

宇宙プラズマ粒子シミュレーションの並列化

秋山 泰[†] 三十尾 潔高^{††} 大村 善治^{††}
松本 紘^{††} 斎藤 稔[†]
野口 保[†] 鬼塚 健太郎[†]

粒子-メッシュ法に基づく宇宙プラズマ粒子シミュレーション用ソフトウェア (KEMPO1) を、PVM ライブラリおよび MPI ライブラリを用いて並列化し、5 種類の並列計算機上でその速度性能を調べた。我々が目的とする静電孤立波 (ESW) の発生メカニズムを解明する計算機実験では、数億~数十億個の粒子を数万ステップにわたり運動させる必要がある。従来、逐次計算機上では数千万粒子程度の実験が限度であり、また1試行あたり1ヶ月間をも要していた。本研究で行なった並列化により200倍以上の高速化を実現し、この計算を3時間程度で計算できるようになった。さらに2.7億粒子での計算機実験も8時間程度で実施できる。これにより今後は大規模な実証実験を進めることが可能となった。

Parallelization of Space Plasma Particle Simulation

YUTAKA AKIYAMA,[†] KIYOTAKA MISOO,^{†††} YOSHIHARU OMURA,^{††}
HIROSHI MATSUMOTO,^{††} MINORU SAITO,[†] TAMOTSU NOGUCHI[†]
and KENTARO ONIZUKA[†]

We have developed PVM- and MPI- parallelized versions of a space plasma particle simulation code "KEMPO1". Performance evaluation on five parallel computers is reported in this paper. One of our goal is to solve the Electrostatic Solitary Wave (ESW) problem by intensive computer simulations, which previously took about 1 month for a single trial (10^7 particles, 10^4 time steps). Now that a bigger (2.7×10^8 particles, 1.6×10^4 time steps) calculation can be done in about 8 hours on our 256-PU SR2201 parallel computer. It makes realistic and systematic space plasma particle simulations feasible.

1. はじめに

虚空のように思われる宇宙空間は、実は複雑な電磁的現象に満ち溢れており、宇宙や恒星系の成り立ちを知る上での貴重な手がかりを与えてくれる。Hale-Bopp 彗星の輝く尾は惑星間空間を満たす太陽風プラズマの存在を示している。我々の住む地球も、長い尻尾をもつ巨大な地球磁気圏 (magnetosphere) に取り巻かれている。

1992年7月に地球磁気圏を観測する GEOTAIL 衛星が打ち上げられ、データが次々に入手された。しかし現象の空間的および時間的スケールがあまりに広大なため、ほんの微小領域のサンプルデータが得られたに過ぎない。既存の理論では説明しがたい不思議な観測事実を説明するためには、現状では計算機シミュレーション

が唯一の科学的アプローチとなっている。宇宙プラズマ物理学の分野では、粒子シミュレーションは、MHDシミュレーションや Hybrid 法とならび多用される^{1),2)}。また一方、プラズマ粒子シミュレーションは、自由電子レーザや加速器の設計などの工学分野にも応用される。

我々は、宇宙プラズマ粒子シミュレーションの分野で実用されてきた KEMPO1 シミュレータ³⁾ を、PVM⁴⁾ および MPI⁵⁾ ライブラリを用いて並列化し、たとえば静電孤立波 (ESW, 2.3 節参照) の発生メカニズムを解明するための大規模な計算機実験を可能とした。

2. 宇宙プラズマ粒子シミュレーション

2.1 KEMPO1 シミュレータ

KEMPO (Kyoto university's Electro-Magnetic Particle cOde) は京都大学で1985年に開発されたソフトウェアで、PM (粒子-メッシュ) 法にもとづき電磁場中の荷電粒子運動の追跡を行なう。KEMPO1 は一次元シミュレーションに特化した版である³⁾。

PM 法では、粒子間の直接相互作用は無視し、各粒

[†] 新情報処理開発機構

Real World Computing Partnership

^{††} 京都大学 超高層電波科学研究センター

Radio Atmospheric Science Center, Kyoto University

^{†††} (株) 情報数理研究所

Information and Mathematical Science Laboratory Inc.

子が電磁場から受ける力で加減速されるフェーズと、荷電粒子移動（電流）の結果が電磁場に与える影響を Maxwell 方程式に基づき陽解法で解くフェーズとを、交互に繰り返す。PM 法は PIC (Particle-In-Cell) シミュレーションと呼ばれることもある^{6),7)}。

三次元版の PM 法プログラムとしては、Buneman による TRISTAN⁸⁾ が有名である。TRISTAN は現在は NASA のグループによって保守されており、ベクトル機および MasPar 並列計算機上に移植されている⁹⁾。

しかし三次元版コードは決して万能ではなく、対象に応じてより効率的な二次元あるいは一次元版コードを選択すべきケースがある。現象が一次元方向に発展する性質を持ち、さらに空間メッシュごとに膨大な粒子数（たとえば 10^5 個以上）を投入して高解像度の実験が必要な場合などには、一次元版コードが有効である。

並列化には 2 つの意義がある。一つは処理の高速度であり、もう一つは主記憶容量拡大によるシミュレーションの大規模化である。並列計算機上で数 GB ～数十 GB の主記憶が利用可能になれば、投入できる粒子数が拡大し、計算を現実的な物理モデルの要求に近づけられる。

2.2 KEMPO1 における計算

KEMPO1 では、電磁場は一次元空間上のグリッド ($M=1,024 \sim 8,192$ 点程度) 上で定義されるが、電界 E 、磁界 B は三次元成分を持つ。各粒子（超粒子^{*}）はグリッド上だけでなく任意の中間位置に移動でき、その速度 v は三次元成分 (v_x, v_y, v_z) を持つが、位置は x だけで表現する（平面波近似）。PM 法であるため、粒子間の相互作用を直接は扱わず、各粒子は電磁場からの力のみを受ける。荷電粒子の運動（電流）は各空間メッシュ上の電磁界を変動させる要因となる。各粒子の寄与は、メッシュ内の位置座標に応じて、周囲のメッシュ点に分配される。また周期的境界条件を用いる。

Maxwell 方程式:

$$\nabla \times B = \mu_0 J + \frac{1}{c^2} \frac{\partial E}{\partial t}$$

$$\nabla \times E = -\frac{\partial B}{\partial t}$$

初期条件:

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} = \frac{\rho}{\epsilon_0}, \quad \frac{\partial B_x}{\partial x} = 0$$

粒子の運動方程式:

$$\frac{dv}{dt} = \frac{q}{m} (E + v \times B), \quad \frac{dx}{dt} = v_x$$

空間メッシュ上に整数グリッドと半整数グリッドを考え、中央差分スキームにより Maxwell 方程式と運動方程式を差分化する。時間も整数時刻と半整数時刻を考え、leap-frog 法により、電界 E を整数時刻に、磁界 B を整数および半整数時刻に更新する³⁾。ここ

で空間メッシュ間隔 Δx は、Debye 長 λ_e の 3 倍以下 ($\Delta x \leq 3\lambda_e$) とする。乗算を減らすため、 $\epsilon_0 = 1$ 、 $\mu_0 = 1/c^2$ と置き方程式系の単位を無次元化している。なお KEMPO1 では、プラズマ現象に磁気揺動を伴わない静電的 (Electrostatic) な計算も可能である。

2.3 静電孤立波 (ESW) 問題に要する計算規模

地球磁気圏は、太陽から吹き付けるプラズマ流（太陽風）のために後方に吹き流された長い尻尾を持つ。この尾部に時折、成因の明らかでない静電孤立波 (ESW: Electrostatic Solitary Wave) が存在することが、GEOTAIL 衛星による観測で発見された。静電孤立波は、太陽風のエネルギーが磁気圏尾部から流入する磁気リコネクション過程において電子が加速されることで発生すると推測され、磁気圏全体のダイナミクスを理解するための重要な手掛かりを与えると期待される。

これらの高温プラズマ粒子間では直接相互作用を考慮する必要がない。また粒子は磁場の回りをサイクロトロン運動しつつ磁力線に沿って運動するため、電磁場の変化は平面波近似による一次元モデル化が可能である。そこで著者の大村らは、KEMPO1 を利用し ESW の形成メカニズムを解明する研究^{10)~13)} を行ってきた。希薄な宇宙プラズマ中に弱い電子ビームが打ち込まれた時、電子ビーム不安定性が成長し、その非線形過程において連続的に発生した渦が合体して孤立した大きな渦へと発展するとの仮説を立て、その実証のために諸条件下での渦の発展を追跡した。しかし、逐次計算機上では、主記憶容量と計算速度がともに十分ではなかった。

密度差のある数種類の荷電粒子の運動が作り出すプラズマ波動を、熱雑音の影響を受けずに正しく表現するためには、高い解像力をもった精密な計算機実験が必要である。一般に、熱雑音の電界エネルギー \mathcal{E}_n と、プラズマの熱エネルギー \mathcal{E}_p の間には以下の関係がある¹⁴⁾。

$$\frac{\mathcal{E}_n}{\mathcal{E}_p} = \frac{M\Delta x}{2N\lambda_e}$$

ただし M は空間メッシュ数、 N は超粒子数。したがって熱雑音の電界強度は $\sqrt{M/N}$ に比例する。

地球磁気圏尾部のプラズマの状態をシミュレートするためには、Debye 長あたりの粒子数を 10^5 程度にすることが望ましい。グリッド数が $M=1,024 \sim 8,192$ のとき、総粒子数は $N=10^8 \sim 10^9$ 個程度となる。この条件で実験を行えば、現実の宇宙空間と同じパラメータを再現することができる。また渦形成過程の追跡の時間は、少なくとも 10^4 ステップ程度が必要となる。

単一プロセサでは、主記憶および計算速度の制限から、数千万粒子程度の実験が限界であった。これは打ち込む電子ビームの密度を強めた事に相当し、励起される波動強度のレベルが高まり、現実の物理とは非線形性の程度が異なる計算実験しか実現できていなかった。

大村らの研究では ESW 計算に単一プロセサ (Convex C3820GT) 上で、1 試行あたり約 1 ヶ月を要していた。これを数時間程度に短縮するのが我々の目標となった。

* 超粒子 (superparticle): 電荷 / 質量 比を保存したまま、大きな質量と空間的な広がりをもたせた計算技巧上の粒子。

3. 並列版 KEMPO1 の実装

3.1 並列化手法

粒子シミュレーションの並列化には、大別すれば以下の2通りの手法が考えられる。

3.1.1 空間分割法 (Euler 的な分割)

通常広く用いられる並列化手法で、空間を等分割して各プロセッサに分配する方法 (本稿では空間分割法と呼ぶ)。空間メッシュあたりの粒子数が比較的少ない、もしくは粒子移動の頻度が少ない場合に有利である。

粒子が境界を越えて移動するたび、プロセッサ間で粒子データの交換を要するが、場の更新は局所的に行なえる。単純な空間等分割では負荷不均一になることがあるため、空間をより細分化し、各プロセッサに block-cyclic 的にタスクを分配する方法などが知られている。

3.1.2 粒子分割法 (Lagrange 的な分割)

粒子を等分割して各プロセッサに分配する方法 (本稿では粒子分割法と呼ぶ)。空間メッシュあたりの粒子数が膨大な場合に有利になる。我々はこの方法を採用した。

粒子がどこまで移動しても担当プロセッサは不変なので、プロセッサ間での粒子データの交換は一切生じない。一方、場の更新計算には全体通信が必要となる。各プロセッサ p は、担当する粒子の寄与のみを加算し、各空間メッシュ上の電流密度 $J_i^{(p)}$ や電荷密度 $\rho_i^{(p)}$ を求める。これを全プロセッサで reduce 演算により総計し、各空間メッシュ上の更新値 (J_i, ρ_i) として broadcast する。各プロセッサは、これらのデータから電磁場の全計算を個別に行ない、更新された場のデータを全域分保持する。

粒子分割法は制御が単純で、負荷分散の均一性の点できわめて優れている。この方法が適するのは、空間グリッド数 M に対し、粒子数 N が十分に大きい場合である。並列プロセッサ数を P とするとき、 $\frac{M}{N/P} \ll 0.1$ であれば場の計算を並列化する必要はない。我々の実験では、例えば $\frac{1,024}{67,108,864/256} = \frac{1}{256}$ 程度の比となる。場の計算の負荷が無視できない場合は、その並列化を考えていく必要がある。粒子分割法は、粒子間に相互作用がある問題では、遠隔通信が発生し通信負荷が増加する。

Decyk ら⁶⁾ は、空間分割法に基づいて一次元および二次元の PIC コードを作成している (GCPIC)。また粒子分布に偏りが生ずる場合に、動的に空間の割り当てを変更する負荷分散法も提案している^{6),7)}。大村ら¹⁵⁾ も空間分割法に基づく KEMPO1 の PVM 並列化を行なった。しかし我々が目的とする高解像度を想定すれば、粒子分割法の優位性は明らかであるので、我々は単純な粒子分割法に基づく並列化実装を選択した。

3.2 実装

PVM ライブラリ⁴⁾ (Ver. 3.3.11) および MPI ライブラリ⁵⁾ (MPICH Ver. 1.0.13) を用いて KEMPO1 を並列化した。並列化版 KEMPO1 は単一プログラム (SPMD) 形式であり、指定した数のプロセスを発生

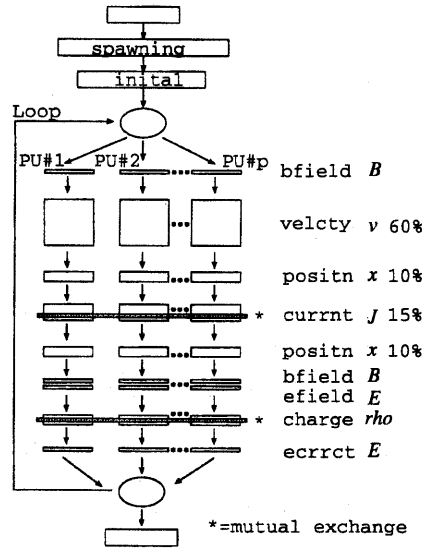


図1 並列版 KEMPO1 における計算の流れ (模式図)

表1 並列版 KEMPO1 の性能評価を行なった機種

機種	PU チップ	PU 数	主記憶	通信
Sun SPARC center2000E	SuperSPARC 85MHz	20	5GB 共有	PVM
SGI Power-Challenge	R10000 194MHz	12	2GB 共有	PVM
TMC CM-5	SPARC 32MHz	32	1GB 分散	PVM
Intel Paragon	i860 XR 50MHz	66	1GB 分散	PVM
Hitachi SR2201	PA-RISC1.1+PVP-SW 150MHz	256	64GB 分散	MPI

して、粒子分割法に基づき並列計算する (Fortran77 で約 6,000 行)。処理の流れを図1に模式的に示す。velcty(速度), positn(位置), currnt(電流) の各ルーチンが処理時間の各々 60%, 20%, 15% 程度を占める。ループ内の2ヶ所で全体通信による計算値の交換 (reduce と broadcast) があるが、charge(電荷) と ecrrct(電場補正) は8 ループ程度に1度しか実行されない。

必要な主記憶容量は約 $(12M + 7N) \times 4\text{Byte}$ で、ほぼ粒子数 N のみで決まる。1億粒子あたり約 2.6GB。

4. 性能評価

表1に示す5種類の並列計算機上で、並列版 KEMPO1 (PVM 通信または MPI 通信) の速度性能を評価した。

図2に SPARC center 2000E での処理時間、図5に対逐次効率を示す (粒子数 $N = 2^{14}, 2^{16}, 2^{20}, 2^{24}, 2^{26}$)。図2~図4において、処理時間は16ステップ分を示す。

(初期設定に要する時間は除外。実際は16,000ステップ程度の計算を行なうので、1,000倍が実時間の目安。)

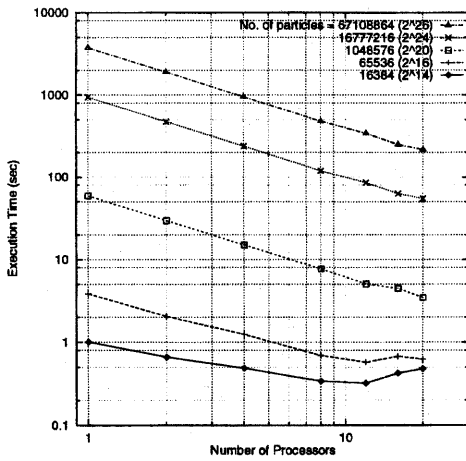


図 2 SPARC center 2000E 上での処理時間

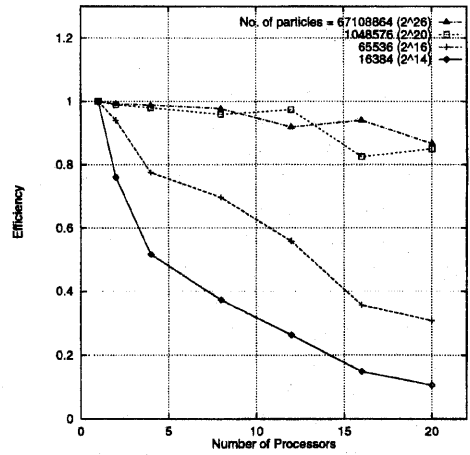


図 5 SPARC center 2000E 上での対逐次効率

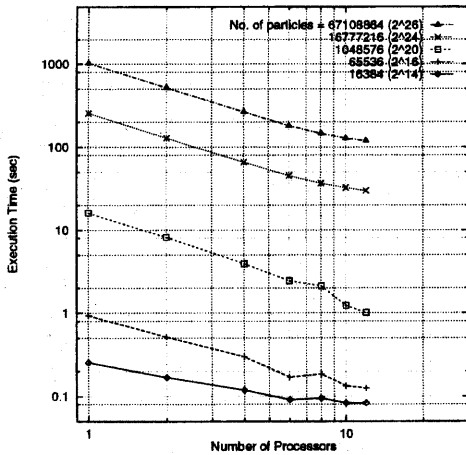


図 3 Power Challenge 上での処理時間

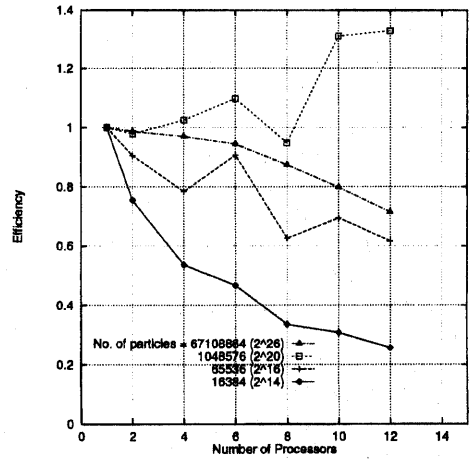


図 6 Power Challenge 上での対逐次効率

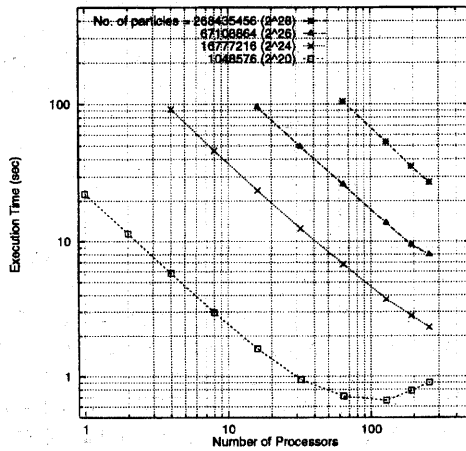


図 4 SR2201 上での処理時間

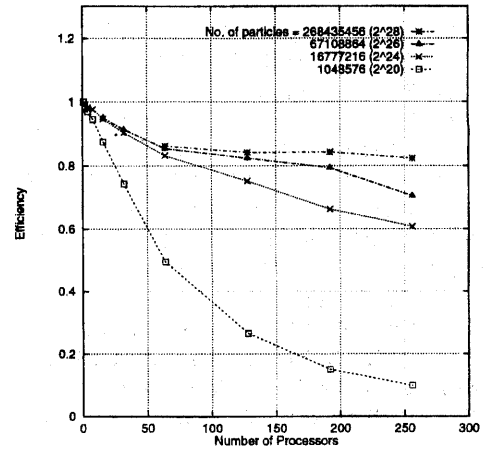


図 7 SR2201 上での対逐次効率

ここでは通信にPVMを利用している(共有メモリを陽には利用していない)。粒子数が $N = 2^{20}(1,048,576)$ 以上では、最大の20PU(Processing Units)に至るまで80%以上の対逐次効率が保たれている。

図3にPower Challengeでの処理時間、図6に対逐次効率を示す(粒子数 $N = 2^{14}, 2^{16}, 2^{20}, 2^{24}, 2^{26}$)。各PUはSPARC center 2000Eに比べて3倍以上の演算性能を示している。同様にPVMにより通信している。粒子数が $N = 2^{20}(1,048,576)$ のケースでは、4台並列以上でデータがキャッシュに乗りすぎるため、対逐次効率がいわゆるsuper-linearな値を示している。

CM-5では、粒子数 $N = 2^{22}$ 以上では最大の32プロセッサまで効率は低下しなかった。Paragonでは、同じ粒子数のとき32プロセッサ程度までは効率が保たれたが、それ以上では通信ボトルネックが見られた。両機種とも空きメモリの不足等で $N = 2^{24}$ 粒子程度までしか計算できなかった。測定結果のグラフは割愛する。

図4にSR2201での処理時間、図7に対逐次効率を示す(粒子数 $N = 2^{20}, 2^{24}, 2^{26}, 2^{28}$)。ハイパクロスバネットワークの通信性能が高いため、大規模問題のとき最大の256PUまでほとんど効率が低下していない。256PU利用のとき、粒子数が $N = 2^{26}(67,108,864)$ では71%、 $N = 2^{28}(268,435,456)$ では82%の対逐次効率が保たれている。この図ではMPIにより通信した場合の値を掲げている(PVM版ではタスク数が多いときの通信に若干支障があったため)。SR2201ではMPIの通信性能はPVMよりも数倍優れており、同一条件下での機種間比較にはなっていない点に注意されたい。16,000ステップに及ぶ実計算でも、6,700万(2^{26})粒子の場合で3時間程度、2.7億(2^{28})粒子で8時間程度で実行できる。さらに全メモリ64GBを利用すれば、20億(1億 \times 64GB/2.6GB)粒子級の計算も可能となる。

5. 計算結果の動画像出力

KEMPO1では電磁界の空間分布、波数スペクトル、位相空間内の粒子分布、電磁界の時刻歴、エネルギーの時刻歴など、様々な情報をポスト処理で描画できる。並列版では従来のCALCOMP形式以外にAVS形式の出力も可能とした。また利用頻度の高い $x-v_x$ 位相空間内の粒子分布図(図8)では、データ転送量の抑制のため、位相空間を粗視的領域に分割し、粗視化された集計結果のみ通信するように工夫した。これらの出力動画像を蓄積し、VTR録画を行なうシステムも構築した。

6. 考 察

6.1 乱数発生と並列化

粒子数が多い場合、乱数生成(initalルーチン)の処理時間(2^{26} 粒子で約1,700秒、 2^{28} 粒子で約7,000秒、SR2201の単一プロセッサ上)が無視できないため並列化が望まれる。ただしプロセッサ数に依存せず結果の再現性

を保証することが必須なため、各プロセッサで発生する乱数系列は逐次の場合を厳密に再現せねばならない。

この目的のために、合同乗算法^{16)~18)}、遅延フィボナッチ法^{17),18)}、一般化シフトレジスタ法¹⁷⁾に基づく、再現性の保証された並列ライブラリが開発されている。

KEMPO1では、粒子1個あたりの初期化に19個の一樣乱数を消費する(位置 x で1つ。速度 v の3成分につき、各6回加算により近似的正規乱数化)。よって粒子1億個の初期化には19億個の一樣乱数が必要となり、周期が $2^{31}(2,147,483,648)$ の乱数生成法では、数億粒子の場合の独立性が怪しくなる。このため長周期の乱数を選ぶ必要がある。本報告時点では、逐次計算機上の実験との再現性を重視して逐次生成を行なっているが、優れた性質をもち、プロセッサ数によらず結果に再現性のある並列乱数発生法の導入が今後の課題である。

6.2 配列サイズのpadding

KEMPO1ではecrrct(電場補正)ルーチン内でPoisson方程式をFFTで解くため、グリッド数 M を2の冪乗に限定している。そして粒子数 N についても、必然性はないが2の冪乗を多く利用してきた経緯がある。

元プログラムでは、配列サイズを(ほぼ常に2の冪乗の)粒子数のままで宣言していた。よく知られるように、2冪サイズの配列宣言はキャッシュライン競合の危険がある。全てのマシンに共通する現象であるがPower Challengeを例にとると、2次キャッシュは2-way set associativeで容量が2MB(1MB/way)である。よってFLOAT型(4 Byte)変数が連続番地に置かれているとき、1MB/4B = 2^{18} 個周期で同一のキャッシュラインにマップされる。 x, v_x, v_y, v_z を連続した一次元配列で宣言する時、各配列サイズ(N/P)が $2^{18}/2$ の倍数になると、 $x(i), v_x(i), v_y(i), v_z(i)$ は同じラインの潰し合いとなる。図9に例を示すように、元プログラムのまま並列化を行なった場合には、プロセッサ数が2の冪(2^0 を含む)のときに大幅な速度低下が起きていた。これを防ぐため配列サイズを2の冪からずらす修正(padding)を行なった(図9で、ジグザグになっている実線が修正前、破線が修正後の16ステップあたりの処理時間。Power Challenge上)。なお4節の評価は修正後の値。

6.3 配列の二次元化の効果の有無

KEMPO1で最も主記憶を消費するのは、各粒子の位置 x 、速度ベクトル v_x, v_y, v_z を格納するための、4つの一次元配列である。この4つの一次元配列を、array(4,N)の形の二次元配列に変更すれば、各粒子に対する4つの値をメモリ上で局所化することができる。その効果を測定したところ、全体として逆効果であったので採用しなかった。currnt(電流)ルーチンでは、良い効果が現れ、顕著な場合では1/3ほど計算時間が削減できた。しかし他のpositn(位置)やcharge(電荷)ルーチンでは、 v_y, v_z が不要なため、キャッシュ利用率が低下して最悪では3~4倍も計算時間が増加した。4節の評価は二次元化をしなかったときの値である。

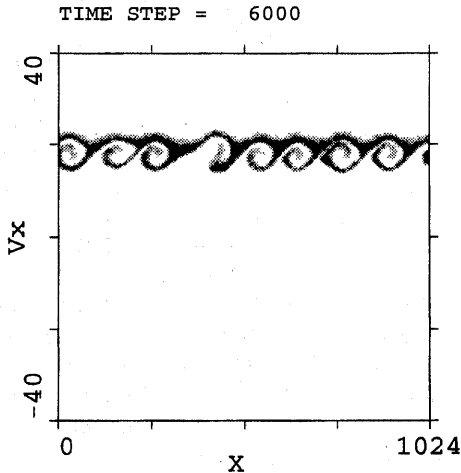


図8 $x-v_x$ 位相空間内で発展する渦パターンの例

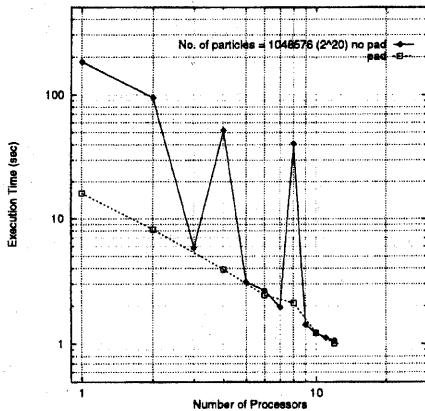


図9 配列 padding によるキャッシュヒットの正常化

7. まとめ

宇宙プラズマ粒子コード KEMPO1 を、PVM ライブラリおよび MPI ライブラリを用いて並列化した。並列化により、計算できる粒子数が従来の数千万個から、数億～数十億個に拡張できた。これによりメッシュ数 1,024 ~ 8,096 で、Debye 長あたり 10^5 粒子を投入する高解像度の実験が可能となり、静電孤立波 (ESW) の生成メカニズムの検証実験においては、実宇宙空間と同じパラメータを与えて計算機実験を行なうことができるようになった。計算時間については約 200 倍の高速化が達成され、1ヶ月間を要していた計算を3時間程度で実行できるようになった (SR2201, 256PU の場合)。

我々が提案した粒子分割法は、メッシュあたりの粒子数が十分に大きい場合に適しており、高解像度のプラズマ粒子シミュレーションにはきわめて有効である。

謝辞 本研究に関し有益なご意見を頂いた、筑波大学 朴 泰祐 助教授、新情報処理開発機構 佐藤 三久 博士に深謝します。

参考文献

- 1) H. Matsumoto and Y. Omura (Eds.), "Computer Space Plasma Physics: Simulation Techniques and Software", Terra Scientific Pub. Co., Tokyo (1993).
- 2) 田中, 西川, "高温プラズマの物理学", 丸善 (1991).
- 3) Y. Omura and H. Matsumoto, "KEMPO1 Technical Guide to One-dimensional Electromagnetic Particle Code" in [1] (1993).
- 4) "PVM", <http://www.epm.ornl.gov/pvm/>
- 5) "MPICH", <http://www.mcs.anl.gov/mpi/mpich>
- 6) P. C. Liewer and V. K. Decyk, "A general concurrent algorithm for plasma particle-in-cell simulation codes", *Journal of Computer Physics*, **85**, 2, pp.302-322 (1989).
- 7) G. C. Fox, R. D. Williams and P. C. Messina, "Parallel Computing Works!" (Section 9.3: Plasma Particle-in-Cell Simulation of an Electron Beam Plasma Instability), Morgan Kaufmann (1994).
- 8) O. Buneman, "TRISTAN: The 3-D, E-M Particle Code" in [1] (1993).
- 9) NASA Inhouse Team Software Exchange, <http://sdcd.gsfc.nasa.gov/ESS/inhouse-sw.html>
- 10) Y. Omura, H. Kojima and H. Matsumoto, "Computer simulation of electrostatic solitary waves: A nonlinear model of broadband electrostatic noise", *Geophys. Res. Lett.*, **21**, pp.2923-2926 (1994).
- 11) H. Matsumoto, H. Kojima, S. Miyatake, Y. Omura, M. Okada, I. Nagano and M. Tsutsui, "Electrostatic solitary waves (ESW) in the magnetotail: BEN wave forms observed by GEOTAIL", *Geophys. Res. Lett.*, **21**, pp.2915-2918 (1994).
- 12) Y. Omura, H. Matsumoto, T. Miyake and H. Kojima, "Electron beam instabilities as generation mechanism of electrostatic solitary waves in the magnetotail", *Journal of Geophysical Research*, **101**, pp.2685-2697 (1996).
- 13) T. Miyake, Y. Omura, H. Matsumoto and H. Kojima, "Computer Experiments of Electrostatic Solitary Waves Observed by GEOTAIL Spacecraft", *Proc. of the 5th Int'l Symposium/School for Space Simulations*, (Mar. 13-19, Kyoto), pp.51-54 (1997)
- 14) H. Ueda, Y. Omura, H. Matsumoto, and T. Okuzawa, "A study of the numerical heating in electrostatic particle simulations", *Computer Physics Communication*, **79**, pp.249-259 (1994).
- 15) Y. Ueda, Y. Omura and H. Usui, "Electromagnetic Particle Simulations via Parallel Virtual Machines", *Proc. of the 5th Int'l Symposium/School for Space Simulations*, pp.399-402 (1997)
- 16) NAS Par. Benchmarks, <http://science.nas.nasa.gov/Software/NPB/Specs/RNR-94-007/node18.html>
- 17) "PRNGlib: A Parallel Random Number Generators library", http://www.cscs.ch/Official/SoftwareTech/CSCS-NEC/pubs_abs.html#tec:9608
- 18) "Scalable Pseudorandom Number Generators Library for Parallel Monte Carlo Computations", <http://141.142.3.70/Apps/CMP/RNG/RNG-home.html>