アルゴリズム 77−7
(2001. 3. 12)

小さな碁盤における囲碁の厳密解アルゴリズム

川村聡明　　玉木 久夫
明治大学大学院理工学研究科
{toshiaki, tamaki}@cs.meiji.ac.jp

概要

与えられた囲碁の局面に対して、最善の着手とその帰結を正確に求めるアルゴリズムを設計・実装した。この実装は、5×5盤の終盤問題集 (福井正明八段：「五道盤上達法」) の問題のうち、30問を、10秒から29561秒の間の時間で解く。ルールは中国ルールに基づき、無限のゲームを無勝負と解釈する。

An algorithm for rigorous solutions of GO game on small boards

Toshiaki Kawamura　　Hisao Tamaki
School of Sience and Technology, Meiji University
{toshiaki, tamaki}@cs.meiji.ac.jp

abstract

We design and implement an algorithm that rigorously computes the best move and its outcome given a board configuration of GO game. Our implementation solves 30 of the 5 × 5 board endgame excersizes authored by Fukui in from 10 to 29561 seconds. Our rule is based on the Chinese rule and interprets an infinite game as a void.

1 はじめに

囲碁の対戦プログラムの研究が盛んであるが (例えば [1] 参照)、たいていの場合人間プレイヤの思考方法や感覚をコンピュータに模倣させるためのヒューリスティックスに重きがおかれる。しかしながら、囲碁の着手を決定するという高度な問題解決は、さまざまな角度からアプローチされるべきであり、明確に定義された部分問題に対して効率的なアルゴリズムを設計するという立場からのアプローチが有効な場面も少なくないと思われる。我々はそのような場面をできるだけ数多くみつけたい。その第一歩として、ここでは、小さい碁盤上の碁を対象として、与えられた局面における厳密に最善な着手とその帰結を求める問題を考える。

より大きな碁盤上の碁へのアルゴリズム的アプローチへの準備という意味づけの他に、そのような厳密解アルゴリズムは少なくとも二つの直接的意義を持っている。ひとつは学習への応用であり、もうひとつはルール研究への影響である。死活とヨセのからんだ終盤の力をつけるために小さい盤での研究が有効なことについては最近認識が高まっており [2]、ごく最近では、5 × 5 盤の終盤問題集 [3] が出版されている。厳密解アルゴリズムはこのような問題集を対話型にするために用いることができる。また、小さい盤では、大きい盤では現れにくいルールの差異が顕在化しやすい。厳密解アルゴリズムはそのような解析の有用なツールになり得る。

以上のような目的から、我々は小さい碁盤を想定した厳密解アルゴリズムを設計・実装した。無限に続く対局を許すルールを採用したため、そのような無限に循環する対局の扱いが基礎理論とアルゴリズムの双方で大きな位置を占めている。実装したプログラムに、上述の終盤問題集全120問から比較的やさしい問題37問を解かせてテストを行った結果、そのうち30問を10秒から29561秒の実行時間で解くことができた。

2　ルール

現在、日本で行われている囲碁のほとんどが、日本棋院で定められたルールによって行われている (以後、日本ルールと呼ぶことにする) が、我々の採用するルールは中国ルールをもとにしたAGA(American Go Asociation) ルール [4] に準拠する。以下の記述は囲碁ルールについての基礎知識を仮定している。まず、AGA ルールの要点を述べた後、我々のルールの相違点を述べる。

＜AGA ルール＞

- 終局は2手連続でパスがあった後に、石の死活に関して合意が得られないときはゲームを再開する。
- 上記死活の実戦解決による計数誤差を防ぐために、領域計数法 (アゲハマを考慮せず、地と白石の双方を領域として数える) を基本とする。
- 以前あらわれた局面と同一の局面を生成する着手を禁止する（スーパー劫ルール)。

＜相違点＞

1. 3手連続パスで終局し、盤上にある石はすべて活きているとみなす。
2. コウ以外の同一局面反復を許し、無限に続くゲームは無勝負とみなす。

1. は便法である死活の合意を排除するだけでゲームの本質を変えないが、2. はゲームの性格にかなり影響する。2. を採用する理由は、以下のようなことからである。

- 3コウ無勝負などを含む伝統的ルールに近いこと
- 同一局面反復の禁止は、区別しなければならない局面の個数を指数的に増やし、アルゴリズムの負担になること。

3　2人多値循環ゲーム

アルゴリズムを設計する準備として、上でルールを定めた囲碁を一般化して2人多値循環ゲームを定式化する。2人多値循環ゲーム（以下単にゲーム) G とは5つ組 $(B_G, W_G, T_G, H_G, \mathbf{val}_G)$ のことを言う。ここで、B_G、W_G、T_G は互いに素な有限集合で、それぞれの要素は黒局面（または黒頂点)、白局面（白頂点)、終局面（終頂点）と呼ばれる。H_G は $V_G = B_G \cup W_G \cup T_G$ 上の有向グラフで、次の条件を満たす。

(1) 終頂点から出る辺はない。

(2) 黒または白頂点からは少なくとも一本の辺が出る。

(3) 黒頂点から出る辺は白または終頂点にはいり、白頂点から出る辺は黒または終頂点にはいる。

H_G における頂点 v の後続点の集合を $\mathbf{suc}_G(v)$ によって表す。すなわち、$\mathbf{suc}_G(V) = \{u \mid (v,u)$ は H_G の辺 $\}$。最後に $\mathbf{val}_G$ は T_G から自然数の集合 $\mathcal{N}$ への写像である。ゲーム G は H_G が有向閉路を含まないとき非閉路的であると言う。スーパー劫ルールを含んだ囲碁は非閉路的であるが、我々の扱う囲碁は非閉路的ではない。

ゲーム G における対局は、黒と白の二人のプレイヤによって交互に行なわれる、H_G の頂点上のひとつのマークの移動系列である。マークが黒頂点 v におかれているとき黒プレイヤが v の後続点をひとつ選びそこにマークを移動する。マークが白頂点にあるときは同様に白プレイヤがマークを移動する。対局の開始時にマークのおかれている頂点をその対局の始頂点と呼ぶ。マークが終頂点におかれたとき対局が終了し、その頂点が v ならば、$\mathbf{val}_G(v)$ がその対局の結果となる。黒プレイヤは結果の最大化を目指し、白プレイヤは最小化を目指す。対局は無限に続くこともあり、無限の対局は結果をもたない。

プレイヤの戦略を考えるために、ゲームに対するミニマックスラベルづけを次のように定義する。G に対するミニマックスラベルづけとは、H_G の各頂点に対して整数値を対応させる割り当て l で次の条件を満たすものを言う。

1. v が終頂点のとき $l(v) = \mathbf{val}_G(v)$
2. v が黒頂点のとき $l(v) = \max_{u \in \mathbf{suc}_G(v)} l(u)$
3. v が白頂点のとき $l(v) = \min_{u \in \mathbf{suc}_G(v)} l(u)$

命題 3.1 l をゲーム G の任意のミニマックスラベルづけとし、$v \in B_G \cup W_G$ とする。このとき、v を始点とする G の対局において黒プレイヤは $l(v)$ より小さい結果を避けることができる。また白プレ

イヤは $l(v)$ より大きい結果を避けることができる。もし G が非閉路的であれば黒プレイヤは $l(v)$ 以上の結果を達成することができ、白プレイヤは $l(v)$ 以下の結果を達成することができる。

G が非閉路的であれば G のミニマックスラベルづけが一意に存在することは明らかであるが、一般の場合はミニマックスラベルづけは一意ではない(図 1 参照)。また、ミニマックスラベルづけが常に存在するかどうかも必ずしも自明ではない。以下では、最小のミニマックスラベルづけと最大のミニマックスラベルづけを定義し、それぞれ一意に存在することを示す。

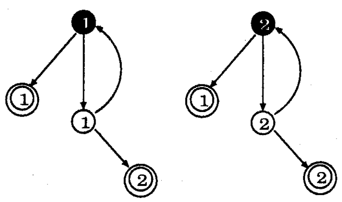

図 1: 2 通りのミニマックスラベル付け

ゲーム G のミニマックスラベルづけ l は、G の任意のミニマックスラベルづけ m と H_G の任意の頂点 v に対して $l(v) \leq m(v)$ を満たすとき G の最小ミニマックスラベルづけと呼ばれる。最大ミニマックスラベルづけも同様に定義される。最小(最大)ミニマックスラベルづけは存在すれば一意であることは明らかである。

定理 3.2 任意のゲーム G に対して G の最小ミニマックスラベルづけと最大ミニマックスラベルづけがそれぞれ存在する。

この定理を証明するために、戦略の概念を導入する。ゲーム F がゲーム G の部分ゲームであるとは、$B_F \subseteq B_G$、$W_F \subseteq W_G$、$T_F \subseteq T_G$ かつ $H_F \subseteq H_G$ であり、さらに $\mathbf{val}_F$ が $\mathbf{val}_G$ の定義域を T_F に限定したものであることを言う。ゲーム G の黒戦略とは G の部分ゲーム F で、各黒頂点 $v \in B_F$ に対しては $|\mathbf{suc}_F(v)| = 1$、各白頂点 $v \in W_F$ に対しては $\mathbf{suc}_F(v) = \mathbf{suc}_G(v)$ であるようなものを言う。対称的に白戦略が定義される。非閉路的ゲームであるような戦略は有向閉路を含まないとき非閉路戦略と呼ばれる。

F をゲーム G の非閉路戦略とするとすると、そのミニマックスラベルづけが一意に存在する。F の各頂点 v に対して、このミニマックスラベルづけの値を $F(v)$ で表すことにする。

命題 3.3 F をゲーム G の非閉路黒戦略、$v_1 \to v_2 \to \ldots \to v_k$ を F の任意の有向路とするとき、$F(v_1) \leq F(v_2) \leq \ldots \leq F(v_k)$ が成り立つ。F が非閉路白戦略のときは、不等号を逆転した式が成り立つ。

系 3.4 F がゲーム G の非閉路黒戦略であるとき、G の任意頂点 v に対し、v を始点とする対局において黒プレイヤは $F(v)$ 以上の結果を達成することができる。非閉路白戦略に対しても同様であり、白プレイヤは $F(v)$ 以下の結果を達成することができる。

補題 3.5 F_1 と F_2 をゲーム G の非閉路黒戦略とするとき、次の性質を持つ G の非閉路黒戦略 F が存在する。
(1) $B_F = B_{F_1} \cup B_{F_2}$、$W_F = W_{F_1} \cup W_{F_2}$、$T_F = T_{F_1} \cup T_{F_2}$、*(2)* 各 $v \in B_{F_1} \cup W_{F_1}$ に対して $F(v) \geq F_1(v)$ 、*(3)* 各 $v \in B_{F_2} \cup W_{F_2}$ に対して $F(v) \geq F_2(v)$。

証明: F の頂点集合は条件 (1) により自動的に定まる。F における白頂点の後続点集合は戦略の定義より G におけるものと等しい。黒頂点 v の後続点を次の規則により定める。$F_2(v) > F_1(v)$ ならば $\mathbf{suc}_F(v) = \mathbf{suc}_{F_2}(v)$ とし、そうでなければ($F_2(v) = F_1(v)$ の場合も含めて)$\mathbf{suc}_F(v) = \mathbf{suc}_{F_1}(v)$ とする。黒頂点の出次数が 1 であるので、このように定めた F は黒戦略である。また、命題 3.3 を用いて、F が閉路を持たないことを示すことができる。さらに、単純な帰納法により (2)、(3) の不等式がなりたつことが示される。 ■

v を G の頂点とするとき、v を頂点として含む G の非閉路黒戦略すべてからなる集合を $\mathbf{acbs}_G(v)$ で表す。同様に $\mathbf{acws}_G(v)$ によって v を含む非閉路白戦略すべてからなる集合を表す。

ゲーム G に対するラベルづけ $l_G^{\min}$ を $l_G^{\min}(v) = \max(\{\min \mathbf{val}_G(T_G)\} \cup \{F(v) \mid F \in \mathbf{acbs}_G(\mathrm{v})\})$ によって定める。特に、v が終頂点であるとき頂点 v だけからなる黒戦略が存在するので、$l_G^{\min}(v) = \mathbf{val}_G(v)$ であることに注意する。同様に $l_G^{\max}$ を $l_G^{\max}(v) = \min(\{\max \mathbf{val}_G(T_G)\} \cup \{F(v) \mid F \in \mathbf{acws}_G(\mathrm{v})\})$ によって定義する。

定理 3.6 $l_G^{\min}$ は G の最小ミニマックスラベルづけである。また $l_G^{\max}$ は G の最大ミニマックスラベルづけである。

証明: 対称性より $l_G^{\min}$ が G の最小ミニマックスラベルづけであることを示せば十分である。まず、$l_G^{\min}$ がミニマックスラベルづけであることを示す。終頂点に対して $l_G^{\min}$ がミニマックスラベルづけの条件を満たすことは上の注意から明らかである。

次に、v を H_G の黒頂点としよう。順番に、(1) どの $u \in \mathbf{suc}_G(v)$ に対しても $l_G^{\min}(v) \geq l_G^{\min}(u)$ であること、(2) ある $u \in \mathbf{suc}_G(v)$ に対して $l_G^{\min}(v) \leq l_G^{\min}(u)$ であることを示す。この2条件より $l_G^{\min}$ がミニマックスラベルづけの黒頂点に対する条件 $l_G^{\min}(v) = \max_{u \in \mathbf{suc}_G(v)} l_G^{\min}(u)$ を満たすことがわかる。

(1) $u \in \mathbf{suc}_G(v)$ とする。$\mathbf{acbs}(u) = \emptyset$ ならば $l_G^{\min}(u) = \min \mathbf{val}_G(T_G)$ であるから、$l_G^{\min}(v) \geq l_G^{\min}(u)$ は自明である。次に $\mathbf{acbs}(u)$ が空でないとき、$l_G^{\min}(u) = F_u(u)$ であるような非閉路黒戦略 $F_u \in \mathbf{acbs}(u)$ を選ぶ。もし、v が F_u に含まれるなら、命題 3.3 より $F_u(v) \geq F_u(u)$ であり、従って、$l_G^{\min}(v) \geq F_u(v) \geq F_u(u) = l_G^{\min}(u)$ である。一方 v が F_u に含まれないならば、F_u に頂点 v と辺 (v, u) を加えてできる黒戦略 F は非閉路的であり、$l_G^{\min}(v) \geq F(v) = F(u) = F_u(u) = l_G^{\min}(u)$ が成り立つ。

(2) まず、$\mathbf{acbs}(v) = \emptyset$ のときは、どの $u \in \mathbf{suc}_G(v)$ に対しても $\mathbf{acbs}(u) = \emptyset$ であるから $l_G^{\min}(v) = l_G^{\min}(u) = \min \mathbf{val}_G(T_G)$ である。次に、$\mathbf{acbs}(v)$ が空でないとし、$F \in \mathbf{acbs}(v)$ を $F(v) = l_G^{\min}(v)$ であるように選べば $l_G^{\min}(v) = F(v) = F(u) \leq l_G^{\min}(u)$ が成り立つ。

最後に v を白頂点とする。順に、(3) $l_G^{\min}(v) \geq \min_{u \in \mathbf{suc}_G(v)} l_G^{\min}(v)$ であること、(4) $l_G^{\min}(v) \leq \min_{u \in \mathbf{suc}_G(v)} l_G^{\min}(v)$ であることを示す。このふたつをあわせて、白頂点に対しても $l_G^{\min}$ はミニマックスラベルづけの条件を満たすことがわかる。

(3) もし $\mathbf{acbs}(u) = \emptyset$ であるような $u \in \mathbf{suc}_G(v)$ が存在すれば $\min_{u \in \mathbf{suc}_G(v)} l_G^{\min}(u) = \min \mathbf{val}_G(T_G)$ であるから $l_G^{\min}(v) \geq \min_{u \in \mathbf{suc}_G(v)} l_G^{\min}(u)$ は自明である。そこで、すべての $u \in \mathbf{suc}_G(v)$ に対して $\mathbf{acbs}(u) \neq \emptyset$ であるとしよう。各 $u \in \mathbf{suc}_G(v)$ に対して $l_G^{\min}(u) = F_u(u)$ であるように非閉路黒戦略 $F_u \in \mathbf{acbs}(u)$ を選ぶ。補題 3.5 により非閉路黒戦略 F で、各 $u \in \mathbf{suc}_G(v)$ に対して $F(u) \geq F_u(u)$ であるものが存在する。F は頂点 v を含むと仮定して良い（もし v を含まないならば、v と各辺 (v, u) （$u \in \mathbf{suc}_G(v)$）を付け加え非閉路的に拡張することができる)。従って、$l_G^{\min}(v) \geq F(v) = \min_{u \in \mathbf{suc}_G(v)} F(u) \geq \min_{u \in \mathbf{suc}_G(v)} F_u(u) = \min_{u \in \mathbf{suc}_G(v)} l_G^{\min}(v)$ が成り立つ。

(4) もし、$\mathbf{acbs}(v) = \emptyset$ ならば、$\mathbf{acbs}(u) = \emptyset$ であるような $u \in \mathbf{suc}_G(v)$ が存在するので、不等式は自明である。そこで、$F(v) = l_G^{\min}(v)$ であるように $F \in \mathbf{acbs}(v)$ を選べば、$l_G^{\min}(v) = F(v) = \min_{u \in \mathbf{suc}_G(v)} F(u) \leq \min_{u \in \mathbf{suc}_G(v)} l_G^{\min}(u)$ が成り立つ。

以上で、$l_G^{\min}$ が G のミニマックスラベルづけであることが示された。$l_G^{\min}$ が最小ミニマックスラベルづけであることを示すために、l を G の任意のミニマックスラベルづけとする。v を G の任意の頂点とするとき、$\mathbf{acbs}(v) = \emptyset$ ならば $l_G^{\min}(v) = \min \mathbf{val}_G(T_G)$ なので $l_G^{\min}(v) \leq l(v)$ は自明である。そうでないとき、非閉路黒戦略 $F \in \mathbf{acbs}(v)$ を $F(v) = l_G^{\min}(v)$ であるように選ぶ。l を F の頂点に制限したものは F の（唯一の）ミニマックスラベルづけであるので $F(v) = l(v)$ が成り立つ。 ■

v を始点とする対局において、$l_G^{\min}(v)$ は黒プレイヤが達成を保証できる結果の最大値であり、$l_G^{\max}(v)$ は白プレイヤが達成を保証できる結果の最小値である。１９路盤の囲碁において、最善の結果は黒が何目勝ちであるかという議論が通常なされるが、スーパー劫ルールを採用しない場合にはこの問いは意味をもたない可能性がある。すなわち、G を１９路盤の囲碁、v_0 をその初期局面とするとき、例えば $l_G^{\min}(v) = 5$、$l_G^{\max}(v) = 8$ であるようなことは可能性として否定できない。この場合、コミが5目半から7目半までのいずれであっても双方の最善は無勝負（無限対局）ということになる。

上の定義に基づき、我々の解きたい問題は次のように定式化できる。

問題 3.1 ゲーム G とその頂点 v が与えられたとき、$l_G^{\min}(v)$ および $l_G^{\max}(v)$ を求めよ。

$l_G^{\min}(v)$ や $l_G^{\max}(v)$ を求めるためには、定義に基づき最良の非閉路黒戦略や最良の非閉路白戦略を求めても良いが、我々のアルゴリズムは次に定義する閾値 k 戦略に基づいている。$k \in \mathbf{val}_G(T_G)$ とするとき、閾値 k 黒戦略とは、G の戦略 F と F の頂点集合 V_F から $\{-1, 0, 1\}$ への写像 t の対 (F, t) で次の性質を満たすもののことを言う。

（1） 各 $v \in T_F$ に対して $\mathbf{val}_G(v) < k$ ならば $t(v) = -1$, $\mathbf{val}_G(v) \geq k$ ならば $t(v) = 1$。

（2） 各 $v \in W_F$ に対して $t(v) = \min_{u \in \mathbf{suc}_v(v)} t(u)$。

（3） 各 $v \in B_F$、$u \in \mathbf{suc}_F(v)$ に対して $t(v) = t(u)$。

（4） H_F の任意の閉路 $v_1, v_2, \ldots, v_n$ においてもし $t(v_1) = t(v_2) = \ldots = t(v_n)$ であるならばその値は 0 である。

命題 3.7 (F, t) を閾値 k 黒戦略とし、v を F の頂点とするとき、v を始点とする対局において、もし $t(v) = 1$ ならば黒プレイヤは k 以上の結果を達成することができる。もし $t(v) = 0$ ならば黒プレイヤは k より小さい結果を避けることができる

定理 3.8 ゲーム G の各頂点 v に対して、
$l_G^{\min}(v) = \max\{k \mid t(v) = 1$ であるような閾値k黒戦略$(F,\ t)$が存在する $\}$
$l_G^{\max}(v) = \max\{k \mid t(v) \geqq 0$ であるような閾値k黒戦略$(F,\ t)$が存在する $\}$
が成立する。

したがって、$t(v)$ が最大であるような閾値 k 黒戦略 (F, t) を v にたいする閾値 k 最善黒戦略と呼ぶことにすると、問題 3.1 は 2 分法により次の問題に帰着することができる。

問題 3.2 ゲーム G, その頂点 v, および $k \in \mathbf{val}_G(T_G)$ が与えられたとき、v にたいする閾値 k 最善黒戦略を求めよ。

次節では、この問題を解くアルゴリズムを設計する。

4 閾値 k 最善黒戦略を求めるアルゴリズム

以下ではアルゴリズムの入力としてゲーム G とその頂点 v_0、および $k \in \mathbf{val}_G(T_G)$ を固定して考える。アルゴリズムは H_G の部分グラフ F と F の頂点に対する 3 値割り当て t を保持する。初期状態では F は頂点 v_0 のみからなり、$t(v_0) = 0$ である。アルゴリズムの終了時には (F, t) は v_0 に対する閾値 k 最善黒戦略になっている。（ここで、グラフ F とその定義する戦略を意図的に混同している。）アルゴリズムは次の 3 操作を繰り返し実行する。

展開 F の葉（出次数が 0 の頂点）v で G の終頂点でないものがあれば、$\mathbf{suc}_G(v)$ の頂点のうち、F のなかにないものをすべて F に加える。そして、各 $u \in \mathbf{suc}_G(v)$ に対して、辺 (v, u) を F に加える。新しく加えられた各頂点 u に対して、u が終頂点ならば $\mathbf{val}_G(u)$ の値にもとづいて $t(u)$ を 1 または-1 にセットする。u が終頂点でなければ $t(u) = 0$ とおく。
割り当ての更新 （1）F の黒頂点 v に対して現在 $t(v) = 0$ であるとき、もしある $u \in \mathbf{suc}_G(v)$ が F 中にあって $t(u) = 1$ であるならば $t(v) = 1$ と更新する。また、すべての $u \in \mathbf{suc}_G(v)$ が F 中にあって $t(u) = -1$ であるならば $t(v) = -1$ と更新する。（2）F の白頂点 v に対して現在 $t(v) = 0$ であるとき、もしある $u \in \mathbf{suc}_G(v)$ が F 中にあって $t(u) = -1$ であるならば $t(v) = -1$ と更新する。また、すべての $u \in \mathbf{suc}_G(v)$ が F 中にあって $t(u) = 1$ であるならば $t(v) = 1$ と更新する。
枝刈 F の黒頂点 v で $t(v) = 1$ であるようなものがあれば、$u \in \mathbf{suc}_G(v)$ で $t(u) = 1$ であるものをひとつ選び、v のそれ以外の後続頂点 u' のそれぞれについて辺 (u', v) を F から削除する。
ごみ集め F のなかで、v_0 から到達不可能な頂点と辺を削除する。

どの操作も実行できなくなったときアルゴリズムは終了する。

定理 4.1 上のアルゴリズムは必ず停止し、そのときの (F, t) は v_0 に対する閾値 k 最善黒戦略である。

5 アルゴリズムの具体化

前節で述べたアルゴリズムを、この節では我々の囲碁ゲームに対して具体化する。

アルゴリズムの一般形では、操作の適用順を指定していないが、これをまず次のように定める。方針はグラフの爆発をできる限り抑えることである。展

開操作は基本的に深さ優先の順により適用する。その過程で割り当て更新の機会があれば優先的に実行する。これは、展開がトップダウンの過程であるのに対してボトムアップの過程となる。(図2参照)。

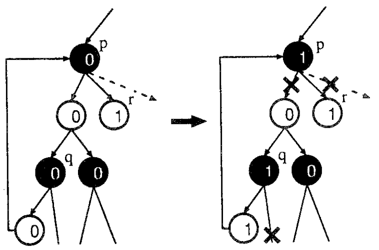

図 2: 割り当ての更新

さらに、割り当て更新によって枝刈の機会が生じたときは、その場で枝刈を実行する。ごみ集めは、グラフ格納領域があふれたときに実行する。いったん v_0 から到達不能になった頂点が展開操作により到達可能になることがあり、その頂点以下の計算結果を再利用する機会を増やすためにはごみ集めのタイミングは遅いほど良い。

1フェーズの探索では、展開の深さ上限を設け、解が求まらないときは次のフェーズで上限を引き上げる(反復深化)。このとき、前回のフェーズで展開されたグラフはそのままひきつぐ。

展開の順序において、同時に F に導入される頂点（兄弟頂点）の間の展開の順序が問題になる。割り当てが1になる見込の高い頂点を先に展開することが、グラフの爆発を抑える上で重要である。そのために、我々のアルゴリズムでは、評価関数と3手の先読みを用いて兄弟頂点の間の展開順序を決定している。

評価関数は、以下の通りである。

（1） 3手先までに終頂点がない場合、3手先の盤面に対し、盤面を分断しているかどうか、自分の石が連結して多く置かれているかどうかを基準に、条件を満たしているものほど、大きな値をとる。

（2） 3手先までに終頂点があった場合、黒頂点の場合、$t(v)=1$ となる終頂点に最大値、$t(v)=-1$ となる終頂点に対して最小値をとる。白頂点の場合は、逆になる。

これらの値を、ミニマックス法により、現在の頂点の各着手に対して求め、値の大きいものから先に展開されるように並びかえる。

6 局面の静的評価

我々のルールにおける囲碁では、終局面はパスが3回続いた局面だけである。前節のアルゴリズムをこのままのゲームに適用すると、著しく効率が悪い。そこで、終局面以外の局面の静的評価を考える。閾値 k 最善黒戦略を求めるアルゴリズムのなかで、もしある頂点 v に対して $l_G^{\min}(v) \geq k$ であることが何らかの方法で結論できるならば v を展開せずに $t(v)=1$ として良い。また $l_G^{\max}(v) < k$ であることが結論できるならば $t(v)=-1$ として良い。この「何らかの方法」が先読みにもとづかない局面 v の分析であるとき、その方法は局面の静的評価と呼ばれる。

囲碁においては、絶対石群の概念を用いて局面の静的評価を行うことができる。ある局面 v における黒石の集合 S は、v を始点とし黒が常にパスをするような対局において S に属するどの石も決して取り上げられることがないとき、局面 v における絶対石群であると言われる。白の絶対石群も同様に定義される。石の集合が絶対石群であるかどうかは比較的容易に判定することができる。図3の黒石全体からなる集合は絶対石群の例である。

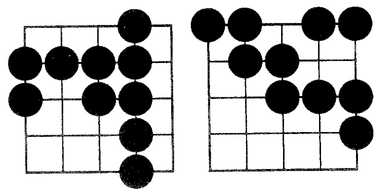

図 3: 絶対石群の例

黒石の集合 S が絶対石群であるための必要十分条件は、S の眼と呼ばれる空点の集合が二つ以上存在することであることは良く知られている。絶対石群 S とその眼は、

（1） S のすべての石が盤上に存在する限り、どの眼も白石で満すことができない。

（2） S に属するどの連結した石群も、二つ以上の眼と接している。

という依存関係を持っている。正確な定義は省略する。

今 $n \times n$ の盤に、黒の絶対石群があり、その石数と地（その絶対石群に囲まれて、白が絶対石群をつくる余地のない場所）の合計が a であったとすると、黒には $a-(n^2-a)=2a-n^2$ 目勝ちが保証されている。したがって、この値を閾値 k と比較することにより静的評価を行うことができる。小さな盤面においては、この静的評価は大きな効力を発揮する。特に、小さい盤面においてはひとつの絶対石群のために残りの点がすべてそのプレイヤの地となることも多い。

7 定理による手のしぼり込み

黒局面 v の二つの後続局面 $u, w \in \mathbf{suc}_G(v)$ に対して $l_G^{\min}(u) \leq l_G^{\min}(w)$ かつ $l_G^{\max}(u) \leq l_G^{\max}(w)$ であることが何らかの方法によって分かるならば、v の展開において頂点 u の生成を省略することができる。白局面の展開においても同様なことが云える。

このような局面の比較は一般には難しいが、我々は自分の絶対石群の眼に自石を入れる手（自眼潰しと呼ぶ）とに着目し、次の定理を使用している。

定理 7.1 G を 5×5 盤における囲碁とし、黒局面 $v \in B_G$ の、後続局面 $u \in \mathbf{suc}_G(v)$ が v より自眼潰しによって得られるとする。このとき、v から自眼潰し以外の手によって得られる局面 $w \in \mathbf{suc}_G(v)$ が存在して、$l_G^{\min}(u) \leq l_G^{\min}(w)$ かつ $l_G^{\max}(u) \leq l_G^{\max}(w)$ が成り立つ。

証明は、基本的には対局のシミュレーションによるが、絶対石が死石となりさらに捕獲されるような系列の扱いが微妙である。小さい盤においてはかなり煩雑な場合分けにより証明することができるが、一般の盤に上の定理を拡張できるかどうかは未解決である。

8 実行結果

以上のようなアルゴリズムを実装したプログラムに、5×5の盤面に関する問題集 [3] の問題を解かせた。その結果は、以下の表の通りである。

章	問	実行時間 (h:m:s)	$l_G^{\min}$	$l_G^{\max}$	Type
1	3	0:00:56	5	5	解
1	4	0:00:52	-1	-1	解
1	6	0:03:49	1	1	解
1	10	0:01:47	1	1	解
1	14	0:00:32	1	3	無
1	22	0:03:17	3	3	無
1	31	0:01:54	0	0	解
1	34	0:05:43	1	1	解
2	3	0:00:23	3	3	別
2	4	0:00:12	5	5	解
2	6	0:06:32	-1	-1	解
2	9	0:00:52	0	0	解
2	19	0:07:47	3	3	差
2	21	0:00:47	4	4	差
2	22	0:08:43	3	3	解
2	25	0:04:12	-5	3	無
2	28	8:12:41	5	25	無
2	32	0:15:15	1	1	解
2	33	0:00:17	-3	-3	解
2	35	0:02:04	3	3	解
2	40	0:01:30	-3	-3	解
3	5	0:09:42	1	1	解
3	9	0:08:01	2	2	解
3	18	0:00:10	1	1	解
3	19	0:07:36	5	5	解
3	21	0:00:28	1	3	無
3	26	0:02:56	-1	-1	解
3	30	0:13:55	5	5	解
3	33	0:02:38	3	3	解
3	34	0:02:08	1	1	解

表 1：問題集の問題に対する実行結果

問題集の全 120 問のうち、比較的扱いやすそうな 37 問を試し、そのうちの 30 問を解くことができた。問題集の問題は、すべて黒番の局面である。ゲームの結果は黒が勝った目数を表し、負数は白勝ちを表す。ルールの項で述べたように領域計数法によるので、問題にアゲハマの指定がある場合は、その分だけ結果が問題集の正解とずれる。実験環境は、CPU が Athlon1.1GHz、メモリは 768MB を使用している。

表の Type の欄にもあるように、実行結果は、いくつかのタイプに分別することができる。

解 上記アゲハマのずれは補正した上で、問題集と同じ解が求まった。

別 問題集の解以外に違う着手が求まった。

差 ルールの差異により、値と着手が違うもの。

無 $l_G^{\min}$ と $l_G^{\max}$ の値が異なるので、正解をひとつの数値で表すことはできない。

「別」「差」「無」はいずれも、我々のルールにおいては問題集の正解が必ずしも正解でないことを示している。これらの結果はいずれもルールの違いから来ている。小さい盤においては、このようにルールの違いが頻繁に顕在化するのは興味深い。図 4 にそのひとつの例（問題集の 1 章第 14 題）をあげる。

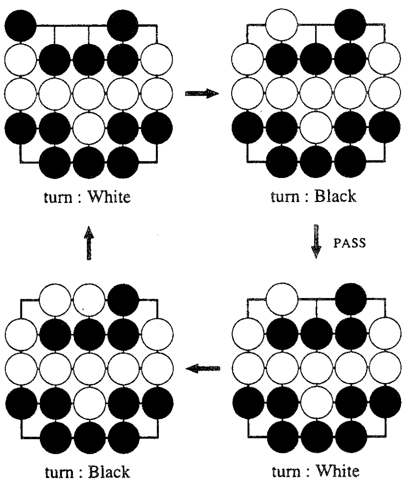

図 4: 無勝負となる局面

図 4 のそれぞれの局面における最善着手を取ると、矢印のように局面がうつっていく。この無限ループは、アゲハマが勝敗に対して、直接関係しないことにより起こることであり、このループを繰り返すたびに、黒により白石が 2 つ取られ、白により黒石が 1 つ取られることが分かる。このようなケースは、日本ルールにおいては、十分に黒のアゲハマが増えた状態で、黒がパス以外の着手を取らなくなることにより、終局へと向かうので、無限ループにはならない。

9 まとめ

囲碁を無限の対局を許すゲームとして定式化し、その厳密解アルゴリズムを設計・実装した。無限の対局を許すことにより、スーパー劫ルール（同一局面反復の禁止）にともなう局面集合の指数的爆発を回避したが、これは、スーパー劫ルールの効率的扱いの可能性を否定するものではない。両方のアプローチの比較検討が今後も必要である。

実装したアルゴリズムは 5 × 5 の盤面に関する終盤問題集のうち、比較的やさしい問題を解くことができるが、すべての問題を解けるまでには至っていない。序章で述べた問題集の対話型の応用を達成するためには、探索過程の制御などについて改良を重ねる必要がある。その際、詰将棋を解くアルゴリズムの研究で蓄積された技法 ([5] とその中の文献を参照) の適用を検討する必要がある。一方、ルールの差異を調べるツールとしては、解いた問題のなかで既に自明でない差異の例を発見しており、その有用性を実証している。

参考文献

[1] The American Go Association
Computer Go Programs and Their Authors
http://www.usgo.org/computer/program.html

[2] 趙治勲「発想をかえる囲碁とっておき上達法」(日本棋院,1994).

[3] 福井正明「囲碁特訓 五×五 五道盤上達法」(日本棋院,2000).

[4] Fred Hansen
The American Go Association Rules of Go
http://truth.wofford.edu/~kaycd/chess-go/rules_ag.htm

[5] 長井歩, 今井浩 df-pn アルゴリズムの詰将棋解答プログラムへの応用 IPSJ-AL 75-2:9-16,2000