

命令実行によるプロセッサ制御回路の検査

——タイミングコントローラの検査を考慮したときの
シーケンサ最小テスト集合の導出手続き——

的場 和男, 横平 徳美, 杉山 裕二, 岡本 卓爾

岡山大学工学部

あらまし プロセッサ制御回路は機能的にシーケンサ(SC), タイミングコントローラ(TC)およびコンディション・ディサイダに分割されるが, このうちのSCについては, 命令実行により検査するという前提の下で, 既に最小テスト集合(SCの入力と状態との組のすべてを生起する最小数の命令実行)導出法が与えられている。しかし, この方法では, 並行して実施できるTCの検査が全く考慮されていない。本論文では, TCの検査も考慮したときのSCの最小テスト集合導出法を示している。この方法によれば, TCの入力と状態との組を最大限に検査できるような, SCの最小テスト集合が得られる。また, その最小テスト集合で生起できない(TCの)入力と状態との組に対するテスト集合の要素数は最小となる。

Testing Processor Control Circuit with Instruction Execution

——Minimum Test Set for Sequencer Considering Timing Controller Test——

K. Matoba T. Yokohira Y. Sugiyama T. Okamoto

Faculty of Engineering Science, Okayama University

Abstract A processor control circuit can be separated into three blocks, Sequencer (SC), Timing Controller(TC), Condition Decider. There are some studies on testing each block with instruction executions, where a test set is a set of instruction executions which generate all of the input-state vectors in the block. This paper describes a method of generating the minimum test set for SC which covers the input-state vectors in TC as many as possible. In case of Intel 8080 processors, about 95 percent of the input-state vectors in TC are covered by the test set for SC obtained by the use of the method.

1. まえがき

プロセッサの構成要素の1つである制御回路は、機能的に複雑であり、しかも、他の構成要素と密接に関連しているために、その検査は最も困難とされている。しかし、制御回路の動作が保証されると、他の構成要素はそれを核として比較的容易に検査できる。

制御回路の検査には、現在、スキャンパスによる方法⁽¹⁾⁻⁽³⁾が広く用いられている。この方法は順序回路を組合せ回路とみなして検査するので、単に状態が遷移することを確認するという立場では、高い故障検出率を持っているが、実時間で状態遷移を検査することはできない。これを解決する1つの方法として、スキャンパスによる可制御性および可観測性を生かしつつ、プロセッサに命令実行時と同じ動作（以下、単に命令実行という）をさせて、制御回路を検査する方法が提案されている^{(4),(5)}。この方法は、命令実行というプロセッサ本来の動作により検査を行うので、プロセッサの制御回路以外の構成要素も同時に検査でき得るという特長も持っている。

上述の検査法では、すべての命令をすべての状況（命令実行を開始する直前のプロセッサの状態や、命令実行時に印加される外部入力系列等）の下で実行したときに、観測され得る固定故障を対象としている。このため、命令実行によって起こり得る制御回路の入力と状態とのすべての組を生起できるような、命令と状況との組の集合をテスト集合としている。文献⁽⁵⁾では、制御回路を1つのブロックとみなしているために、テスト集合の要素数が多くなり過ぎる可能性がある。これに対して、文献⁽⁴⁾では、その要素数を実用的な規模に抑えるために、制御回路を機能的に3つのブロック（シーケンスを決定するシーケンサ、シーケンスの推移時刻を決定するタイミングコントローラおよび分岐条件を判定するコンディション・デザイダ）に分割し、各ブロック毎に検査する方法を提案している。また、文献⁽⁶⁾では、文献⁽⁵⁾の検査法を前提として、テスト集合を導出するときに必要となる命令の種類を組織的に絞り込む方法について述べている。さらに、文献⁽⁷⁾では、文献⁽⁶⁾の結果をもとに、シーケンサの最小テスト集合（シーケンサで起こり得る入力と状態のすべての組を生起できるような命令と状況との組の最小集合）の導出法を与えている。この導出法により得られる最小テスト集合は、タイミングコントローラの検査も並行して実行できるが、従来、この点については全く考慮されていない。

本論文では、上述した点に着目して、タイミングコントローラの検査も考慮したときのシーケンサの最小テスト集合の導出法を与えている。この方法によれば、タイミングコントローラの入力と状態の組を最大限に生起できるような（シーケンサの）最小テスト集合が得られる。他方、この最小テスト集合で生起できない（タイミングコントローラの入力と状態の組については、別途に検査する必要が

あるが、ここでは、これらの組を生起するのに要する命令と状況の組の数が、最小になることを示している。

2. テスト集合導出のための前提条件

2.1 制御回路の構成と検査法

本論文では、図1に示すような制御回路⁽⁴⁾を取り扱う。 X_1 , X_2 および X_3 は、それぞれ、命令コードレジスタ、フリップフロップおよびプロセッサ外部からの入力ベクトルを表し、 Z_1 , Z_2 は出力ベクトルを表す。ブロックCDは、分岐命令において分岐するか否かを判定する組合せ論理回路であり、ブロックSCおよびTCは、それぞれ、プロセッサ各部のシーケンスを決定する順序回路およびシーケンスの推移時刻を決定する順序回路である。これらの順序回路の内部状態を、それぞれ、フリップフロップの出力ベクトル Q_1 および Q_2 （以下、それぞれを状態ベクトルという）で表す。制御回路の内部状態は Q_1 と Q_2 との値（例えば、それぞれを q_1 と q_2 とする）の対 (q_1, q_2) で表され、以下、この対を状態対という。また、各ブロックを結ぶ信号のベクトルを、図1のように、 P_1 , P_2 および P_3 で表す。以下、各ベクトルの具体的な値を表すときには、状態対の例のように、そのベクトルを表す文字の小文字を使うことがある。本論文では、検査のために設けたスキャンパスにより、 X_1 および X_2 は可制御（ X_3 は外部からの入力ベクトルなので可制御）であり、 Q_1 , Q_2 , Z_1 , Z_2 , P_1 , P_2 および P_3 は可観測であるとする⁽⁶⁾。また、制御回路は、以下の条件を満たすように構成されているとする。

- (1) 命令実行で起こり得るすべての状態対に対して、 X_3 のすべての値（例えば、3ビットなら8通りの値）が定義されている。
 - (2) P_1 の値は、 X_1 , X_2 , Q_1 および Q_2 の値の組のみによって決まる。
- 以下、 Q_1 および Q_2 の状態遷移関数と P_1 , P_2 および P_3 の出力関数が既知として、検査の対象をSCおよびTCに絞る。ここで対象とする故障は、次の4条件を満たすとする。
- (3) 故障は固定故障である。
 - (4) ブロック間にブリッジ故障は存在しない。

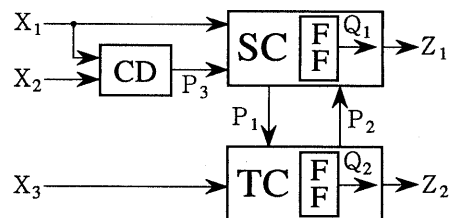


図1 制御回路の構成

(5) 故障によって、SCとTCの内部状態の数およびそれらの状態を表すベクトルの次元が増加することはない。かつ、CDが順序回路となることもない。

(6) 故障は、すべての命令実行により、いずれかのブロックの状態を表すベクトル、または出力を表すベクトルの誤りとして検出される。

検査は、命令実行に沿った X_1 、 X_2 および X_3 の系列を印加し、クロックパルスの各周期毎に Q_1 、 Q_2 、 Z_1 、 Z_2 、 P_1 、 P_2 および P_3 を観測することにより行われる。制御回路を1つの順序回路とみなせば、回路内のすべての信号線の値は、クロックパルスの各周期における X_1 、 X_2 、 X_3 、 Q_1 、 Q_2 の値からなる5項組により一意に決まる。このことから、1回の命令実行による制御回路のシーケンスを、命令実行に沿った順序で並べられた上述の5項組の系列(1回の命令実行の期間中、 X_1 と X_2 の値は不変に保たれる)で表す。以下、この系列のことをISといい、ISを構成する5項組のことをIS5項組という。ISは、例えば、 $(x_1, x_2, x_3, q_1, q_2)$ 、 $(x_1, x_2, x_3, q_1, q_2) \cdots (x_1, x_2, x_3, q_1, q_2)$ のようなIS5項組の系列(h は命令実行により決まるクロック数)で表される。

上述した諸仮定と検査法より、各ブロックのテスト集合を以下のように定義する。(SCの入力ベクトルと状態ベクトルである) X_1 、 Q_1 、 P_2 、 P_3 の値の組のことをSC4項組といい、すべての命令実行により起こり得るSC4項組の集合を D_{SC} で表す。また、 X_3 、 P_1 、 Q_2 の値の組のことをTC3項組といい、起こり得るすべてのTC3項組の集合を D_{TC} で表す。ISの集合のうち、 D_{SC} のすべての要素を生起できるものがSCのテスト集合となり、 D_{TC} のすべての要素を生起できるものがTCのテスト集合となる。SCのテスト集合のうち、要素数最小のものをSC最小テスト集合という。

2.2 状態図の定義

以下では、IS全体の集合(Ω で表す)を表す有向グラフを導入し、その上で議論する。 Ω を表す有向グラフとして、制御回路の一般的な状態図を用いた場合、ISは、通常、特定の頂点からその頂点へ戻る1本の閉じた有向閉路に対応する。ここでは、ISの始まりに対応する頂点とその終りに対応する頂点とをそれぞれ異なる頂点とすると都合がよいので、通常の状態図に、ISの“終り”に対応する頂点を追加した有向グラフを導入する。このような有向グラフのことを状態図ということにする。 Ω を表す状態図(G_Ω で表す)を、形式的に以下のように定義する。

G_Ω の頂点の集合は、互いに素となるような(すなわち、共通要素のない)2つの集合 V と W の和集合である。 V は、ISに含まれる状態対全体の集合と一対一に対応する頂点集合である。 W は、ISの最後の5項組に含まれる入力ベクトルと状態対から、1回の状態遷移で到達する状態対(終了状態対という)の集合と一対一に対応する頂点集

合である。状態対 (q_1, q_2) に対応する頂点で V に属するものを v_{q_1, q_2} で表し、 W に属するものを(もし存在すれば) w_{q_1, q_2} で表す。頂点 v_{q_1, q_2} および w_{q_1, q_2} には、 q_1 、 q_2 をラベルとして付ける。

G_Ω の有向辺の集合を次の(a)、(b)のように定義する。

(a) いずれかのISにおいて、部分系列として

$(x_1, x_2, x_3, q_1, q_2)$ ($x_1, x_2, x_3, q_1', q_2'$) (系列の順番として、左側のIS5項組が前である)が含まれているとき、 v_{q_1, q_2} から $v_{q_1', q_2'}$ へ至る有向辺が存在する。

(b) 任意のISの最後のIS5項組を $(x_1, x_2, x_3, q_1, q_2)$

とし、 (q_1, q_2) から遷移した後の終了状態対を (q_1', q_2') とすると、 v_{q_1, q_2} から $w_{q_1', q_2'}$ へ有向辺が存在する。

(a)と(b)のいずれの場合にも、IS5項組により決まる P_1 と P_2 の値をラベルとして有向辺に付ける。なお、向きが等しく、かつ、同じ頂点間を結ぶ有向辺の中で、同じラベルのものは1本だけとする。

G_Ω の頂点で、 W に属するものを終了点といい、 V に属する頂点で、いずれかのISの最初のIS5項組に含まれる状態対に対応する頂点を開始点という。また、 G_Ω において、開始点と終了点とを両端の頂点とする有向辺列のうち、すべての有向辺に付された X_1 の値が等しく、かつ、 X_2 の値も等しいものをIS辺列という。

G_Ω では、有向辺のラベルとその有向辺の始点のラベルとから、IS5項組が決まる。これから、1つのIS辺列に対して、IS5項組の系列が決まる。1つのIS辺列に対して決まるIS5項組の系列と、その系列と一致するISとは、対応しているという。この模様を図2に示す。図中の■印の頂点は開始点を表し、▲印の頂点は終了点を表している。この図では、 G_Ω 上のIS辺列(es_ω で表している)とIS(ω で表している)とが対応している。 G_Ω の定義より、任意のISについて対応するIS辺列が、 G_Ω 上に唯1つ存在する。また、制御回路の構成上の条件(1)より、 X_3 の任意の値に対する命令実行が存在するので、 G_Ω 上の任意のIS辺列について対応するISが唯1つ存在する。

IS辺列の任意の集合 E に対して、 E 上のIS5項組により決まるSC4項組全体の集合が、あるSC4項組の集合(または、TC3項組の集合) F を包含するとき、 E は F を被覆するという。また、そのような E のうち、要素数最小なものを F の最小被覆という。IS辺列の集合のうち、 D_{SC} を被覆するものはSCのテスト集合に対応し、 D_{TC} を被覆するものはTCのテスト集合に対応する。そこで以下、テスト集合の要素は、IS辺列であるとして議論を進める。

2.3 従来のSC最小テスト集合導出手続き

SC最小テスト集合の導出法は既に提案されており⁽⁷⁾、その方法では、 G_Ω から D_{SC} の最小被覆を求めている。その手順は、次の(a)、(b)からなる。

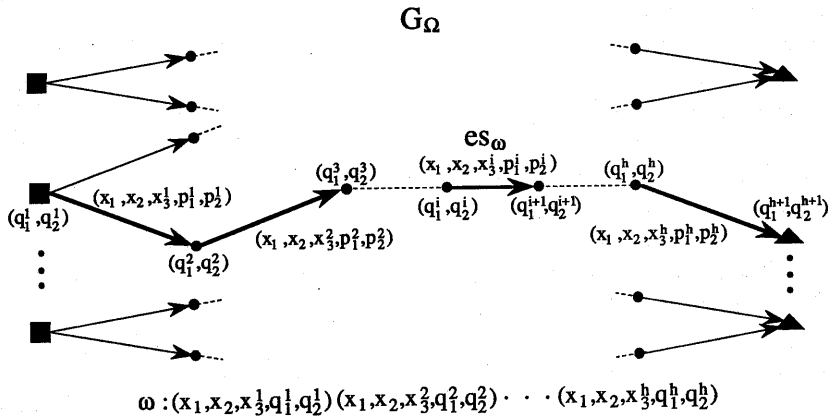


図2 IS辺列とISとの対応

- (a) 1回の命令実行による5項組 $(X_1, X_2, P_2, Q_1, Q_2)$ の値の組の系列をSC系列という。SC系列の集合のうち、 D_{SC} のすべての要素を生起し、しかも、要素数最小の集合（以下、最小SC系列集合という）の1つ（ K で表す）を求める。
- (b) K に属するSC系列の各5項組に対して、 P_2 の値を与える X_3 の値に対応した有向辺を任意に選び、 K に属する各SC系列からISを1つずつ構成する。

この手順の(b)における有向辺の選び方により、1つの最小SC系列集合 K から複数個のSC最小テスト集合が得られる。以下では、最小SC系列集合から求めることのできるSC最小テスト集合の族を $\{SC_m\}$ で表す。ここで、 K に対して、 $\{SC_m\} = \{SC_{m_1}, SC_{m_2}, \dots, SC_{m_k}\}$ とすると、それに属する任意のSC最小テスト集合 $SC_{m_i} (1 \leq i \leq k)$ が被覆するTC3項組の集合を T_i で表し、 $D_{TC} - T_i$ (集合間の演算子“-”は、差集合演算を表す)を R_i で表す。図3に、 K に対する上記の集合の関係を示す。以下、 T_i および R_i を総称して、それぞれ、 T および R で表す。

3. TCの検査を考慮したときのSC最小テスト集合導出手続き

2.3の手順では、TCの検査を考慮していないために、(b)において、(P_2 の値を与える X_3 の値に対応した)有向辺を任意に選んでいる。これに対して、TCの検査を考慮した場合、(b)において、 R の最小被覆の要素数が最も少なくなるように有向辺を選ぶことが望ましい。ここでは、まず、最小SC系列集合の1つ K が与えられているとして、 K の各SC系列からIS辺列を構成する手順について述べる。次に、その手順によれば、状態図 Ω に関する諸性質により、 R の最小被覆の要素数が最小になることを証明する。

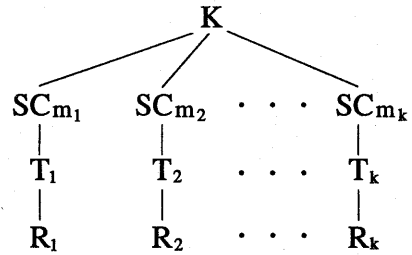


図3 K に対して決まる集合の関係

3.1 SC最小テスト集合の導出手順

与えられた最小SC系列集合に属する各SC系列に対して、次の手順(A),(B)および(C)により、IS辺列を構成する。以下、この手順のことを組込みという。ここで、最小SC系列集合に属する任意のSC系列の i 番目の5項組を $(x_1, x_2, p_2^i, q_1^i, q_2^i) (1 \leq i \leq h; h$ は命令実行により決まる系列長)で表し、 (q_1^h, q_2^h) の次の終了状態対を (q_1^{h+1}, q_2^{h+1}) で表す。手順を行う前は、すべての有向辺に“unused”というラベルが付されているとする。

(A) $i=1$ とする。

(B) IS辺列の i 番目の有向辺を以下のようにして選ぶ。状態図 G_Ω 上で、 x_1, x_2, p_2^i が付されており、かつ、 (q_1^i, q_2^i) に対応する頂点を始点とし、 (q_1^{i+1}, q_2^{i+1}) に対する頂点を終点とするような有向辺の中に、unusedが付されているものがあれば(B-1)を、そうでなければ(B-2)を行う。

(B-1) unusedの付された有向辺の中から、任意に1つ選択する(e とする)。 G_Ω 上で、 e と同じ X_3 と P_1 の値が付されており、かつ、 q_2^i の付された頂点から射出するすべての有向辺(e 自身も含む)から、unusedを除去する。

(B-2) 任意の1つの有向辺を選択する。

(C) $i = h$ のときには、手順を終える。そうでないときには、 $i = i + 1$ として、手順(B)に戻る。

上述の手順により、 K から得られるSC最小テスト集合に対して決まる R を、総称して、 R_m で表す。一般に、 R_m は複数個存在し得るが、任意の1つを指すときには、例えば R_{m_a} のように、 R_m にさらに添字を付けて表す。以下、次の定理が成り立つことを証明する。

[定理] R_m の任意の1つを R_{m_a} とし、その最小被覆の1つを I_{m_a} とする。また、 R の任意の1つを R_a とし、その最小被覆の1つを I_a とする。このとき、 I_{m_a} の要素数は I_a のそれ以下である。

ここで、上の定理の証明で用いる“ R_m の隣接関係”について述べておく。2つの $R_m(R_{m_1}$ と R_{m_2} と書く)に対して、 R_{m_1} からある要素を除いた集合と R_{m_2} からある要素を除いた集合とが一致するとき、 R_{m_1} と R_{m_2} とは隣接しているといい、 $R_{m_1} \bowtie R_{m_2}$ のように表す。IS辺列の集合によりTC3項組の集合を被覆するとき、“ $R_{m_a} \subseteq R_a$ なら R_{m_a} の最小被覆の要素数が R_a の最小被覆のそれを越えることはない”ことから、次の補題1、2が成り立てば、上記定理が成立することは明かである。

[補題1] 2つの $R_m(R_{m_1}$ と $R_{m_2})$ が隣接しているならば、両者の最小被覆の要素数は一致する。

[補題2] R_{m_a} と R_a に対して、 $R_{m_a} = R_{m_0} \bowtie R_{m_1} \bowtie \dots \bowtie R_{m_j} \subseteq R_a$ となるような $R_{m_0}, R_{m_1}, \dots, R_{m_j} (j \geq 0)$ が(R_m として)存在する。

以下、 G_Ω に関する諸性質を述べた後、補題1、2を証明する。

3.2 状態図に関する諸性質

状態図 G_Ω の有向辺に対して、次の2種類の集合(B集合とS集合)を定義する。

[B集合] X_1, X_2, P_2 の値の組が等しく、かつ、始点と終点とが共に一致する有向辺の集合をB集合という。

この定義より、 G_Ω の有向辺の集合は、B集合に分割される。上述の手順(B-1)または(B-2)では、SC系列の各5項組に対して、1つのB集合の中から有向辺が選択される。B集合 B_i に対して、それに属する有向辺のラベルとそれらの有向辺の始点のラベルとから決まるTC3項組の集合を $L(B_i)$ で表す。 G_Ω の有向辺の定義より、 $L(B_i)$ の各要素に含まれる X_3 の値はすべて異なっている。従って、 B_i の要素が決まれば、 $L(B_i)$ の要素も決まり、この逆も成り立つ。B集合に対して決まるTC3項組の集合には、次のような2つの性質がある(証明は付録を参照)。

(PB-1) 任意の1つのB集合 B_i に対して、 $L(B_i)$ に属するどのTC3項組においても、 P_1 の値が一致する。

(PB-2) 任意の2つのB集合 B_s と B_t とに対して、次のいずれか一方が成り立つ。

$$i) L(B_s) \cap L(B_t) = \emptyset$$

$$ii) L(B_s) = L(B_t)$$

次に、S集合について定義する。

[S集合] $L(B_i)$ が一致するようなB集合 B_i 全体の族をS集合という。

この定義より、1つのS集合に対してTC3項組の集合が一意に決まり、そのようなTC3項組の集合を、例えば任意のS集合 S_j に対して、 $L(S_j)$ で表す。異なる2つのB集合 B_s と B_t に対して、 $L(B_s) = L(B_t)$ となるようなB集合の上の関係は、上述の(PB-2)より、反射、対称、推移の3律を満たすことは明らかなので、同値関係(以下、S同値関係という)である。S同値関係により、すべてのB集合は、同値類、すなわちS集合に類別される。(PB-2)とS集合の定義から、S集合に属するB集合について、次のような性質がある。

(PS) 任意の $B_s(\in S_i)$ 、 $B_t(\in S_j)$ に対して、 $i \neq j$ ならば、 $L(B_s)$ と $L(B_t)$ は互いに素である。

B集合とS集合の定義から、任意のB集合 B_i と任意のS集合 S_j に対して、次に述べるような数が決まる。最小SC系列集合の1つが与えられると、それに属する1つのSC系列からIS辺列を構成するときに、 G_Ω 上でいずれの頂点を通るかということ、それらの頂点間を結ぶ有向辺のうち、いずれのB集合に属するものを通るかということが決まる。すなわち、各SC系列からIS辺列を作るときに、各B集合毎に、その集合に属する有向辺が(重複を許して)使われる回数が一意的に決まる。ここでは、各B集合に対して決まるこのような有向辺の使用回数を、 B_i に対して、 n_i で表す。 S_j が $B_{j_1}, B_{j_2}, \dots, B_{j_r}$ よりなるとすると、 S_j に対しても、同様に、有向辺の使用回数が決まり、その数は $n_{j_1} + n_{j_2} + \dots + n_{j_r}$ で与えられ、それを N_j で表す。

3.3 補題1の証明

補題1を次の補題1.1と補題1.2に分けて証明する。

[補題1.1] 隣接する任意の R_{m_1} 、 R_{m_2} において、互いに異なる要素を $l_1(\in R_{m_1})$ と $l_2(\in R_{m_2})$ とする。このとき、あるS集合 S_i に対して、 $l_1 \in L(S_i)$ ならば、 $l_2 \in L(S_i)$ である。

(証明) 補題が成り立たないものとする。すなわち、一般性を失うことなく、 $l_1 \in L(S_1)$ かつ $l_2 \in L(S_2)$ であると仮定する。このとき、 $l_1 \in L(S_1) \cap R_{m_1}$ ($l_2 \in L(S_2) \cap R_{m_2}$)であるので、 $|L(S_1)| > N_1$ ($|L(S_2)| > N_2$)が成り立っている(以下、任意の集合 Y に対して、 $|Y|$ は Y の要素数を表すものとする)。S集合は、 S_1, S_2, \dots, S_M の M 個であるとする。(PS)より、 R_{m_1} と R_{m_2} は、それぞれ、次のように直和分割される。

$$R_{m_1} = r_{m_1}(S_1) \oplus r_{m_1}(S_2) \oplus \dots \oplus r_{m_1}(S_M) \quad (1)$$

$$R_{m_2} = r_{m_2}(S_1) \oplus r_{m_2}(S_2) \oplus \dots \oplus r_{m_2}(S_M) \quad (2)$$

両式において、 $r_{m_k}(S_j)$ ($k=1,2; j=1,2,\dots,M$) は、 $L(S_j) \cap R_{m_k}$ を表し、 \oplus は集合の直和を表す(以下の各補題の証明においても、任意の R_m または R に対して、それらの直和分割を上式と同様に表すものとする)。上述した組込みの手順より、

$$\begin{aligned} |r_{m_1}(S_1)| &= |r_{m_2}(S_1)| = |L(S_1)| - N_1 \\ |r_{m_1}(S_2)| &= |r_{m_2}(S_2)| = |L(S_2)| - N_2 \end{aligned}$$

が成り立つ。このことから、

$$r_{m_1}(S_1) - \{l_1\} \neq r_{m_2}(S_1) \quad (3)$$

$$r_{m_1}(S_2) \neq r_{m_2}(S_2) - \{l_2\} \quad (4)$$

となる。他方、 R_{m_1} と R_{m_2} が隣接していることから、

$$R_{m_1} - \{l_1\} = R_{m_2} - \{l_2\}$$

が成立し、この式と式(1)、(2)から、

$$\begin{aligned} r_{m_1}(S_1) - \{l_1\} \oplus r_{m_1}(S_2) \oplus \dots \oplus r_{m_1}(S_M) &= \\ r_{m_2}(S_1) \oplus r_{m_2}(S_2) - \{l_2\} \oplus \dots \oplus r_{m_2}(S_M) & \end{aligned}$$

が得られ、(PS)より、

$$r_{m_1}(S_1) - \{l_1\} = r_{m_2}(S_1) \quad (5)$$

$$r_{m_1}(S_2) = r_{m_2}(S_2) - \{l_2\} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} r_{m_1}(S_j) &= r_{m_2}(S_j) \\ (3 \leq j \leq M) \end{aligned}$$

となる。式(3)および(4)より、それぞれ、式(5)および(6)は成り立たない。これは、 R_{m_1} と R_{m_2} が隣接していることに矛盾している。従って、補題1.1が示された。□

補題1.1とS集合の定義より、あるS集合 $S_i = \{B_{i1}, B_{i2}, \dots, B_{it}\}$ において、 l_1 と l_2 は、各 $L(B_{ij})$ ($1 \leq j \leq t$) に属している。すなわち、 l_1 に対応する有向辺が属する B_{ij} には、必ず l_2 に対応する有向辺も唯1つ属している。このことを用いて、次の補題を導く

[補題1.2] 補題1.1と同様に、 R_{m_1} と R_{m_2} が隣接しているとし、互いに異なる要素を $l_1 (\in R_{m_1})$ と $l_2 (\in R_{m_2})$ とする。また、任意のS集合を S_i とし、 $S_i = \{B_{i1}, B_{i2}, \dots, B_{it}\}$ であるとする。 R_{m_1} の最小被覆 C_1 の各IS辺列において、各 B_{ij} ($1 \leq j \leq t$) 毎に、 l_1 に対応する有向辺 ($\in B_{ij}$) を、 l_2 に対応する有向辺 ($\in B_{ij}$) に置き換えて得られる新たな集合 C_2 が、次の2条件を満たす。

(1) C_2 の要素数と C_1 のそれとは一致する。

(2) C_2 は R_{m_2} の最小被覆である。

<証明> C_2 は、 R_{m_1} の最小被覆に属する各IS辺列上の有向辺の置き換えにより得られるので、 C_2 の要素数は、 C_1 のそれと一致する。ゆえに、条件(1)は満たされる。次

に、 C_2 が、 R_{m_2} の被覆の中で最小であることを示す。上述の手順により辺を置き換えられたIS辺列が、 l_2 を被覆する。また、 C_2 は他のTC3項組をそのまま被覆しているので、それは R_{m_2} を被覆する。ここで、 $C_2' \subset C_2$ 満たす C_2' が存在し、これが R_{m_2} を被覆するとする。上述とは逆の有向辺の置き換えを C_2' に対して行った結果得られる集合を C_1' とする。 C_2 の場合と同様の議論により、 $|C_1'| = |C_2'|$ であり、かつ、 C_1' は R_{m_1} を被覆している。 $|C_2'| < |C_2| = |C_1|$ であることから、 C_1 が R_{m_1} の最小被覆であることに矛盾する。従って、 C_2 は R_{m_2} の最小被覆であり、条件(2)が満たされる。□

補題1.2により、 $R_{m_1} \bowtie R_{m_2}$ となるようなすべての R_{m_1} に対して、 R_{m_1} の最小被覆から、それと要素数が一致するような R_{m_2} の最小被覆が得られることから、補題1が示された。

3.4 補題2の証明

補題2の証明のために、まず、補題2.1を示しておく。
[補題2.1] R_m の任意の1つを R_{m_a} とする。また、あるS集合 S_i に対して、 $L(S_i) \cap R_{m_a} \neq \phi$ かつ $L(S_i) \cap (D_{TC} - R_{m_a}) \neq \phi$ が成り立つものとする。 $L(S_i) \cap R_{m_a}$ の任意の1つの要素を l_1 とし、 $L(S_i) \cap (D_{TC} - R_{m_a})$ の任意の1つの要素を l_2 とする。 R_{m_a} から l_1 を除去し、 l_2 を新たな要素とすることにより得られる集合は、 R_m の1つである。
<証明> R_{m_a} の直和分割は次のようになる。

$$R_{m_a} = r_{m_a}(S_1) \oplus r_{m_a}(S_2) \oplus \dots \oplus r_{m_a}(S_M)$$

補題の仮定から、 $L(S_i) \cap R_{m_a} (= r_{m_a}(S_i))$ および $L(S_i) \cap (D_{TC} - R_{m_a})$ が共に空集合ではないので、 $|L(S_i)| - N_{S_i} > 0$ および $N_{S_i} > 0$ となる。上述した組込みの手順(B-1)では、SC最小テスト集合を導出する際に、(S_i に属する)1つのB集合内では、unusedの付された有向辺を任意に選ぶ。この結果、 $L(S_i)$ から任意に N_i 個のTC3項組をとるとり方の1つに対して、 $r_{m_a}(S_i)$ が決まる。従って、組込みの手順(B-1)での有向辺の選び方により、 $r_{m_a}(S_i)$ から l_1 を除いた集合に l_2 を要素として加えた $r'_{m_a}(S_i)$ もとり得る(図4参照)。これより、 R_{m_a} から $r_{m_a}(S_i)$ を除去し、 $r'_{m_a}(S_i)$ を加えることにより得られる集合は R_m の1つである。ゆえに、補題2.1が示された。□

補題2.1を用いて、補題2を証明する。

<補題2の証明> R_m の任意の1つを R_{m_a} とし、 R の任意の1つを R_a とする。 R_{m_a} と R_a の直和分割は次のようになる。

$$R_{m_a} = r_{m_a}(S_1) \oplus r_{m_a}(S_2) \oplus \dots \oplus r_{m_a}(S_M)$$

$$R_a = r_a(S_1) \oplus r_a(S_2) \oplus \dots \oplus r_a(S_M)$$

まず、任意のS集合 S_i ($1 \leq i \leq M$) において、 $|r_a(S_i)| \geq |r_{m_a}(S_i)|$ となることを示す。ここで、 $|L(S_i)| - N_i \leq 0$ ならば、3.1で述べた組込みの手順により、 $|r_{m_a}(S_i)| = 0$ となり、 $|r_a(S_i)| \geq |r_{m_a}(S_i)|$ となることは明らかなので、以

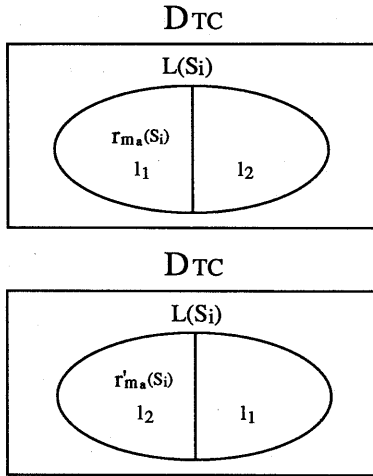


図4 補題2.1の証明における集合の関係

下, $|L(S_i)| - N_i > 0$ であるとする. S_i に属する B 集合を $B_{i_1}, B_{i_2}, \dots, B_{i_t}$ とし, SC 最小テスト集合を導出するとき各 B 集合で決まる有向辺の使用回数を, それぞれ, $n_{i_1}, n_{i_2}, \dots, n_{i_t}$ とする. $\{SC_m\}$ に属する任意の SC 最小テスト集合を導出するときには, $L(B_{i_j})$ ($1 \leq j \leq t$) から, 重複を許して n_{i_j} 個の TC 3 項組をとることになる. この結果得られる TC 3 項組の集合を A_{i_j} と表す. これから, $L(S_i)$ は,

$$L(S_i) = (A_{i_1} \cup A_{i_2} \cup \dots \cup A_{i_t}) \oplus r_a(S_i)$$

のように書ける. A_{i_j} を生成するとき重複を許しているので,

$$n_{i_j} \geq |A_{i_j}|$$

となる. また,

$$|A_{i_1}| + |A_{i_2}| + \dots + |A_{i_t}| \geq |A_{i_1} \cup A_{i_2} \cup \dots \cup A_{i_t}|$$

となる. したがって,

$$N_i = n_{i_1} + n_{i_2} + \dots + n_{i_t} \geq |A_{i_1} \cup A_{i_2} \cup \dots \cup A_{i_t}|$$

が成立する. $r_a(S_i)$ の要素数は,

$$|r_a(S_i)| = |L(S_i)| - |A_{i_1} \cup A_{i_2} \cup \dots \cup A_{i_t}|$$

で与えられる. 上述した組込みの手順によれば,

$$|r_{m_a}(S_i)| = |L(S_i)| - N_i$$

となるので,

$$|r_a(S_i)| \geq |r_{m_a}(S_i)|$$

が示された.

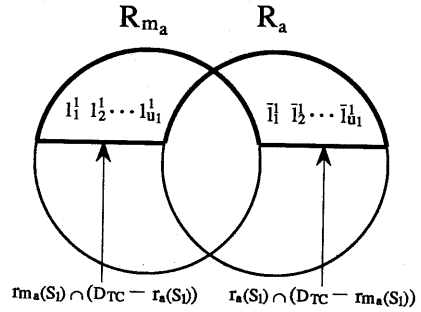


図5 補題2の証明における集合の関係

次に, $R_{m_a} = R_{m_0} \bowtie R_{m_1} \bowtie \dots \bowtie R_{m_j} \subseteq R_a$ となるような $R_{m_0}, R_{m_1}, \dots, R_{m_j}$ ($j \geq 0$) が存在することを示す.

いま, S_1 において, $r_{m_a}(S_1) \cap \{D_{TC} - r_a(S_1)\}$ に u_1 個の TC 3 項組 ($l_1^1, l_2^1, \dots, l_{u_1}^1; 1 \leq u_1 \leq |r_{m_a}(S_1) \cap \{D_{TC} - r_a(S_1)\}|\}$) が属していることとする (図5参照). 式(7)が成立していることから, $r_a(S_1) \cap \{D_{TC} - r_{m_a}(S_1)\}$ より, 各 l_k^1 ($1 \leq k \leq u_1$) に対して互いに異なった u_1 個の TC 3 項組 l_k^2 を選ぶことができる. R_{m_a} から, 任意の1つの要素 l_k^1 ($1 \leq k \leq u_1$) を除去し, 代わりに l_k^2 を要素とした新たな集合は, 補題2.1より, R_{m_a} と隣接する R_m の1つである. このような要素の入れ換えを l_1^1 から $l_{u_1}^1$ まで繰り返すと,

$$R_{m_1}^1 = (R_{m_a} - \{l_1^1\}) \cup \{l_1^2\}$$

$$R_{m_2}^1 = (R_{m_1}^1 - \{l_2^1\}) \cup \{l_2^2\}$$

⋮

$$R_{m_{u_1}}^1 = (R_{m_{u_1-1}}^1 - \{l_{u_1}^1\}) \cup \{l_{u_1}^2\}$$

が得られ, これらの集合は, $R_{m_a} \bowtie R_{m_1}^1 \bowtie R_{m_2}^1 \bowtie \dots \bowtie R_{m_{u_1}}^1$ を満たす. また, l_k^1 が存在しないときには, $R_{m_{u_1}}^1 = R_{m_a}$ とする. S_2 においても, 上と同様に TC 3 項組を選ぶことができれば, $R_{m_{u_1}}^1$ から $R_{m_2}^2 = (R_{m_{u_1}}^1 - \{l_2^2\}) \cup \{l_2^3\}$ のような集合を順次生成することができる. 以上の操作をすべての S_i において行えば, $R_{m_a} \bowtie R_{m_1}^1 \bowtie R_{m_2}^1 \bowtie \dots \bowtie R_{m_{u_h}}^h \subseteq R_a$ となるような $R_{m_1}^1, R_{m_2}^1, \dots, R_{m_{u_h}}^h$ が得られる. 従って, 補題2が示された. □

4. むすび

本論文では, 機能的に3つのブロックに分割された制御回路を命令実行により検査するという前提のもとで, タイミングコントローラの入力と状態との組を最大限に検査できるようなシーケンサの最小テスト集合の導出法を示した. この方法を, 例えば, Intel 8080⁽⁶⁾ の制御回路と同じ入力仕様をもつ回路に適用した場合, タイミングコントロー

ラの入力と状態の組の総数 1796 のうち、1696 の組はシーケンサの最小テスト集合により検査することができる。今後の課題は、本方法で検査できなかったタイミングコントローラの入力と状態の組に対するテスト集合の導出法を与えることである。

文 献

- (1) M. J. Y. Williams and J. B. Angell: "Enhancing testability of large-scale integrated circuits via test points and additional logic", IEEE Trans. Comput., C-22, 1, pp. 46-60 (Jan. 1973).
- (2) S. Funatu, N. Wakatsuki and T. Arima: "Test generation systems in Japan", Proc. 12th Design Automation Symp., 6 pp. 114-122 (1975).
- (3) E. B. Eichelberger and T. W. Williams: "A logic design structure for LSI testability", J. Design Automat. Fault-Tolerant Comput., 2, pp. 165-178 (May 1978).
- (4) 岡本卓爾, 大西伸一, 樹下行三: "ランダムロジックで構成したプロセッサ制御回路の検査容易化設計", 信学論 (D), J70-D, 7, pp. 1294-1303 (昭 63-11).
- (5) 荒川文男, 岩崎一彦, 山口 昇, 西向井忠彦, 川崎郁也, 稲吉秀夫: "VLSI プロセッサにおける検査容易化設計法", FTC 研究会, R88-28, pp. 29-34 (昭 63-11).
- (6) 的場和男, 佐藤洋一郎, 岡本卓爾: "命令実行により検査するときのプロセッサ制御回路のテスト生成問題", 信学論 (D-I), J73-D-I, 1, pp. 56-64 (平 2-1).
- (7) 的場和男, 横平徳美, 杉山裕二, 岡本卓爾: "プロセッサにおけるシーケンサのテスト集合生成法": 信学技法, FTS-90-11, (1990-06).
- (8) "8080 microcomputer system user's manual", Intel Co. (1975).

付 録

(PB-1 の証明) B 集合の定義より, 任意の 1 つの B 集 B_i に属するすべての有向辺に対して, 有向辺のラベルとその有向辺の始点のラベルとから決まる X_1, X_2, P_2, Q_1 の値の組は互いに一致する。すなわち, SC4 項組が一致する (P_3 の値は X_1 と X_2 の値により決まる) ので, $L(B_i)$ の各要素に含まれる P_1 の値も一致する。□

(PB-2 の証明) $L(B_s)$ (または $L(B_t)$) に属するすべての TC3 項組において, B 集合の定義より, Q_2 の値が一致し, (PB-1) より, P_1 の値も一致する。そこで, 次のような 2 つの場合に分ける。

- (1) $L(B_s)$ と $L(B_t)$ に属する TC3 項組において, P_1 または Q_2 の少なくとも一方が異なる場合。

この場合, 明らかに, $L(B_s) \cap L(B_t) = \phi$ が成立する。

- (2) P_1 が一致し, かつ, Q_2 が一致する場合。

B_s と B_t に属する有向辺に付された P_2 の値およびそれらの有向辺の終点に付された Q_2 (Q_2' と書く) の値により, さらに, 次の 2 つの場合に分ける。

- (a) P_2 または Q_2' の値の少なくとも一方が異なる場合。

$L(B_s) \cap L(B_t) \neq \phi$ であるとし, その積集合に属する TC3 項組の 1 つを l とする。 l に対して, 異なる P_2 の値, または, 異なる Q_2' の値が得られることは, TC の回路構成上, TC3 項組の各々に対して, P_2 の値と Q_2' の値が一意に決まることに矛盾する。ゆえに, $L(B_s) \cap L(B_t) = \phi$ が成り立つ。

- (b) P_2 の値が一致し, Q_2' の値も一致する場合。

いま, $L(B_s)$ に属する任意の 1 つの TC3 項組の X_3 の値を x_3 とする。また, B_t に属する有向辺に付された X_1 と X_2 の値を, それぞれ, x_1 と x_2 とし, それらの有向辺の始点を v_t とする。2. 1 の制御回路の構成条件 (1) より, v_t から出射し, かつ, x_1 と x_2 が付された有向辺の中に, 必ず x_3 の付されたもの (e とする) も存在する。構成条件 (2) より, e に付された P_1 の値は, $L(B_t)$ に属する TC3 項組のそれと一致する。これより, e と v_t とのラベルから決まる TC3 項組は, $L(B_s)$ の要素の中で x_3 を含むものと一致する。従って, e に付された P_2 の値と e の終点に付された Q_2 の値は, それぞれ, B_t における P_2 の値と Q_2' の値に等しい。このことから, e と v_t とのラベルで決まる SC4 項組が B_t に属する有向辺のそれに等しいことが分かるので, e の終点に付された Q_1 の値は, B_t に属する有向辺の終点に付されたそれと一致する。この結果, e の終点と B_t に属する有向辺の終点とは同一の頂点となる。すなわち, e は B_t の一要素である。これより, $L(B_s)$ の要素で x_3 を含むものは, 必ず $L(B_t)$ にも存在する。この逆も同様に成り立つ。ゆえに, $L(B_s) = L(B_t)$ が成り立つ。□