ハイパフォーマンス
コンピューティング 51－6
（１９９４．６．１７）

主記憶共有型スーパーコンピュータの性能評価

濱口信行

（株）日立製作所　ソフトウエア開発本部

主記憶共有型ス-パ-コンピュ-タにおける台数効果を,演算速度とメモリ速度から算出し,プログラミング及びオブジェクト生成に関する最適化について解析した.
その結果,主記憶共有型ス-パ-コンピュ-タS-3800/480(理論ピーク性能32ギガフロップス)を使用して,基本技術計算プログラムにより,28ギガフロップスという高い実効性能を得た.

Performance evaluation of Supercomputer with Tightly Coupled Multi-Processor

Nobuyuki Hamaguchi

Software Development Center Hitachi,Ltd.

I calculated speedup of Supercomputer with Tightly Coupled Multi-Processor for using performances of computation and memory access,and analyzed optimization of programming and generating object program.
It is confirmed that I had made the basic technical calculation program run faster,at 28 Giga Floating operations per second on Supercomputer S-3800/480 with Tightly Coupled Multi-Processor(Theoretical peak performance 32 Giga Floating operations per second).

1．はじめに

主記憶共有型ス-パ-コンピュ-タでは，演算速度がメモリ速度を上回るほどに向上したため，その演算速度(理論ピ-ク性能またはカタログ性能)に見合った実効性能を得るためには，プログラミングやオブジェクト生成においても，従来とは異なった点に留意する必要が生じてきた．

そこで，演算時間とメモリアクセス時間の関係から，待ち行列理論により台数効果を算出する式を作成し，基本的技術計算プログラムにおいて実測値とかなりよく一致する事を確認し，高い実効性能を出すためのプログラミングとオブジェクト生成に関する知見を得た．

この知見をもとに，主記憶共有型ス-パ-コンピュ-タS-3800/480 (理論ピ-ク性能 32ギガフロップス)を使用して，リンパック15020元，行列積9000元において，それぞれ27.49 ギガフロップス，28.29 ギガフロップスという高い実効性能を達成できた．

2．S－３８００／４８０

性能評価で使用したS-3800/480の仕様を表1に示した．

表1 S-3800/480のハ-ドウェア仕様

項　　目	性　能　数　値
CPU台数	4
理論最大ベクトル性能	* 8 Gflops/ CPU
演算器構成	(加算器+乗算器)×2 / CPU
理論最大メモリアクセス速度	** 16 G語/sec

(注)　* Gflops = Giga Floating operations per second　** 1 語 = 64bit, 1 G = 10^9

3．台数効果算出モデル

複数のCPUを使用してプログラムを実行する場合の性能指標の一つに台数効果がある．
この値に関しては次ぎのよく知られているアムダ-ルの法則がある．(式1)

$$台数効果 = \frac{1}{(1-\alpha) + \dfrac{\alpha}{\beta}} \qquad \text{---- (式 1)}$$

α : 並列化率　β : 並列加速率

本報告では，並列化率100%とした場合の台数効果(=並列加速率)を算出している．

3．1モデル化

スーパーコンピュータで実行するプログラムの命令列は図1に示した様にベクトル演算命令とメモリアクセス命令に分類できる.

```
    DO 10 I=1,N
    A(I)=A(I)+T1*B(I)+T2*C(I)   ===>
 10 CONTINUE
```

ソースプログラム

```
VLD   VR0,VAIR0,VBR0
VLD   VR1,VAIR0,VBR2
VLD   VR4,VAIR0,VBR4
VXMAD VR5,VR0,VR1,SR0
VXMAD VR8,VR5,VR4,SR1
VSTD  VR8,VAIR0,VBR0
```

オブジェクト プログラム

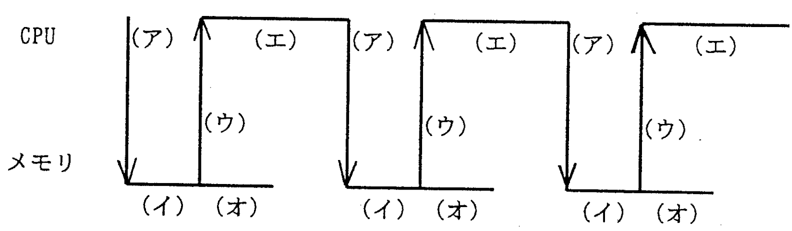
VLD,VSTD ： メモリアクセス命令
VXMAD ： ベクトル演算命令

図1 実行プログラムの命令列

モデル化のために,実行プログラムの命令列は次ぎの条件を満たしていると仮定する.

(1)メモリアクセス命令とベクトル演算命令が均一的に出現する.
(2)メモリアクセス命令とベクトル演算命令はオーバラップして動作する.
(3)メモリ待ち時間中はベクトル演算命令は動作しない.
(4)ベクトル演算処理時間はメモリ処理時間のCPU台数倍以上.

この場合,プログラム処理の流れは図2の様になる.



(ア) メモリアクセス要求　(イ) メモリ待ち　(ウ)メモリ待ち解除
(エ) ベクトル演算処理　(オ) メモリ処理

図2 プログラム処理の流れ

実行するプログラムが決まると，その演算量とメモリアクセス量が定まる．そこで，1 CPUでのベクトル演算命令実行時間Taとメモリアクセス時間Tmを式2, 3で定義した．

Ta=演算量/実効演算速度 * ---- (式2)

Tm=メモリアクセス量/実効メモリ速度 ** ---- (式3)

* 実効演算速度 ： ベクトル長と演算種別の関数

** 実効メモリ速度 ： メモリアクセスパターンとアクセス種別の関数

また，メモリ待ち時間$T\omega$はメモリ利用率をρとすると，

$T\omega=\rho/(1-\rho)Tm=\rho Tm(1+\rho+\rho^2+....)$より第1項をとり，式4で定義した．

$$T\omega=Tm\times\rho \quad \text{---- (式4)}$$

プログラムの処理時間をTとすると，メモリ利用率はTm/Tとなり，1 CPUでは式5が成立する．

$$T=Ta+Tm^2/T \quad \text{---- (式5)}$$

Tに関して解くと式6になる．

$$T=(Ta+\sqrt{Ta^2+4Tm^2})/2 \quad \text{---- (式6)}$$

3．2台数効果

式6よりTa≧Tm×CPU台数 の場合の台数効果計算式を導き，その計算式をTa<Tm×CPU台数 の場合にも適用した．

n CPUで実行した場合，各CPUが同一演算量を実行すると仮定すると，ベクトル演算命令時間はTa/nとなり，メモリアクセス時間は主記憶共有型であるのでTmとなる．

以上の事から，1 CPUでの処理時間T1，n CPUでの処理時間Tnは式7, 8に示す値になる．

$$T1=(Ta+\sqrt{Ta^2+4Tm^2})/2 \quad \text{---- (式7)}$$

$$Tn=(Ta+\sqrt{Ta^2+4n^2Tm^2})/2n \quad \text{---- (式8)}$$

メモリアクセス時間に対するベクトル演算時間比率をs(Ta=sTm)とすると，台数効果R(n)，台数効果効率E(n)は式9, 10に示す値となる．

$$R(n)=T1/Tn=n\times(s+\sqrt{s^2+4})/(s+\sqrt{s^2+4n^2}) \quad \text{---- (式9)}$$

$$E(n)=R(n)/n=(s+\sqrt{s^2+4})/(s+\sqrt{s^2+4n^2}) \quad \text{---- (式10)}$$

逆に台数効果R(≧1)，台数効果効率E(nE≧1)を得るのに必要なs(R)，s(E)は式11, 12に示す値になる．また表2, 3にR(n)，s(E)の数値例を示した．

$$s(R)=n\times(R^2-1)/\sqrt{(n-R)\times(nR^2-R)} \quad \text{---- (式11)}$$

$$s(E)=(n^2E^2-1)/\sqrt{(1-E)\times(n^2E^2-E)} \quad \text{---- (式12)}$$

表2 台数効果表 (R(n))

s＼n	2	3	4	8	16
1	1.26	1.37	1.43	1.52	1.57
3	1.65	2.04	2.29	2.74	3.01
5	1.82	2.43	2.88	3.82	4.44
10	1.94	2.80	3.54	5.60	7.42
20	1.99	2.94	3.86	7.03	11.1

表3 台数効果Eを得るのに必要なs(E)

E＼n	2	3	4	8	16
0.5		1.34	2.27	5.39	11.2
0.6	0.76	2.18	3.31	7.36	15.1
0.7	1.56	3.23	4.67	10.0	20.3
0.8	2.63	4.78	6.72	14.1	28.5
0.9	4.63	7.87	10.9	22.5	45.4

3．3最適化に関する留意点

式9,10,11,12と表2,3は,複数のCPUを使用して高い実効性能を得るには,メモリアクセス時間を大幅に短縮しなければならない事を示しており,下記の留意点が判った.

(1) プログラミング上の留意点

従来のプログラミングでは,演算数/メモリアクセス数≦2 (S-3800では s≦4)となっている事が殆どで,1 CPUではかなり高い実効性能を示しているが,複数CPUでは,台数効果効率が悪い.(例: S-3800 でリンパック 10000元の値は従来のコーディングでは,1 CPU 7.0Gflops,2 CPU 11.2Gflops,3 CPU 13.7Gflops,4 CPU 15.2Gflops であった.)

n CPUで高い実効性能を得るには,演算数/メモリアクセス数 の値が 1 CPUの n倍以上になる様なアルゴリズムを適用する必要がある.(例: ガウスの消去法を縦ブロックガウスの消去法にする.)

(2)オブジェクト生成上の留意点

多重DOループの最適化として,外側DOループのアンローリング,配列の値をベクトルレジスタに保持する機能があり,アンローリングの展開数,値を保持する配列の数は1 CPU に適合していた.n CPUで高い実効性能を得るには,展開数,保持する配列の数は,それぞれ1 CPUのn倍以上,または展開数×保持する配列の数 を1 CPUのn^2倍以上にする必要がある.

4．性能評価プログラム

性能評価プログラムとして，基本的な技術計算プログラムである，連立一次方程式，行列積[2]，SOR[4]，FFT計算[1]及び，一般アプリケーションプログラムである，グラムーシュミットの直交化，3次元熱輸送問題[3]を選び，ベクトル化率，並列化率とも100%近くなるようにコーディングした．

計算式に使用するs(メモリアクセス時間に対するベクトル演算命令実行時間比)は演算の種類，メモリアクセスパターンより，実効演算性能とメモリ性能を定め，ベクトル演算命令とメモリアクセス命令の比率をオブジェクトリストよりもとめて算出した．

性能評価プログラムと性能数値を表4に示した．

表4 性能評価プログラム

No.	計算内容	プログラム内容	実効演算性能 (1 CPU)	実効メモリ速度	s
1	連立一次方程式	リンパック15020元	8 Gflops	16G語/sec	20
2	行列積 *1	1段8列　5000元	8 Gflops	16G語/sec	3.2
3	行列積	20段20列　5000元	8 Gflops	16G語/sec	20
4	行列積	20段20列　9000元	8 Gflops	16G語/sec	20
5	SOR　*2	Driven Cavity Flow	3 Gflops	16G語/sec	18.4
6	FFT　*3	3次元複素FFT	4 Gflops	8G語/sec	4.9
7	アプリケーション	Gram-SCHMIDT *4	8 Gflops	16G語/sec	6
8	アプリケーション	3次元熱輸送問題 *5	8 Gflops	16G語/sec	4

(注) *1　n段m列

$$\overleftrightarrow{\qquad m \qquad}$$

$$n\left\{\begin{array}{l} A(I,J)=A(I,J)+B(I,K)*C(K,J)+\ldots\ldots\ldots\ldots+B(I,K+m-1)*C(K+m-1,J) \\ \quad\vdots \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\vdots \\ A(I,J+n-1)=A(I,J+n-1)+B(I,K)*C(K,J+n-1)+\ldots+B(I,K+m-1)*C(K+m-1,J+n-1) \end{array}\right.$$

*2 メッシュサイズ 500×500 Re数=1000，収束判定条件　10^{-3}
MAC(Marker and Cell)法で求めるときに出現するポアソン方程式を解くのにSOR法(加速係数ω=1.9)を使用．

*3 サイズ256×256×256．変換，逆変換を100回繰り返し時間を測定．

*4 行列の次元数 500×10000

*5 メッシュサイズ 128×128×128，収束判定条件　10^{-3}

5．評価結果

性能評価プログラムをS-3800/480で実測した結果と計算式による台数効果を表5に示した．

（主記憶 2GB，OS ： VOS3/ASA，FORTRAN ： FORT77/HAP V26-10）

表5 性能評価プログラム実測結果

プログラム	CPU台数	Gflops値/実行時間(sec)	台数効果	
			実測値	計算式
リンパック(15020元)	1	7.38 Gflops	1	1
	2	14.51 Gflops	1.97	1.99
	3	21.28 Gflops	2.88	2.94
	4	27.49 Gflops	3.72	3.86
行列積 5000元(1段8列)	1	7.02 Gflops	1	1
	2	13.01 Gflops	1.85	1.68
	3	13.91 Gflops	1.98	2.09
	4	15.47 Gflops	2.20	2.36
行列積 5000元(20段20列)	1	7.29 Gflops	1	1
	2	14.57 Gflops	2.00	1.99
	3	21.17 Gflops	2.90	2.94
	4	27.47 Gflops	3.77	3.86
行列積 9000元(20段20列)	1	7.38 Gflops	1	1
	2	14.70 Gflops	1.99	1.99
	3	21.50 Gflops	2.91	2.94
	4	28.29 Gflops	3.83	3.86
SOR(Driven Cavity Flow)	1	106.46 sec	1	1
	2	53.82 sec	1.98	1.98
	3	36.32 sec	2.93	2.93
	4	28.64 sec	3.72	3.84
3次元複素FFT(256×256×256)	1	105.0 sec	1	1
	2	57.6 sec	1.82	1.82
	3	44.8 sec	2.34	2.42
	4	39.4 sec	2.66	2.85
Gram-SCHMIDT	1	147.04 sec	1	1
	2	74.76 sec	1.97	1.87
	3	57.95 sec	2.54	2.55
	4	47.80 sec	3.08	3.08
3次元熱輸送問題	1	101.59 sec	1	1
	2	55.73 sec	1.82	1.75
	3	46.71 sec	2.17	2.27
	4	39.98 sec	2.54	2.62

表5の結果は,以下の事を示している.

(1)台数効果で,実測値と計算式での値はかなりよく一致している.
(2)CPU台数3,4の場合,計算式による台数効果が実測値よりも良い値になっている.
==>計算式ではソフトウエア オーバヘッドを考慮していないためで,CPU台数が多くなると,その影響を検討する必要がある.
(3)CPU台数2の場合,ソフトウエア オーバヘッド分を考慮すると実測による台数効果が計算式よりも良い値になっている.
==>2 CPU ではメモリ性能が演算性能を上回っているので、計算式ほどメモリ待ちが生じない事による.
(4)行列積5000元(1段8列)での4 CPU での台数効果は,実測値と計算式での値がかなりよく一致している.
==>この計算ではs=3.2,n=4となっており,s<nの場合でも式9の計算式は適用できる.
(5)SORのプログラムでは,1 CPUでの実効性能は低いが,高い台数効果がでている.
==>ベクトル演算命令とメモリアクセス命令の比は3.5とそれほど大きくないが,一次巡回演算命令を使用しているため,演算時間とメモリアクセス時間の比が,s=18.4と大きな数値になっている事による.
==>1 CPUで高い実効性能がでていないプログラムに対しては,メモリアクセス命令を削減する最適化より,高速なベクトル演算命令を使用する最適化の方が重要.

6. まとめ

主記憶共有型スーパーコンピュータでの性能解析では,実行命令列から台数効果を数量化するのがかなり困難でプログラミング及びオブジェクト生成における最適化に関する指標が殆どなかった.本報告では,視点をCPUから主記憶に移し,ベクトル演算命令がメモリ待ち時間(CPUとメモリでの処理がシリアライズに行われる時間)を規定するものという考えに立ち,台数効果をかなりの精度で数量化でき,且つ実プログラムで高い実効性能も得る事ができた.
今後は,技術計算プログラムの解法上の特性,ハードウエアの特性の理解を深め,更に高い実効性能を得る最適化を進めていく予定にしている.

参考文献

[1]一松信 ; 初等関数の数値計算
[2]島崎眞昭 ; スーパーコンピュータとプログラミング
[3]登坂宣好,大西和榮 ; 偏微分方程式の数値シミュレーション
[4]保原充,大宮司久明 ; 数値流体力学(基礎と応用)