

## 最短時間のファイル圧縮転送を与える2点を決定する 線形時間のアルゴリズムについて

金子 美博

足立 悟司

尾崎 周

〒501-11 岐阜市柳戸1-1

岐阜大学 工学部 電子情報工学科

kaneko@knc.info.gifu-u.ac.jp

あらまし 昨今、コンピュータネットワークは広く普及し、コンピュータ間でファイルやデータを容易に複製したり転送したりすることが可能になった。その際、大きなソースファイルに対して、そのファイルを一旦、圧縮して転送後、展開することがしばしば行われる。ソースファイルを圧縮して転送させるのに要する時間は、ファイルの圧縮・展開を行うマシンの性能や途中の通信路の容量等に依存する。最適なファイル圧縮転送の問題とは、転送されるべきファイル  $J$  に対して、圧縮及び展開を行う2点(2つのマシン)を適当に選んで、 $J$  が置かれている点(ソース)から目的の点(シンク)まで転送時間が最小(最適)となるようにする問題である。本報告では、ソース・シンク間の経路が固定された場合、圧縮転送の必要性も考慮した上で、最適なファイル圧縮転送を与える2点を求める線形時間のアルゴリズムを提案する。

### A linear time algorithm to determine two vertices for file compression transfer in shortest time

Yoshihiro KANEKO Satoshi ADACHI Chikashi OZAKI

1-1 Yanagito, Gifu 501-11, Japan

Faculty of Engineering, Gifu University

**Abstract** Recently computer networks are widely popularized, where we can easily transfer and duplicate files or data we need. In this situation, large sized files are often compressed in ahead of transfer. The total time from the beginning of compressing a file in some computer(source) till the end of transferring the file to other computer(sink) depends on the ability of those computers and the capacity of communication links. If we can compress or decompress other computers but source and sink, we might transfer files faster than now. On this assumption, a problem of file optimal compression scheduling is to choose two vertices(two machines) where we compress and decompress the file to be transferred in the shortest time. In this report, a linear time to determine such two vertices is proposed in a computer network with fixed route between source and sink.

#### 1. はじめに

コンピュータネットワーク上でのファイルの転送において、大きなソースファイルに対しては、そのファイルを一旦圧縮して転送後、展開することがしばしば行われる。[1] その際、ソースファイルの存在するマシン(ソース)において、ファイルの圧縮を開始してから、転送した後、転送先のマシン(シンク)において、ファイルを元の形に戻す(展開する)までに要する時間(圧縮転

送完了時間)は、ソース及びシンクのマシンの性能や途中の経路の容量に依存する。もし、ソース・シンク以外の経路上のマシンに対しても、ファイルの圧縮及び展開を行うことが可能ならば、そのような圧縮転送完了時間の短縮が期待できる。

ファイルの最適な圧縮転送の問題とは、ファイルの圧縮及び展開を行う2点を適当に選んで、ファイルの圧縮転送完了時間が最小(最適)となるようにする問題

である。ソース・シンク間の経路が固定された場合、ファイルの最適な圧縮転送を与える2点が線形時間の手間で求められることは知られている。[2] また、圧縮に時間がかかったり、経路上の容量が非常に大きい場合等、状況によっては、圧縮転送が必ずしもファイル転送の高速化にならないこともある。[3] ここで注意すべきことは、それらを扱っているネットワークのモデルでは全て、ファイルの圧縮時間と展開時間が同じであると仮定していることであり、理論的興味だけでなく、実用上の観点からもこのようなモデルに対して、改良が必要と思われる。そこで本報告では、それらファイルの圧縮転送の2種類の時間が異なる(ただし、圧縮時間と展開時間の比は、マシンに依らず一定とする) 場合を新たに考慮に入れて、ファイルの最適な圧縮転送を行う2点を求める線形時間のアルゴリズムを提案する。

## 2. 準備

本報告で必要とする点、枝、パス、根、葉等グラフ理論に関する基本的な用語は文献[4]を参照されたい。

転送を必要とするファイルを $J$ とする。ファイル加工ネットワーク $N = (V, B, C_V, r, C_B, \beta)$ とは、点集合 $V = \{v_i \mid 1 \leq i \leq n\}$ 、枝集合 $B = \{(v_i, v_{i+1}) \mid 1 \leq i \leq n-1\}$ のパスグラフ構造であり、ソース及びシンクをそれぞれ $v_1$ 及び $v_n$ とする。 $V$ の各点 $v_i$ 及び $B$ の各枝 $e$ はそれぞれ正のコスト $C_V(v)$ 及び $C_B(e)$ を持つ。コスト $C_V(v)$ は点 $v$ で $J$ を圧縮するのに要する時間であり、コスト $rC_V(v)$ ( $r > 0$ )は点 $v$ で $J$ を展開するのに要する時間である。ここでは、ファイルの圧縮時間と展開時間との比であり、ネットワークにおいて、ファイル(データ)圧縮のアルゴリズムがあらかじめ定められているならば、マシンの性能やファイルの大きさに依らず、 $r$ は一定の値をとると仮定する。コスト $C_B(e)$ は枝 $e$ を通して $J$ を転送するのに要する時間である。点 $v_i$ から点 $v_j$ へパス $P$ を通して、未加工の(圧縮されていない) $J$ を転送するのに要する時間を $P$ 上の各枝のコストの総和とし、 $C_{i,j}$ で表す。 $\beta$ ( $0 < \beta < 1$ )は $J$ の圧縮の程度を表すパラメータであり、 $\beta$ 倍に圧縮された $J$ を点 $v_i$ から点 $v_j$ へ転送するのに要する時間を $\beta C_{i,j}$ とする。以降では、単に $N$ といえ、このようなファイル加工ネットワーク $N = (V, B, C_V, r, C_B, \beta)$ を指すものとする。

$N$ において、点 $v_i$ ( $1 \leq i < n$ )で $J$ を圧縮し、点 $v_j$ ( $i < j \leq n$ )で $J$ を展開するような $J$ の転送方法を $v_i-v_j$ ファイル加工スケジューリングと呼び、 $D(v_i, v_j)$ で表す。

[定義1]  $N$ において、 $1 \leq i < j \leq n$ である2点 $v_i, v_j$ に対して $v_i-v_j$ ファイル加工スケジューリング $D(v_i, v_j)$ のコスト $C(D(v_i, v_j))$ を、

$$C(D(v_i, v_j)) = C_{1,i} + C_V(v_i) + \beta C_{i,j} + rC_V(v_j) + C_{j,n}$$

とする。 $N$ の任意のファイル加工スケジューリング $D$ に対して、 $C(D(v_x, v_y)) \leq C(D)$ を満たす $v_x-v_y$ ファイル加工スケジューリング $D(v_x, v_y)$ を、 $N$ 上の最適なファイル加工スケジューリングと呼ぶ。

また、 $N$ の最適なファイル加工スケジューリング $D(v_x, v_y)$ が

$$C(D(v_x, v_y)) < C_{1,n}$$

を満たすとき、 $N$ に対して圧縮転送は有効であるとい

い、そうでなければ、 $N$ に対して圧縮転送は不要であるという。□

定義1において、 $i < j$ より、 $i \neq n$ 及び $j \neq 1$ であること、すなわち、点 $v_n$ での $J$ の圧縮及び点 $v_1$ での $J$ の展開は行われないことに注意。

圧縮及び展開を行う2点(加工点)が決まれば、その2点に対するファイル加工スケジューリングのコストは $O(n)$ で求められる。従って、加工点の組合せが ${}_{n-1}C_2$ 通りであるため、全てのファイル加工スケジューリングのコストを調べて、最適なファイル加工スケジューリングを求めるには、 $O(n^3)$ の手間がかかる。しかし、工夫次第でこの手間は削減できる。このため、 $V$ の各点に対して2つのパラメータ $\theta$ 及び $\theta'$ を定義する。

[定義2]  $V \setminus \{v_n\}$ 上の各点 $v_i$ に対して、

$$\theta(v_i) = C_V(v_i) + (1 - \beta)C_{1,i}$$

とする。また、 $V \setminus \{v_1\}$ 上の各点 $v_j$ に対して、 $\theta'$ を

$$\theta'(v_j) = rC_V(v_j) + (1 - \beta)C_{j,n}$$

とする。また、

$$\theta(v_n) = \theta'(v_1) = \max\{C_V(v) \mid v \in V\} + C_{1,n}$$

とする。さらに、点集合 $S_1$ 及び $S_2$ を

$$S_1 = \{u \in V \mid V \text{の各点 } v \text{ に対して、} \theta(u) \leq \theta(v)\}$$

$$S_2 = \{u \in V \mid V \text{の各点 } v \text{ に対して、} \theta'(u) \leq \theta'(v)\}$$

とする。□

定義2において、

$$\theta(v_n) > \theta(v) \quad (v \in V \setminus \{v_n\}),$$

$$\theta'(v_1) > \theta'(v) \quad (v \in V \setminus \{v_1\}),$$

であり、 $v_n \notin S_1$ 及び $v_1 \notin S_2$ であることに注意。

## 3. ファイル加工スケジューリングの諸性質

定義1,2より次の補題は容易に導かれる。

[補題1]  $N$ において、2点 $v_i, v_j$ ( $i < j$ )に対して、 $v_i-v_j$ ファイル加工スケジューリング $D(v_i, v_j)$ のコストは、

$$C(D(v_i, v_j)) = \theta(v_i) + \theta'(v_j) + \beta C_{1,n}$$

を満たす。

(証明)  $i < j$ より、 $i \neq n$ 及び $j \neq 1$ である。従って、定義1,2より、

$$C(D(v_i, v_j)) = C_{1,i} + C_V(v_i) + \beta C_{i,j} + rC_V(v_j) + C_{j,n}$$

$$= C_{1,i} - \beta C_{1,i} + \beta C_{1,i} + C_V(v_i) + \beta C_{i,j} + rC_V(v_j) + C_{j,n} - \beta C_{j,n} + \beta C_{j,n}$$

$$= C_V(v_i) + (1 - \beta)C_{1,i} + rC_V(v_j) + (1 - \beta)C_{j,n} + \beta(C_{1,i} + C_{i,j} + C_{j,n})$$

$$= \theta(v_i) + \theta'(v_j) + \beta C_{1,n} \quad \square$$

$v_1$ 以外の点 $v_i$ に対して、

$$An(v_i) = \{v_j \in V \mid 1 \leq j < i\},$$

とし、 $v_n$ 以外の点 $v_j$ に対して、

$$De(v_j) = \{v_i \in V \mid i < j \leq n\},$$

とする。

$\theta$ 並びに $\theta'$ に関連して、次の補題が成り立つ。

[補題2]  $N$ において、 $v_y \in S_2 \setminus \{v_n\}$ ならば、 $De(v_y)$ 上の点 $v_j$ は、 $\theta(v_j) > \theta(v_y)$ である。

(証明) 題意の $v_y$ は、定義2より、 $\theta(v_n) > \theta(v_y)$  ( $y \neq n$ )であるため、 $j = n$ のとき題意は成り立つ。よって $j \neq n$ とすると、仮定より $y \neq n$ であるため、定義2より、

$$\begin{aligned} \theta(v_j) - \theta(v_y) &= C_V(v_j) + (1 - \beta)C_{1,j} - C_V(v_y) \\ &\quad - (1 - \beta)C_{1,y} \\ &= C_V(v_j) - C_V(v_y) + (1 - \beta)C_{y,j} \\ &= 1/r\{rC_V(v_j) + (1 - \beta)C_{j,n} - rC_V(v_y) \\ &\quad - (1 - \beta)C_{y,n}\} - 1/r(1 - \beta)C_{j,n} \\ &\quad + 1/r(1 - \beta)C_{y,n} + (1 - \beta)C_{y,j} \\ &= 1/r\{\theta'(v_j) - \theta'(v_y)\} \\ &\quad + (1 - \beta)(1 + 1/r)C_{y,j} \end{aligned}$$

仮定より $v_y \in S_2$ すなわち、 $\theta'(v_j) \geq \theta'(v_y)$ であり、 $r > 0, \beta < 1$ 及び $C_{y,j} > 0$ であるため、 $\theta(v_j) - \theta(v_y) > 0$ である。以上より、題意が成り立つ。  $\square$

補題2より次の補題が導かれる。

[補題3]  $N$ において、 $S_1$ 上の点 $v_x$ 及び $S_2$ 上の点 $v_y$ に対して、 $x \leq y$ が成り立つ。

(証明)  $y = n$ ならば題意は自明に成り立つ。以下、 $y \neq n$ すなわち、 $v_y \in S_2 \setminus \{v_n\}$ とする。このとき、 $v_x \in De(v_y)$ であると仮定すると、 $v_y \in S_2 \setminus \{v_n\}$ 及び補題2より、 $\theta(v_x) > \theta(v_y)$ である。しかし、これは $v_x \in S_1$ に矛盾する。従って $v_x \notin De(v_y)$ であり、題意が成り立つ。  $\square$

補題1～3より、以下の補題、命題が得られる。

[命題1]  $N$ において、 $S_1 \neq S_2$ とする。このとき、 $v_x \in S_1$ 及び $v_y \in S_2$  ( $x \neq y$ )とすると、 $D(v_x, v_y)$ は最適なファイル加工スケジューリングである。

(証明) 補題3より、題意の $v_x$ 及び $v_y$ に対して、 $x < y$ が成り立つ。従って $v_x \in S_1$ 及び $v_y \in S_2$ より、 $v_x - v_y$ ファイル加工スケジューリングは、任意の $v_i - v_j$  ( $i < j$ )ファイル加工スケジューリングに対して、補題1及び定義2より、

$$\begin{aligned} C(D(v_i, v_j)) &= \theta(v_i) + \theta'(v_j) + \beta C_{1,n} \\ &\geq \theta(v_x) + \theta'(v_y) + \beta C_{1,n} \\ &= C(D(v_x, v_y)) \end{aligned}$$

となり、題意が成り立つ。  $\square$

[補題4]  $N$ において、 $S_1 = S_2 = \{v_x\}$ とする。このとき点集合 $S_3$ 及び $S_4$ を

$$S_3 = \{u \in An(v_x) \mid An(v_x) \text{上の各点} v \text{ に対して、} \\ \theta(u) \leq \theta(v)\}$$

$$S_4 = \{u \in De(v_x) \mid De(v_x) \text{上の各点} v \text{ に対して、} \\ \theta'(u) \leq \theta'(v)\}$$

とする。 $S_3$ 上の点 $v_x$ 及び $S_4$ 上の点 $v_y$ に対して、

$D(v_{x'}, v_x)$ もしくは $D(v_x, v_{y'})$ が最適なファイル加工スケジューリングである。

(証明) 定義2より $v_n \notin S_1$ 及び $v_1 \notin S_2$ であるため、題意の $v_x$ は $1 < x < n$ を満たす。よって $S_3 \neq \emptyset$ 及び $S_4 \neq \emptyset$ である。任意の $v_i - v_j$  ( $i < j$ )ファイル加工スケジューリングに対して、 $S_1 = S_2 = \{v_x\}$ であるため、定義2より、

$$\begin{aligned} \theta(v_i) &> \theta(v_x) \quad (i \neq x), \text{ 及び} \\ \theta'(v_j) &> \theta'(v_x) \quad (j \neq x) \end{aligned}$$

が成り立つ。これらを用いて、以下、2通りの場合を考える。  
(1)  $i < x$ のとき、 $v_{x'} \in S_3, v_x \in S_2$ であるため、補題1より、

$$\begin{aligned} C(D(v_i, v_j)) &= \theta(v_i) + \theta'(v_j) + \beta C_{1,n} \\ &> \theta(v_i) + \theta'(v_x) + \beta C_{1,n} \\ &\geq \theta(v_{x'}) + \theta'(v_x) + \beta C_{1,n} \\ &= C(D(v_{x'}, v_x)) \end{aligned}$$

(2)  $i \geq x$ のとき、 $i < j$ より、 $j > x$ である。

$$\begin{aligned} C(D(v_i, v_j)) &= \theta(v_i) + \theta'(v_j) + \beta C_{1,n} \\ &\geq \theta(v_x) + \theta'(v_j) + \beta C_{1,n} \\ &\geq \theta(v_x) + \theta'(v_{y'}) + \beta C_{1,n} \\ &= C(D(v_x, v_{y'})) \end{aligned}$$

以上より、題意が成り立つ。  $\square$

補題4を基に、次の命題が得られる。

[命題2]  $N$ において、 $S_1 = S_2$ ならば、 $N$ に対して圧縮転送は不要である。

(証明)  $S_1 = S_2 = \{v_x\}$ とし、 $S_3$ 及び $S_4$ を補題4のように定義し、 $v_{x'} \in S_3, v_{y'} \in S_4$ とする。

$v_{x'} \notin S_1$ であるため、定義2より、 $\theta(v_x) < \theta(v_{x'})$ である。

従って、定義2及び補題1より、

$$\begin{aligned} C(D(v_{x'}, v_x)) &= \theta(v_{x'}) + \theta'(v_x) + \beta C_{1,n} \\ &> \theta(v_x) + \theta'(v_x) + \beta C_{1,n} \\ &= (r + 1)C_V(v_x) + C_{1,n} \\ &> C_{1,n} \end{aligned} \quad (1)$$

である。同様に、 $v_{y'} \notin S_2$ 、定義2及び補題1より、

$$\begin{aligned} C(D(v_x, v_{y'})) &= \theta(v_x) + \theta'(v_{y'}) + \beta C_{1,n} \\ &> \theta(v_x) + \theta'(v_x) + \beta C_{1,n} \\ &> (r + 1)C_V(v_x) + C_{1,n} \\ &> C_{1,n} \end{aligned} \quad (2)$$

である。式(1)、(2)及び補題4より、題意が成り立つ。  $\square$

補題1より、次の命題が得られる。

[命題3]  $N$ に対して、圧縮転送が有効であるための必要十分条件は、 $S_1 \neq S_2$ であり、かつ

$$\begin{aligned} \theta(v_x) + \theta'(v_y) &< (1 - \beta)C_{1,n} \\ (v_x \in S_1, v_y \in S_2) \end{aligned} \quad (3)$$

が成り立つことである。

(証明) 命題2より、 $N$ に対して圧縮転送が有効ならば、 $S_1 \neq S_2$ である。このとき命題1より、 $v_x - v_{y'}$ ファイル加工スケジューリングが最適であるような $S_1$ 上の点 $v_x$ 及び $S_2$ 上の点 $v_{y'}$ が存在し、補題1より、

$$C(D(v_x, v_{y'})) = \theta(v_x) + \theta'(v_{y'}) + \beta C_{1,n}$$

が成り立つ。従って、 $N$ に対して圧縮展開が有効ならば、定義1より、

$$\theta(v_x) + \theta'(v_y) + \beta C_{1,n} < C_{1,n}$$

であるため、式(3)が成り立つ。

逆に、式(3)が成り立つならば、 $N$ に対して、圧縮展開が有効である。

以上より、題意が成り立つ。□

命題3より、次の命題が導ける。

[命題4]  $N$ に対して、圧縮転送が不要であるための十分条件は、 $\theta_0 = (1-\beta)C_{1,n}$ とすると、

$$(4-1) \theta(v_x) \geq \theta_0 \quad (v_x \in S_1) \quad (4)$$

$$(4-2) \theta(v_x) + \theta'(v_y) \geq \theta_0 \quad (v_x \in S_1, v_y \in S_2) \quad (5)$$

または両方が成り立つことである。

(証明) 命題4より、 $S_1 = S_2$ ならば、 $N$ に対して、圧縮転送は不要であるため、以下、 $S_1 \neq S_2$ とする。

(4-1)  $v_x - v_y$  ファイル加工スケジュールリングが最適であり、式(4)を満たすならば、補題1より、

$$\begin{aligned} C(D(v_x, v_y)) &= \theta(v_x) + \theta'(v_y) + \beta C_{1,n} \\ &\geq \theta'(v_y) + \theta_0 + \beta C_{1,n} \\ &\geq \theta'(v_y) + C_{1,n} \\ &> C_{1,n} \end{aligned}$$

である。従って定義1より、 $N$ に対して、圧縮転送は不要である。

(4-2) 式(5)を変形すると、

$$\theta(v_x) + \theta'(v_y) + \beta C_{1,n} \geq C_{1,n}$$

であるため、定義1及び命題3より、 $N$ に対して圧縮転送は不要である。□

#### 4. アルゴリズム

前節までの考察を基に、本節では、最適なファイル加工スケジュールリングを与える2点を求めるアルゴリズムを提案する。最初に、 $\theta$ 及び $\theta'$ を求める手間に關する補題を示す。

[補題5]  $\theta$ 及び $\theta'$ に対して、

$$\begin{aligned} \theta(v_{i+1}) &= \theta(v_i) + C_V(v_{i+1}) - C_V(v_i) \\ &\quad + (1-\beta)C_{i,i+1} \end{aligned} \quad (1 \leq i \leq n-2),$$

$$\begin{aligned} \theta'(v_j) &= \theta'(v_{j+1}) - rC_V(v_{j+1}) + rC_V(v_j) \\ &\quad + (1-\beta)C_{j,j+1} \end{aligned} \quad (2 \leq j \leq n-1),$$

が成り立つ。

(証明) 定義2より、 $\theta$ について、 $i \leq n-2$ 、すなわち、 $i, i+1 \neq n$ より、

$$\begin{aligned} \theta(v_{i+1}) &= C_V(v_{i+1}) + (1-\beta)C_{1,i+1} \\ &= C_V(v_{i+1}) + (1-\beta)(C_{1,i} + C_{i,i+1}) \\ &= C_V(v_i) + (1-\beta)C_{1,i} + C_V(v_{i+1}) \\ &\quad - C_V(v_i) + (1-\beta)C_{i,i+1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \theta(v_i) + C_V(v_{i+1}) - C_V(v_i) \\ &\quad + (1-\beta)C_{i,i+1} \end{aligned}$$

である。また、 $\theta'$ についても同様に、 $2 \leq j$ 、すなわち、 $j, j+1 \neq 1$ より、

$$\begin{aligned} \theta'(v_j) &= rC_V(v_j) + (1-\beta)C_{j,n} \\ &= rC_V(v_j) + (1-\beta)C_{j+1,n} + rC_V(v_{j+1}) \\ &\quad - rC_V(v_{j+1}) + (1-\beta)C_{j,j+1} \\ &= \theta'(v_{j+1}) - rC_V(v_{j+1}) + rC_V(v_j) \\ &\quad + (1-\beta)C_{j,j+1} \end{aligned}$$

である。以上より、題意が成り立つ。□

補題5より、 $\theta(v_i)$ から $\theta(v_{i+1})$ 並びに $\theta'(v_{i+1})$ から $\theta'(v_i)$ を求めるのは、共に $O(1)$ の手間である。定義2より、 $\theta(v_1) = C_V(v_1)$ 及び $\theta'(v_n) = C_V(v_n)$ であるため、 $V$ の各点 $v_i$ に対して、 $\theta(v_i)$ 及び $\theta'(v_i)$ を求める手間は $O(n)$ である。ただし、定義1より、 $\theta(v_n)$ 及び $\theta'(v_1)$ は求める必要がないことに注意。

命題1-4を基にして、与えられたファイル加工ネットワーク $N$ に対して、最適なファイル加工スケジュールリングとなる2つの加工点を定めるか、または、 $N$ に対して、圧縮転送が不要であることを示すアルゴリズム Algorithm を提案する。

[Algorithm]

入力：ファイル加工ネットワーク

$$N = (V, B, C_V, C_B, \beta)$$

出力：最適なファイル加工スケジュールリングを与える2点もしくは“圧縮不要”

Step1.  $V \setminus \{v_n\}$ 上の点で $\theta$ が最も小さい点 $v_x$ を求める。ただし、複数存在する場合は、添字が最も小さい点を $v_x$ とする。

$$\theta_0 = (1-\beta)C_{1,n} \text{ を求める。}$$

$$\theta(v_x) \geq \theta_0 \text{ ならば、Step3へ。}$$

Step2.  $De(v_x) \cup \{v_x\}$ 上の点で $\theta'$ が最も小さい点 $v_y$ を求める。 $\theta(v_x) + \theta'(v_y) \geq \theta_0$ ならば、Step3へ。そうでなければ、 $v_x, v_y$ を出力して終了。

Step3. “圧縮不要”を出力して終了。□

命題4の条件(4-1)及び(4-2)はそれぞれ、Step1及びStep2で判定されていることに注意。

Step1, 2の手間は共に $O(n)$ であるため、Algorithm 全体の手間は $O(n)$ である。

#### 5. 数値例

ここでは、いくつか数値例を示す。ただし、図中のネットワーク上の数値は全て近くの点または枝のコストを表し、各ネットワークにおいて、根 $v_1$ 及び葉がそれぞれ転送すべきファイルのソース及びシンクを指すものとする。

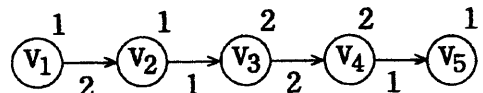


図1. ファイル加工ネットワーク  $N_1$

図1のファイル加工ネットワーク  $N_1$  について考える。  
 $N_1$ において、 $r = 0.8, \beta = 0.5$ とする。

定義2より、

$$\theta(v_1) = C_V(v_1) = 1$$

であるため、補題5より、

$$\theta(v_2) = 2, \theta(v_3) = 3.5, \theta(v_4) = 4.5$$

である。従って、 $S_1 = \{v_2\}$ である。 $\theta'$ についても、  
 定義2より、

$$\theta'(v_5) = rC_V(v_5) = 0.8$$

であるため同様に、

$$\theta'(v_4) = 2.1, \theta'(v_3) = 3.1, \theta'(v_2) = 2.8$$

である。従って、 $S_2 = \{v_5\}$ である。

$N$ において、 $S_1 \neq S_2$ であるため、命題1より、  
 $D((v_1, v_5))$ が最適なファイル加工スケジュールリング  
 である。また、定義1より、

$$\begin{aligned} C(D(v_1, v_5)) &= C_V(v_1) + \beta C_{1,5} + rC_V(v_5) \\ &= 1 + 0.5 \times 6 + 0.8 \\ &= 4.8 < 6 = C_{1,5} \end{aligned}$$

であるため、 $N$ に対して、圧縮転送は有効である。

次に、図2のファイル加工ネットワーク  $N_2$ について  
 考える。 $N_2$ 上では、 $r = 0.8, \beta = 0.5$ とする。

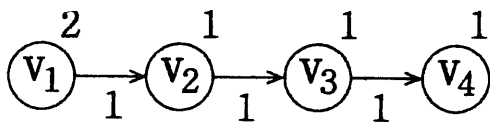


図2. ファイル加工ネットワーク  $N_2$

定義2より、

$$\theta(v_1) = C_V(v_1) = 2$$

であるため、補題5より、

$$\theta(v_2) = 1.5, \theta(v_3) = 2$$

である。従って、 $S_1 = \{v_2\}$ であるが、

$$\theta_0 = (1 - \beta)C_{1,n} = 1.5$$

であるため、

$$\theta(v_2) = \theta_0$$

となり、命題4より、 $N_2$ に対しては圧縮転送は不要である。

さらに、図3のファイル加工ネットワーク  $N_3$ について  
 考える。 $N_3$ 上では、 $r = 0.8, \beta = 0.6$ とする。

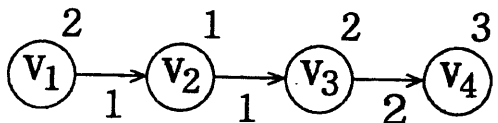


図3. ファイル加工ネットワーク  $N_3$

定義2より、

$$\theta(v_1) = 2$$

であるため、補題5より、

$$\theta(v_2) = 1.4, \theta(v_3) = 2.8$$

であるため、 $S_1 = \{v_2\}$ である。また、

$$\theta'(v_4) = rC_V(v_4) = 2.4$$

であり、同様に、

$$\theta'(v_3) = 2.4, \theta'(v_2) = 2$$

であるため、 $S_2 = \{v_2\}$ である。従って、 $S_1 = S_2$ であるため  
 命題2より、 $N_3$ に対して圧縮転送は不要である。

## 6. むすびと今後の課題

本報告では、ソース、シンク間の経路が固定された場合、転送すべきファイルが最短時間で転送されるような、圧縮及び展開を行う2点を求め、圧縮転送の必要性も途中で判定するような、線形時間のアルゴリズムを提案した。

今後の課題として、(1)  $\beta > 1$ でファイルを転送する場合、(2) ソース、シンク間の経路が何通りもある場合等で、最適なファイル加工スケジュールリングがどの程度の手間で求められるか、(3) インターネットやLAN等、実際のコンピュータネットワークに適用するためのソフトウェア開発、等が挙げられる。

## 参考文献

- [1] Mark Nelson: The Data Compression Book, M&T Publishing, Inc. (1992)
- [2] 足立, 尾崎, 金子: "ルートが固定された2点間の最短時間のファイル圧縮転送について" 電子情報通信学会 ソサイエティ大会講演予定 (1996)
- [3] 足立, 金子, 尾崎: "非圧縮転送を考慮した、固定ルート上のファイルの最適な圧縮転送について" オペレーションズリサーチ学会秋季大会講演予定 (1996)
- [4] 伊理, 白川, 梶谷, 篠田: 演習グラフ理論, コロナ社 (1983)