

コンピュータを用いたブール関数 単純化の一方法II-禁止有-

苫米地 宣裕

八戸工業大学電気工学科

〒031 青森県八戸市大字妙字大開88-1、八戸工業大学

あらまし 本研究は、論理回路演習用CAIソフトを開発する一環として行ったもので、ブール関数単純化問題の正解をコンピュータを用いて求める一つの方法を提案している。このCAI応用においては、論理変数の個数は2~5個と限定されるが、処理時間が数秒以内であることが要求される。本研究では、論理値が3値をとる3値カルノー図をまず示し、この3値カルノー図を用いる単純化の方法を提案している。単純化は、まず、3値カルノー図に与式より生じ得るすべての項を作成し、次いで、冗長な項を削除していくという手順で行われる。これまでの研究で、禁止がない場合の単純化について明らかにした。本稿では、禁止有りの場合について報告する。

キーワード ブール関数/単純化/CAI/3値カルノー図/コンピュータ

A Minimization Method of Boolean-Functions Based on the Ternary Karnaugh Map

Nobuhiro Tomabechi

Hachinohe Institute of Technology

Hachinohe Institute of Technology, 88-1 Obiraki, Hachinohe, 031 Japan

Abstract This paper proposes a novel algorithm for Boolean-function minimization. The algorithm is used for obtaining correct answers in the logic circuit design training software. In such CAI applications, the number of logic variables is limited to the one equal to or less than 5, on the other hand, the processing time is required to be less than a few seconds. In the proposed method, the ternary Karnaugh map is introduced. The minimizing process is as follows; 1. all of the terms obtainable from the given Boolean-function are made in the ternary Karnaugh map, 2. redundant terms are deleted. The study has been done on the case without don't-cares. This paper reports on the algorithm with don't-cares.

Key words Boolean-function/minimization/CAI/ternary Karnaugh map/computer

1 ま え が き

本研究は、論理回路設計演習用 C A I ソフト開発の一環として行われたもので、この C A I ソフトに用いる新しいブール関数簡単化アルゴリズムを提案するものである。

ブール関数の簡単化については、ブール代数の法則を用いる方法やカルノー図を用いる方法がよく知られている⁽¹⁾⁻⁽³⁾。これらは、人間の記号処理能力、図形処理能力を利用する方法で、いわば人手による方法ということができる。一方、コンピュータを用いる簡単化の方法も、クワインマクラスキの方法をはじめ種々研究されているが^{(4)、(5)}、これらは、主に、論理変数の多い大規模な論理回路の自動設計を目的として行われているようである。

ところで、論理回路設計演習に用いる C A I ソフトを作成しようとする、コンピュータを用いるブール関数簡単化の必要性が生ずる。ブール関数簡単化の演習問題において、正解か否かを自動的に判定するためである。この C A I 応用においては、論理変数の個数は、2～5個に限定されるが、簡単化に要する時間が、人間の解答待ち時間の心理的限界とされる数秒以内が望まれる。また、使用するコンピュータは安価なパソコンが想定され、演算速度が限定される。従来のクワインマクラスキ法に基づいてプログラム作成を行った結果では、上記条件が満足されないことが明らかとなり⁽⁶⁾、より処理時間の短いアルゴリズムの開発が期待されている。

本研究で提案する方法では、まず、ブール関数の表現に、論理変数の値が3値をとるカルノー図を導入する。本図により、記号数の一定しない項より成る任意のブール関数を系統的に表現することが可能となる。提案するアルゴリズムの特徴は次の2点に要約される。①与式より生じ得るすべての項を、3値カルノー図に一举に作成し、次いで、冗長な項を種類ごとに順次削除していく、②非必須な項の最適な組み合わせ（最小被覆という）を項の連鎖をたどることにより求める。これまでの研究により、禁止なしの場合の簡単化の方法を明らかにした⁽⁷⁾。本稿では、禁止有りの場合について検討し、アルゴリズムを完成したことを報告する。

2 3 値カルノー図とその性質

2・1 3 値カルノー図の導入

本研究では、ブール関数を表現する1つの方法として、3値カルノー図 (Ternary Karnaugh Map) を提案する。これは、次のように定義される。

[定義1] 3 値カルノー図

3 値カルノー図は、論理変数の個数を P とすると、 P 次元の表であり、 P 次元配列で表わされる。3 値カルノー図を U と記述する。3 値カルノー図のセルは、配列要素で表わされる。これを U 、または、 $U[x_1, x_2, \dots, x_P]$ と記述する。ただし、 x_1, x_2, \dots, x_P は論理変数を示している。また、論理変数は、0、1、2 の3値をとる。セルは、ブール関数の項 F に1対1に対応づけられる。この対応は次のように表わされる。まず、 $F = f(x_1) f(x_2) \dots f(x_P)$ と表わす。このとき、 $f(x_i)$ ($i = 1, 2, \dots, P$) は次のように決められる。

$$x_i = 0 \quad f(x_i) = \bar{x}_i$$

$$x_i = 1 \quad f(x_i) = x_i$$

$$x_i = 2 \quad f(x_i) = 1$$

配列要素は0、1の値をとり、次のような内容を表わす。

$U = 0$ ブール関数に対応する項がない

$U = 1$ ブール関数に対応する項がある

□

[例1] 3 値カルノー図の例

図1に、3変数の場合の3値カルノー図のセルと項の対応を示している。

		X_1			X_2					
		0	1	2	0	1	2	0	1	2
X_2	0	$\bar{X}_1\bar{X}_2\bar{X}_3$	$X_1\bar{X}_2\bar{X}_3$	$\bar{X}_2\bar{X}_3$	$\bar{X}_1\bar{X}_2X_3$	$X_1\bar{X}_2X_3$	\bar{X}_2X_3	$\bar{X}_1\bar{X}_2$	$X_1\bar{X}_2$	X_2
	1	$\bar{X}_1X_2\bar{X}_3$	$X_1X_2\bar{X}_3$	$X_2\bar{X}_3$	$\bar{X}_1X_2X_3$	$X_1X_2X_3$	X_2X_3	\bar{X}_1X_2	X_1X_2	X_2
	2	$\bar{X}_1\bar{X}_3$	$X_1\bar{X}_3$	\bar{X}_3	\bar{X}_1X_3	X_1X_3	X_3	\bar{X}_1	X_1	1
		0	0	0	1	1	1	2	2	2
		X_3								

図1 3値カルノー図のセルと項の対応（3変数の場合）

以上のように、3値カルノー図は積和形式の任意のブール関数を系統的に表現することができる。3値カルノー図は、図として用いるとき、通常のカルノー図のような項の隣接関係が見易いという特長は有しない。しかし、表として用いるときは、各変数独立の構造となっているので、セル同士の関係が調べ易いという特長を有している。

[定義2] 2値カルノー図

通常のカルノー図を2値カルノー図という。2値カルノー図もP次元配列で表わされる。2値カルノー図をKと記述する。2値カルノー図のセルも配列要素で表わされる。これをK、または、 $K[x_1, x_2, \dots, x_P]$ と記述する。ただし、 x_1, x_2, \dots, x_P は論理変数を表わしている。論理変数の値は、0、1の2値をとる。2値カルノー図のセルと項の対応は3値カルノー図に準ずる。ただし、論理変数が2値なので、セルは最小項にのみ対応する。配列要素は0、1、2の値をとり、次のような内容を表わす。

- K = 0 ブール関数に対応する項がない
- K = 1 ブール関数に対応する項がある
- K = 2 ブール関数の対応する項が禁止である

□

2・2 用語の定義と3値カルノー図の性質

以下の論述に用いる用語の定義と3値カルノー図の性質について述べる。

[定義3] 吸収項、被吸収項

2つの項、 F_1, F_2 があつて、 F_1 に含まれる最小項がすべて F_2 に含まれていて、かつ、 F_1 に含まれていない最小項が少なくとも1つ F_2 に含まれているとき、「 F_1 は F_2 の被吸収項である」、あるいは、「 F_2 は F_1 の吸収項である」といい、 $F_1 \sqsubset F_2$ と記述する。また、2値カルノー図、または、3値カルノー図のセルをV、Vに対応する項を F_1 、3値カルノー図のVでないセルをU、Uに対応する項を F_2 とすると、 $F_1 \sqsubset F_2$ であれば、 $V \sqsubset U$ と記述する。 □

[定義4] 必須項

あるブール関数をV、Vからある項Fを除いた関数を V_1 とすると、Vに含まれる最小項が V_1 に含まれないとき、項Fを必須項という。

[定義5] 連結、連結点

2つの項 F_1, F_2 があつて、 F_1, F_2 が共通の最小項を有するとき、「 F_1 と F_2 は連結し

ている」といい、 $F_1 \in F_2$ と記述する。ただし、 F_1 と F_2 の共通の最小項がすべて禁止のときは連結していないとする。 F_1 と F_2 が連結していないことを、 $F_1 \not\in F_2$ と記述する。また、 F_1 と F_2 の共通の最小項を連結点という。

[定義6] 連鎖

あるブール関数から被吸収項と必須項を除いた項の集合を H とする。 H の部分集合で、次の条件1、条件2のいずれか1つ、および、条件3に合う集合 R を連鎖という。

条件1 ただ1つの項を含む。

条件2 複数の項を含み、 $F_i, F_j \in R$ である任意の2つの項 F_i, F_j について次の関係が成り立つ。

$$F_i \in F_j$$

または、

$$F_i \in F_{i_1} \in F_{i_2} \in \dots \in F_{i_N} \in F_j$$

ただし、 $F_{i_1}, F_{i_2}, \dots, F_{i_N} \in R$

条件3 $F_i \in R, F_k \in H$ 、かつ、 $F_k \notin R$ である任意の2つの項 F_i, F_k について次の関係が成り立つ。

$$F_i \in F_k$$

□

[定義7] 必須連結項

連鎖に含まれる項の中で、必須項と連結している項を必須連結項という。

[定義8] 分岐項、分岐点

連鎖に含まれる項の中で、3個以上の項に連結している項を分岐項という。また、分岐項とそれに連結している項の連結点を分岐点という。

[定義9] 端

連鎖に含まれる項の中で、必須連結項、分岐項、分岐点と連結している項、および、ただ1個だけの項と連結している項を端という。

□

上の定義9において、ただ1個だけの項と連結している項とは、定義5の「 F_1, F_2 の共通の最小項がすべて禁止のときは $F_1 \in F_2$ とする」条件が当てはまる F_1, F_2 を指している。

[定義10] 閉連鎖

端を有しない連鎖、すなわち、単一のループをなす連鎖を閉連鎖という。

[定義11] 単連鎖

連鎖 R の部分集合で、次の条件1～条件3のいずれか1つに合う集合 T を単連鎖という。

条件1 ただ1つの項 F を含む。ただし、 F は端である。

条件2 端を2つだけ含む。この端を F_1, F_N とし、 $T = \{F_1, F_2, F_3, \dots, F_N\}$ とすると次の関係が成り立つ。

$$F_1 \in F_2 \in F_3 \in \dots \in F_N$$

条件3 閉連鎖である。

□

[定義12] マッピング

項の集合 V に含まれる項を最小項に分解して2値カルノー図 K の対応するセル K を $K=1$ にする操作を、「 V を K にマッピングする」といい、 $V \Rightarrow K$ と記述する。

[定義13] 被覆、最小被覆

集合 $V \Rightarrow 2$ 値カルノー図 K によってセル K が1となったとき、「 V は K を被覆する」という。また、1つのセル K に V の N 個の項が対応するとき、「 V は K を N 重に被覆する」という。また、同じ K を与える V の項の組み合わせの中で項の数、または、項の記号数の合計が最も少なくなる組み合わせを「 V の K に関する最小被覆」、あるいは単に「 V の最小被覆」という。

□

3値カルノー図に関して、以下の定理が成り立つ。

[定理1] 吸収項の判別1

P 変数の 3 値カルノー図の 1 つのセルを U_1 とすると、 $U_1 \subset U_2$ となるセル U_2 は、 U_1 の P 個の変数を、1 ~ P 個の 2 で置き換えて得られる。ただし、置き換えて得られた変数の組が元の変数の組と同じになるものは除く。

(証明) U_1 に対応する項を F_1 とする。 U_1 の値が 2 でないいくつかの変数 x_{ij} ($j = 1, 2, \dots$) を 2 で置き換えたセルを U_2 、 U_2 に対応する項を F_2 とする。このとき、 F_2 では x_{ij} が恒等的 1 となり、これは F_2 が x_{ij} を含む項と x_{ij} を含む項の和となることを示す。 F_1 は x_{ij} か \bar{x}_{ij} のいずれか一方のみを含むので、 $F_1 \subset F_2$ 、従って $U_1 \subset U_2$ となる。

逆に、項 $F_1 \subset F_2$ とすると、 F_2 においては恒等的 1 であり、 F_1 においては恒等的 1 でない変数が少なくとも 1 個存在しなければならない。 F_1 に対応するセルを U_1 、 F_2 に対応するセルを U_2 とすると、 U_1 では 2 でなく U_2 では 2 となる変数が少なくとも 1 個存在することになる。そのような U_2 は U_1 の P 個の変数を、1 ~ P 個の 2 で置き換えて得られる。ただし、置き換えて得られた変数の組が元の変数の組と同じになるときは、 U_1 と U_2 は同一となり、 $F_1 \subset F_2$ とはならないので除く必要がある。 □

なお、定理 1 において生ずる吸収項の数は、変数の数を P とすると、 $2^P - 1$ 個となる。

[系 1] 吸収項の判別 2

P 変数の 2 値カルノー図の 1 つのセルを K とすると、 $K \subset U$ となるセル U は、K の P 個の変数を、1 ~ P 個の 2 で置き換えて得られる。

(証明) 定理 1 の証明と等しくなる。ただし、2 値カルノー図では変数の値は 0 か 1 だけなので、変数を 2 で置き換えた変数の組が、元の変数の組と同じになることはない。従って、定理 1 の場合についての但し書きは必要なくなる。 □

単連鎖に関して以下の定理が成り立つ。

[定理 2]

単連鎖 $R \Rightarrow$ 2 値カルノー図 K を行うと、R は K を 2 重に被覆する。ただし、①必須連結項の必須項との連結点、②分岐点、③禁止のセルは除く。

(証明) 単連鎖には必須項は含まれないので、K に 1 重に被覆されるセルがあるとすれば、必須項との連結点か、分岐点か、または、禁止のセルだけである。また、K に 3 重以上に被覆されるセルがあるとすれば、そのセルを連結点とする 3 個以上の項が存在しなければならない。しかし、定義 1.1 より、単連鎖にはそのような項は含まれていないので、K が 3 重以上に被覆されることはない。 □

[定理 3]

単連鎖を構成する項は、互いに連結していない項で構成されるグループに 2 つに分けることができる。

(証明) 単連鎖を $T = \{F_1, F_2, F_3, \dots, F_{2N+1}\}$ と表わす。ただし、項の数は奇数と仮定している。項の数が偶数のときは F_{2N+1} は除くとする。単連鎖においては、1 つの項が 3 個以上の項と連結することはないので、端の 1 つを F_1 、端がない場合 (閉連鎖の場合) は任意の項を F_1 とすると次の関係が成り立つ。

$$F_1 \infty F_2 \infty F_3 \infty F_4 \infty \dots \infty F_{2N+1}$$

また、次の関係が成り立つ。

$$F_i \oplus F_{i+2} \quad (i = 1, 2, \dots, 2N-1) \tag{1}$$

T を次の 2 つのグループに分ける。

$$\text{グループ A} = \{F_1, F_3, \dots, F_{2N+1}\}$$

$$\text{グループ B} = \{F_2, F_4, \dots, F_{2N}\}。$$

このとき、グループ A の任意の 2 つの項を F_j, F_k とすると、式 (1) より次の関係が成り立つ。

$$F_j \oplus F_k$$

グループ B についても同様の関係が成り立つ。 □

3 簡単化アルゴリズム

本稿では、論理変数の数は5以下とする。また、簡単の意味は、ブール関数を積和形式に表わしたとき、項数が少ないこと、項数が同じときは項の記号数が少ないことをいうこととする。

本稿で提案するブール関数簡単化の方法は、まず、与えられたブール関数から生じ得るすべての項を3値カルノー図に作成し、次いで、冗長な項を項の種類ごとに順次削除していくという手順をとる。この手順は次のように定式化できる。ただし、簡単化の対象となるブール関数は2値カルノー図 K_1 の形で与えられるとする。また、解は3値カルノー図 U の形で得るとする。なお、以下、「3値カルノー図のセルに対応する項」を「3値カルノー図の項」と簡略化して記述する。

[アルゴリズム1] 簡単化の全手順

- ステップ1-1 2値カルノー図 K_1 より生じ得るすべての項を求め3値カルノー図 U に記入する。
- ステップ1-2 U より禁止のみで構成される項を削除する。
- ステップ1-3 U より他の項の被吸収項となる項を削除する。
- ステップ1-4 U より非必須項を求め、非必須項登録表に登録する。
- ステップ1-5 非必須項登録表より一つの連鎖をとり出す。
- ステップ1-6 連鎖の最小被覆を求め、最小被覆に含まれない項を U から削除する。
- ステップ1-7 ステップ1-5, ステップ1-6を、非必須項登録表に連鎖がなくなるまでくり返す。 □

U に残った項が解となる。

以下、アルゴリズム1の各ステップを逐次詳述する。

(1) ステップ1-1: 2値カルノー図より生じ得るすべての項を求める手続き

[アルゴリズム2]

- ステップ2-1 U のすべての項を $U=1$ とする。
- ステップ2-2 K_1 から $K_1=0$ となる項を1つとる。
- ステップ2-3 $K_1 \cap U$ となるすべての U を $U=0$ とする。 $K_1 \cap U$ の判別には系1を適用する。
- ステップ2-4 ステップ2-2, ステップ2-3を、 $K_1=0$ となるすべての項についてくり返す。 □

U に $U=1$ で残った項が K_1 より生じ得るすべての項となる。

(2) ステップ1-2: 禁止のみで構成される項を削除する手続き

[アルゴリズム3]

- ステップ3-1 K_1 の禁止の項のみより生ずるすべての項を求め3値カルノー図 U_1 に記入する。
 - ステップ3-2 U から U_1 の項を削除する。 □
- 上記ステップ3-1は、アルゴリズム2を用いることができる。ただし、ステップ2-2の「 $K_1=0$ となる項」を、「 $U \neq 2$ となる項」、と変更する。

(3) ステップ1-3: 被吸収項を削除する手続き

[アルゴリズム4]

- ステップ4-1 U から、 $U=1$ となる項を1つとる。この項を U_1 とする。
- ステップ4-2 $U_1 \cap U$ となるすべての U について $U=1$ か否かを調べる。 $U=1$ となる項が1つでもあれば $U_1=0$ とする。 $U_1 \cap U$ の判別には定理1を適用する。
- ステップ4-3 ステップ4-1, ステップ4-2を、 $U=1$ となるすべての項についてくり返す。 □

(4) ステップ1-4: 非必須項に登録する手続き

必須項も以下の処理に必要となるので、非必須項と同時に登録する。

[アルゴリズム 5]

ステップ 5-1 U から、 $U = 1$ となる項を 1 つとる。

ステップ 5-2 U からこの項を除いた 3 値カルノー図を U_2 として、 $U_2 \Rightarrow 2$ 値カルノー図 K_2 を求める。この処理の詳細はアルゴリズム 6 に記す。

ステップ 5-3 K_2 と元のカルノー図 K_1 を比較する。 $K_1 [x_1, x_2, \dots, x_p] = 1$ 、かつ、 $K_2 [x_1, x_2, \dots, x_p] = 0$ となる変数の組が 1 つでもあれば必須項、なければ非必須項と判定できる。必須項を表 W に、非必須項を表 Q に登録する。□

上記ステップ 5-2、 $U_2 \Rightarrow K_2$ を求める手続きは次のようになる。

[アルゴリズム 6] $U_2 \Rightarrow K_2$

ステップ 6-1 K_2 のすべての項を 0 にする。

ステップ 6-2 K_2 の 1 つの項 K_2 をとる。

ステップ 6-3 $K_2 \sqsubset U_2$ となるすべての U_2 について $U_2 = 0$ か否かを調べる。 $U_2 = 0$ となる項が 1 つでもあれば $K_2 = 1$ とする。 $K_2 \sqsubset U_2$ の判別には系 1 を適用する。

ステップ 6-4 K_2 のすべての項について、ステップ 6-2、ステップ 6-3 をくり返す。□

必須項、非必須項の登録において、登録表として 3 値カルノー図を用いることも可能であるが、通常の一連番号表を用いる方が表の空白が少なくなり処理が効率的となる。表は、2 次元配列、 $W [I, J]$ 、 $Q [I, J]$ を用い、変数 I で一連番号を表わし、変数 J で x_1, x_2, \dots, x_p を表わすとよい。

(5) ステップ 1-5 : 連鎖を取り出す手続き

連鎖が単連鎖のときはそのまま、単連鎖でないときは単連鎖に分割して取り出す。

[アルゴリズム 7]

ステップ 7-1 単連鎖の端を求め、連鎖登録表 R に登録するとともに、非必須項登録表 Q から削除する。端は以下のように求める。

① 必須項登録表 W から項を 1 つとるか、または、分岐点登録表 BR から分岐点を 1 つとり、これに連結する項を表 Q より求める。

② 表 Q の中から 3 個以上の項と連結する項を求める。この項が求まったとき、分岐点を求め表 BR に登録する。

③ 表 Q の中からただ 1 個の項と連結する項を求める。

④ 上記①~③の項がなく、かつ、表 Q に項があるときは閉連鎖が形成されている。この場合は、表 Q から 1 つの項をとり端とする。

ステップ 7-2 表 R にある項に連結する項を表 Q から取り出し、表 R に追加する。

ステップ 7-3 ステップ 7-2 を、連鎖の後端が検出されるまでくり返す。□

(6) ステップ 1-6 : 連鎖の最小被覆を求め最小被覆に含まれない項を削除する手続き

定理 3 より、単連鎖を互いに連結しない項で構成される 2 つのグループに分けることができる。このように分けたグループは、定理 2 より、どちらも K を 1 重に被覆する。 K を 1 重に被覆するという事は最小被覆となり得ることを意味している。ただし、定理 2 に示した K が 1 重に被覆されるセル①②③はいずれか一方のグループによってのみ被覆される。このうち②分岐点は必ず被覆される必要があるが、連鎖を構成するどれか 1 つの単連鎖によって被覆されればよい。なお、グループ分けは単連鎖の取り出しと同時に進行することができる。従って、本ステップの手続きは次のようになる。

[アルゴリズム 8]

ステップ 8-1 表 Q から先端を取り出し、グループ 1 の登録表 A に登録する。

ステップ 8-2 表 A にある項と連結する項を表 Q から取り出し、グループ 2 の登録表 B に登録する。

ステップ 8-3 表 B にある項と連結する項を表 Q から取り出し、表 A に追加登録する。

ステップ 8-4 ステップ 8-2、ステップ 8-3 を、連鎖の後端が検出されるまで繰り返す。

ステップ 8-5 最小被覆の判定を行い、最小被覆とならない表の項を 3 値カルノー図 \mathcal{U} から削除する。最小被覆の判定は以下のように行う。

- ① 単連鎖の項数が奇数のとき：表 A の項数 $>$ 表 B の項数、であるから、表 B を最小被覆とする。
 - ② 単連鎖の項数が偶数のとき：表 A の項数 = 表 B の項数、であるから、記号数の少ない方の表を最小被覆とする。記号数も等しいときは、まだ被覆されていない分岐点を含む方の表を最小被覆とする。
 - ③ 閉連鎖の場合：表 A の項数 = 表 B の項数、であるから、記号数の少ない方の表を最小被覆とする。
- ステップ 8-6 いずれの単連鎖によっても被覆されない分岐点が残っている場合は次のように処理する。
- ① 表 A の項数 = 表 B の項数となる単連鎖がないとき：被覆されない分岐点と連結する項の一つを \mathcal{U} に付加する。
 - ② 表 A の項数 = 表 B の項数となる単連鎖があるとき：被覆されない分岐点を含む方の表を最小被覆とみなし、 \mathcal{U} からの削除をやり直す。 □

4 むすび

本研究では、論理回路設計演習用 CAI ソフトに用いる新しいブール関数簡単化アルゴリズムを提案している。前報告までは、禁止なしの場合について検討してきた。本稿では、禁止有りの場合について検討し、アルゴリズムを完成した結果を報告した。

提案したアルゴリズムに基づき簡単化プログラムを作成した結果、良好に動作することが確認されている。なお、提案したアルゴリズムと従来のアルゴリズムとの比較も検討中であり、別途報告する予定である。

参考文献

- (1) フィスタ、尾崎訳：“デジタル計算機の論理設計”、朝倉書店、(1960)
- (2) F. J. Hill & G. R. Peterson, "Introduction to Switching Theory & Logical Design", John Wiley & Sons, Inc., (1968)
- (3) 足立暁生：“論理設計の基礎”、東海大学出版会、(1973)
- (4) 吉田典可：“論理数学 II”、共立出版、(1978)
- (5) 向殿、笹尾：“スイッチング理論演習”、朝倉書店、(1984)
- (6) 苫米地宣裕：“コンピュータを用いた論理式簡単化の一方法”、1993 年度電子情報通信学会秋期全国大会論文集、6-8、(1993)
- (7) 苫米地宣裕：“コンピュータを用いたブール関数簡単化の一方法”、信学技報、COMP93-52, PP.19-28, (1993)