC codes more efficiently than ever before. This paper describes the proposed system, its structure, and presents the results of experiments conducted to evaluate its effectiveness.

#### 1. はじめに

近年、誤り訂正符号の中でも、高い誤り訂正能力をもつ LDPC 符号 (Low Density Parity Check Code) が注目を集めている<sup>1)</sup>。誤り訂正符号とは、データの誤りを訂正するために本来のデータとは別に付加される冗長なデータのことである。本来のデータに誤り訂正符号を付加して送信することで、受信者がその受け取ったデータから送信された本来のデータを高い精度で復元可能となる。

しかし、LDPC 符号の実システムへの応用はまだ少ない。その理由として、個々の LDPC 符号の系統的もしくは効率的な構成方法が知られていないことがその一因ではないかと考えられる。

そこで本稿では、この問題点を解決する方法として、LDPC 符号の最適化設計システムを提案する。この提案システムを用いることで、(1) 高速動作、(2) 高い誤り訂正能力、(3) コンパクトなハードウェア実装、ができる。具

体的には、多目的最適化手法を用い、トレードオフの関係にある動作速度の向上、LDPC 符号の性能の向上、回路規模の縮小を同時に満たす LDPC 符号を求める。

さらに、LDPC 符号の特徴を活かして、より効率的に最適化を行うために、可変長染色体 GA<sup>2)</sup>を採用した。

本稿の構成は次の通りである。2 章で本提案システムの概要を説明する。3 章で可変長染色体 GA を用いた多目的最適化手法について説明し、4 章で実験の結果を報告する。5 章でまとめを述べる。

#### 2. 提案システムの概要

本章では、LDPC 符号の可変長染色体 GA を用いた新たな最適化設計システムを提案する。まず、LDPC 符号について説明し、その後提案システムについて説明する。

##### 2.1 LDPC 符号

LDPC 符号は、誤り訂正符号の中でも最も高い誤り訂正能力を持つ符号の 1 つである<sup>1)</sup>。LDPC 符号とは、0 と 1 の二元符号で 1 の数が大変疎な検査行列で定義される線形符号である。誤り訂正符号には選択可能な符号長や符号化率が限定されているものが多いが、LDPC 符号は符号長や符号化率を自由に選択できる柔軟性を有している<sup>1)</sup>。

しかし、LDPC 符号では検査行列の系統的な構成方法

<sup>†</sup> 東邦大学  
Toho University

<sup>††</sup> 筑波大学  
University of Tsukuba

<sup>†††</sup> 産業技術総合研究所  
National Institute of Advanced Industrial Science and Technology (AIST)

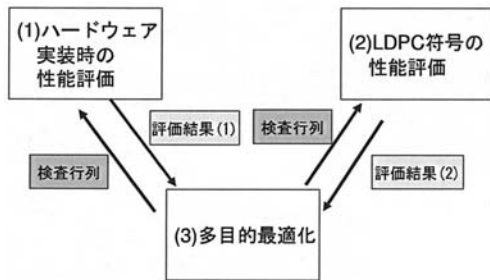


図1 提案システムの概要

が知られていないことから、ヒューリスティックスなどを用いた試行錯誤による探索的手法によって、検査行列を構成するしか方法がない。

これまで LDPC 符号の検査行列の生成には系統的な構成方法が知られてなく、設計が難しい。さらに、LDPC 符号の性能を正確に評価するには、実機を用いるか、あるいは、膨大なシミュレーションを行う必要がある。このため、最適な LDPC 符号を決定することは非常に困難である。

加えて、LDPC 符号のハードウェア実装を考えた場合、動作速度の向上、回路規模の縮小、さらに LDPC 符号の性能の向上を同時に満たすような LDPC 符号の設計は難しい。その理由として、これらの 3 つの性能の間にはトレードオフの関係があり、それらは検査行列の値で変化するからである。このため、ハードウェア実装までを考慮した LDPC 符号の設計は、より困難である。

本稿では、この問題点を解決するためにハードウェア実装を考慮した LDPC 符号の最適化設計システムを提案する。

## 2.2 本提案システムの概要

本提案システムの構成を図 1 に示す。提案システムは 3 つのプログラムで構成されている。3 つのプログラムとは (1) ハードウェア実装時の性能評価プログラム、(2) LDPC 符号の性能評価プログラム、(3) 多目的最適化プログラムである。具体的に (3) にて検査行列を生成し、この生成された検査行列を基に (1) にてハードウェアの実装時の性能評価、(2) にて LDPC 符号の性能評価を行う。(1) と (2) の評価結果を用いて (3) にて多目的最適化手法に基づき、新たな LDPC 符号を定義する検査行列を作成し、これを繰り返すことで、ハードウェア実装を考慮した、より最適な LDPC 符号を定義する検査行列を生成する。

以下でこれら 3 つのプログラムについて詳しく述べる。

### 2.2.1 ハードウェアの性能評価方法

本システムでは、ハードウェア実装時の性能評価を「検査行列内の 1 の個数」で近似した。その理由は、LDPC 符号の復号アルゴリズムの特性により、復号処理の計算量が検査行列中の 1 の個数に依存することが分かっているからである<sup>3)</sup>。つまり、検査行列内の 1 の個数が少なくなればハードウェア実装時の回路規模も小さくなり、動作速度も速くなる。この検査行列内の 1 の個数を評価結果 (1) とし

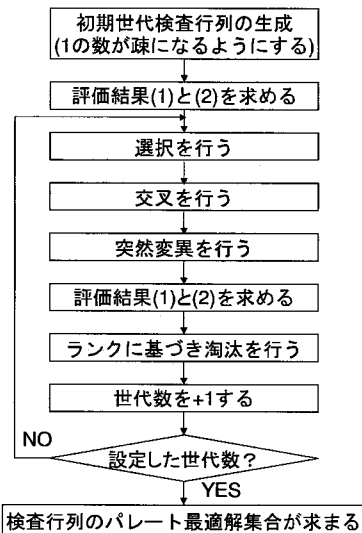


図2 多目的最適化のフローチャート

て多目的最適化プログラムに返す。これによって動作速度と回路規模を近似的に考慮した最適化が可能になる。

### 2.2.2 LDPC 符号の性能評価方法

LDPC 符号はシミュレーションにより性能を評価した。シミュレーションには、sum-product アルゴリズムを用いた LDPC 符号の復号シミュレーションプログラム<sup>4)</sup>を用いた。このシミュレーションによって、LDPC 符号の訂正後のビット誤り率を計算し、それを評価結果 (2) として多目的最適化プログラムに返す。

### 2.2.3 多目的最適化の導入方法

多目的最適化の導入が、本提案システムの特徴である。本研究では多目的最適化手法として遺伝的アルゴリズム (GA) を用いた。その理由として、GA は多点探索により局所解に陥りにくく、また、効率的にパレート最適解集合を求めることができるからである<sup>5)</sup>。GA を導入することで 2 つのことが行えるようになる。まず、1 つ目として、よりよい検査行列を試行錯誤で探すのではなく、自動的に探索することが可能になる。2 つ目に、トレードオフの関係である動作速度の向上、回路規模の縮小、LDPC 符号の性能の向上を考慮し、最適化を行うことができる。

さらに、LDPC 符号の特徴として、0 と 1 の二元符号で 1 の数が大変疎な検査行列で定義される線形符号である。また、様々な符号長の符号を容易に構成できるため検査行列の 1 の数も変化する。これらのことから、固定長染色体 GA より可変長染色体 GA の方が、より LDPC 符号を効率よく最適化を行うことができるのではないかと考え、可変長染色体 GA を用いた多目的最適化を行うことにした。

## 3. 可変長染色体 GA を用いた多目的最適化手法

本章では、本提案システムの可変長染色体 GA を用いた多目的最適化手法について説明する。

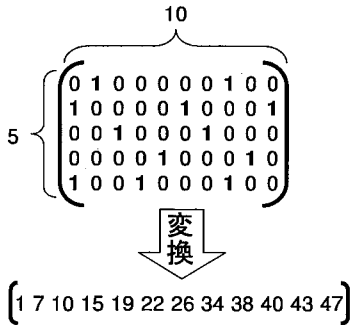


図3 検査行列の表現の一例

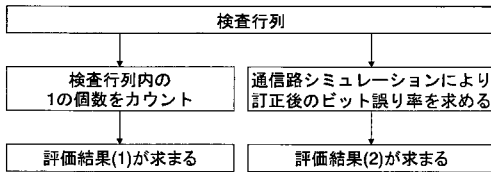


図4 評価結果 (1) と (2) を求めるフローチャート

図2にて今回採用した可変長染色体GAを用いた多目的最適化手法について説明する。まず、初期世代の検査行列を生成する。これは、LDPC符号が0と1の二元符号で1の数が大変疎な検査行列で定義されるため、1が出る確率を $P_s$ としてランダムに決定する。LDPC符号は1のある場所が重要なため、図3に示すように1の場所のみで遺伝子を表現することにする。今回は、交叉と突然変異の扱いやすさのために1行にて表現する。

次に、母集団の数だけ検査行列を生成する。図4に示すように検査行列の評価結果として、検査行列内の1の個数(評価結果(1))と訂正後のビット誤り率(評価結果(2))を求める。検査行列内の1の個数は遺伝子が1の場所を示しているなのでその遺伝子数でカウントする。訂正後のビット誤り率は通信のシミュレーションを実際に行って求める。

次に図5を用いて選択、交叉、突然変異について説明する。選択は母集団からランダムに2個体選ぶ。その選んだ2個体を図6のように確率 $P_c$ で交叉する。突然変異については、確率 $P_d$ で1の数が1つ減る操作と確率 $P_i$ で1の数が1つ増える操作を行う。

こうして選択、交叉、突然変異を1世代分繰り返して、母集団と同じ数だけ新しく子個体を生成する。新しく生成した個体すべてで2つの評価値を計算する。

生成した検査行列と母集団を合わせて淘汰を行う。淘汰の方法はGoldbergによるランク方式にて行った<sup>9)</sup>。

こうして図2のように選択、交叉、突然変異、評価値の計算、淘汰を設定した世代数まで繰り返して、LDPC符号の検査行列のパレート最適解を求める。

#### 4. 本提案システムの原理検証と結果

本章では、前章で説明した提案システムを用いた実験の

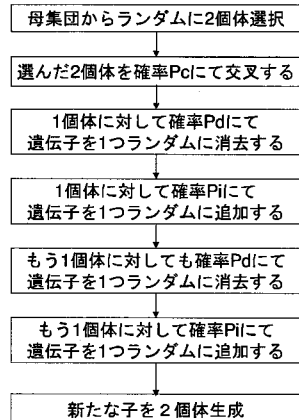


図5 選択、交叉、突然変異のフローチャート

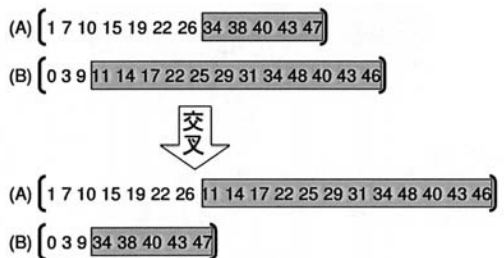


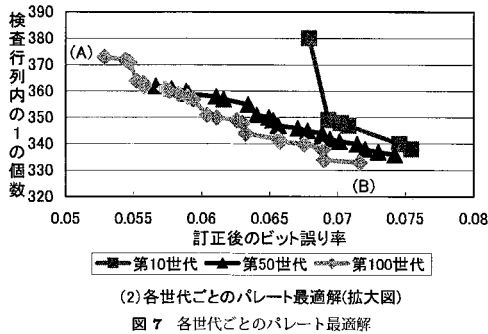
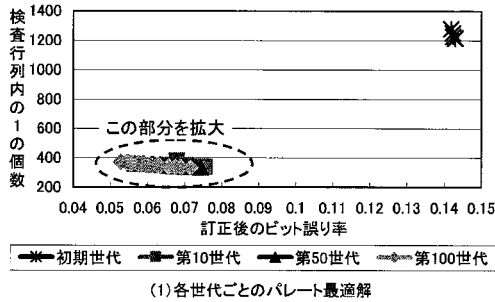
図6 交叉の一例

結果を報告する。

母集団数は100個、打ち切り世代数は100世代、LDPC符号評価のための通信路のSN比は0.5dBと設定した。さらに、初期世代の1の確率 $P_s$ は10%、交叉率 $P_c$ は50%、突然変異率 $P_d$ 、 $P_i$ はそれぞれ100%と設定した。検査行列の大きさは $160 \times 80$ とした。なお、実験は乱数の種を変えて10試行した。

ある試行の実験結果を図7に示す。図7の(1)は検査行列内の1の個数(評価結果(1))を縦軸にとり、訂正後のビット誤り率(評価結果(2))を横軸にとった。右上から初期世代の検査行列のパレート最適解、第10世代の検査行列のパレート最適解、第50世代の検査行列のパレート最適解、第100世代の検査行列のパレート最適解となっている。また、それぞれののパレート最適解を拡大したものを図7の(2)に示す。この結果から世代を追うごとに最適化が進んでいることがわかる。

さらに、図7の(2)の第100世代のパレート最適解を見ると(A)のときは訂正後のビット誤り率がよいが検査行列内の1の個数が多い。逆に(B)のときは訂正後のビット誤り率が悪いが検査行列内の1の個数が少ない。このことから設計者は訂正後のビット誤り率を優先するときは(A)を、検査行列内の1の個数の少なさを優先するときは(B)を、選好解として選ぶようにすればいい。



次に従来の固定長染色体 GA と前章で説明した可変長染色体 GA を比べてみた。可変長染色体 GA は前章で説明した方法で行った。固定長染色体 GA は交叉を 50% の確率で一点交叉、突然変異を 0.1% の確率でビット反転を行った。初期世代の検査行列は同一のものを使用し、乱数の種を変えて 10 試行した。各世代におけるパレート最適解の訂正後のビット誤り率と検査行列内の 1 の個数を、それぞれ 10 試行の結果を平均した。図 8 は各世代におけるパレート最適個体の訂正後のビット誤り率の平均、図 9 は各世代におけるパレート最適個体の検査行列内の 1 の個数の平均、である。この 2 つの結果から固定長染色体 GA より、可変長染色体 GA のほうがより収束が早いことがわかった。つまり、可変長染色体 GA を用いることでより効率的に LDPC 符号の検査行列の最適解を得ることができた。

## 5. まとめ

本稿では、新たに可変長染色体 GA を用いた LDPC 符号の新たな最適化設計システムについて提案し、その有効性を検証した。

実際に提案システムを用いて実験を行った結果、訂正後のビット誤り率と検査行列内の 1 の個数に関してパレート最適解集合が得られた。このことから、提案システムを用いることで、(1) 高速動作、(2) 高い誤り訂正能力、(3) コンパクトなハードウェア実装、の LDPC 符号が実現できた。また、固定長染色体 GA より可変長染色体 GA を用いた方が、より効率的に最適解を求めることができた。

最後に今後の展望について説明する。今回、多目的 GA

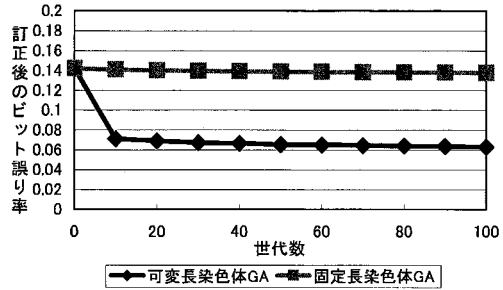


図 8 可変長染色体 GA と固定長染色体 GA の平均の訂正後のビット誤り率

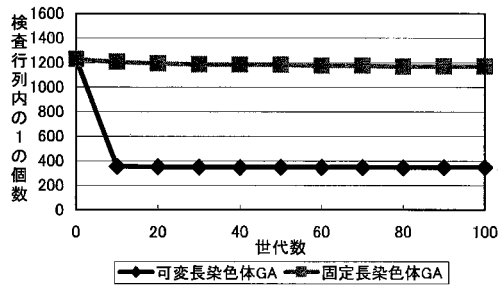


図 9 可変長染色体 GA と固定長染色体 GA の平均の検査行列内の 1 の個数

のシンプルな方法で実装したので、得られるパレート最適解の多様性については考慮していない。今後は NSGA-II<sup>7)</sup> などのより効率的な方法による実験を進める予定である。

## 参考文献

- 1) 和田山 正：“低密度パリティ検査符号とその復号法”，株式会社トリケップス (2002)。
- 2) David E. Goldberg and Bradley Korb and Kalyanmoy Deb: “Messy Genetic Algorithms: Motivation, Analysis, and First Results”, *Complex Systems*, **3**, pp. 493–530 (1989).
- 3) 松嶋 敏泰：“ターボ符号・LDPC 符号とその復号法の概要”，*電子情報通信学会誌*, **88**, 4, pp. 244–248 (2005)。
- 4) 和田山 正：“LDPC 符号シミュレータ”，<http://www-tkm.ics.nitech.ac.jp/wadayama/supportpages/LDPCpublic.html> (2002)。
- 5) C.A. Coello Coello: “A comprehensible survey of evolutionary -based multi-objective optimization techniques”, *Knowledge and Information Systems*, **1**, 3, pp. 269–308 (1999)。
- 6) David E. Goldberg: “Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning”, AD-DISON WESLEY (1989)。
- 7) Kalyanmoy Deb and Samir Agrawal and Amrit Pratab and T. Meyarivan: “A fast elitist nondominated sorting genetic algorithm for multiobjective optimization: NSGA-II<sup>7)</sup>”, *Parallel Problem Solving from Nature VI Conference*, pp. 849–858 (2000)。