設計自動化 62－22
（1992. 5.28）

対称構造をもつ相互結合回路の平衡解について

高橋 規一　　西 哲生

九州大学工学部

直流電源、キャパシタ、オペアンプ、抵抗からなるダイナミック回路は一般に多数の平衡点を持ち得る。Hopfield 型回路は、この種の回路で、連想記憶等への応用がしばしば論じられいる。

本論文では、対称構造を持つ相互結合型回路（Hopfield 型回路）において、平衡点の特徴を与え、それを基にして平衡点の組を厳密に与え、これが上記の回路で構成できるための必要十分条件を構成的に与える。この際には、回路の平衡点の個数、特徴、分布等が重要な要素となる。

On the Equilibrium Points of Mutually Coupled Circuits with Symmetrical Structure

Norikazu TAKAHASHI and Tetsuo NISHI

Department of Computer Science and Communication Engineering
Kyushu University

Fukuoka 812,Japan

In this paper we study on the equilibrium points of mutually coupled circuits (Hopfield circuits) with symmetrical structure. First we show the characterizations of equilibrium points of these circuits. Secondly we give the realizability condition for the prescribed set of points to be exactly equilibrium points of a circuit.

1. はじめに

直流電源、キャパシタ、オペアンプ、抵抗からなるダイナミック回路は一般に多数の平衡点をもちうる。Hopfield 型回路は、この種の回路であり、連想記憶等への応用がしばしば論じられている。その際の基本的問題は、(1)（安定）平衡点の個数、(2) 任意に規定できる平衡点、(3) 規定しなかった余分の平衡点、及び (4) 所望の平衡点を実現する回路パラメータの定め方、等である。(1) の問題は、連想記憶容量に対応する。 上記の諸問題は、ニューラル回路の応用の際に非常に重要で、（オペアンプ特性、回路構造等に対する）種々の仮定のもとで、これまでにも多くの研究がなされてきた。[1]–[9]

平衡点の解析は原回路でキャパシタを除いたいわゆる直流回路の解析に帰着する。

抵抗回路の解析に関しては、解の一意性、解の探索法に関する研究が大部分であり[10]–[16]、解の個数に関する研究は極少ない。西[18]–[21]は、ある種の回路の解の個数に関し、その上限等の結果を与えているが、正確な解の個数については与えていないし、また、解の特徴等については殆ど何もわかっていない。 本論文では、文献[21]で少し検討を行った対称構造を持つ相互結合型回路（Hopfield 型回路）において、オペアンプが（後述のように）飽和特性を持つ区分線形特性の場合に対し、平衡点の特徴を与え、それを基にして、正確に与えられる平衡点の組が上記の回路で構成できるための必要十分条件を構成的に与える。

2. 回路方程式

本論文で取り扱う Hopfield 型回路は、図 1 ように、n 個のキャパシタ、n 個の飽和特性を持つ非線形オペアンプ、線形抵抗 n ポート Nから構成され、次の (a)〜(e) のような対称構造の条件を満足すると仮定する。

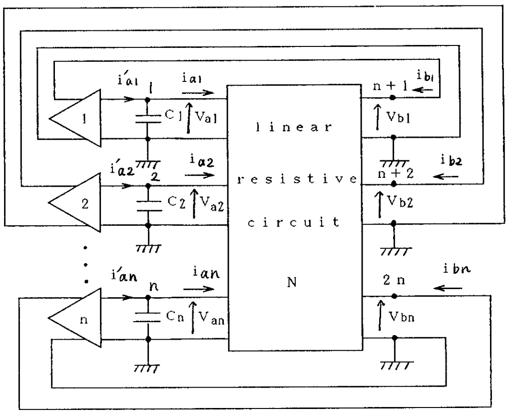

図 1:

(a)$C_1 = C_2 = \cdots = C_n (= C)$
(b) n ポート Nには内部節点はなく、各ポートの一端は接地されている（図 1 参照）。
(c) 各オペアンプの入力端子の一端は接地されている
(d) 各オペアンプの入出力特性は極性を除いて同一で、図 2 の区分線形関数 $f(x)$ を用いて

$$f_k = \pm f \qquad (k = 1, 2, \cdots, n) \tag{1}$$

で表せる。
(e)n ポート Nは、整数 s, t を $1 \leq s, t \leq n,\ \ s \neq t$ とするとき、Nの節点 $s, t, s+n, t+n$ の間は図 3 のような対称構造をもつ。

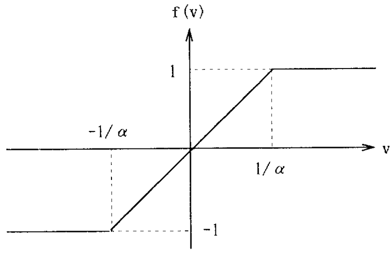

図 2:

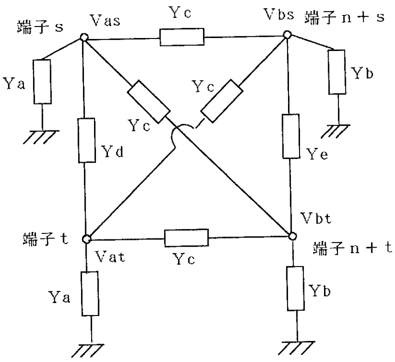

図 3:

図 3 において、一般性を失うことなく

$$y_b = y_e = 0 \tag{2}$$

とする。このとき、n ポート Nのアドミタンス行列は次のようになる。

$$Y = \begin{bmatrix} Y_{aa} & Y_{ab} \\ Y_{ba} & Y_{bb} \end{bmatrix} \qquad Y_{ab} = Y_{ba}^T \tag{3}$$

$$Y_{aa} = \begin{bmatrix} a & -b & \cdots & -b \\ -b & a & \cdots & -b \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ -b & -b & \cdots & a \end{bmatrix} \tag{4}$$

$$Y_{ab} = \begin{bmatrix} -p & -q & \cdots & -q \\ -q & -p & \cdots & -q \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ -q & -q & \cdots & -p \end{bmatrix} \tag{5}$$

$$Y_{bb} = diag[y_B, y_B, \cdots, y_B] \tag{6}$$

ここで、肩符 Tは行列の転置を表すとし、

$$\begin{aligned} a &= y_a + y'_c + (n-1)y_c + (n-1)y_d \\ b &= y_d \\ p &= y'_c \\ q &= y_c \\ y_B &= y'_c + (n-1)y_c \end{aligned} \tag{7}$$

である。図1において

$$V_a = [V_{a1}, V_{a2}, \cdots, V_{an}]^T \tag{8}$$

$$I'_a = [i'_{a1}, i'_{a2}, \cdots, i'_{an}]^T \tag{9}$$

を、それぞれ、オペアンプの入力電圧ベクトル、入力電流ベクトルとすると、$I'_a = 0$ であるから、図1より次の回路方程式を得る。

$$\begin{bmatrix} C\frac{d}{dt} + Y_{aa} & Y_{ab} \\ Y_{ba} & Y_{bb} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_a \\ F(V_a) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ I_b \end{bmatrix} \tag{10}$$

ただし

$$C = diag[C_1, C_2, \cdots, C_n] \tag{11}$$

$$F(V_a) = [f_1(V_{a1}), f_2(V_{a2}), \cdots, f_n(V_{an})]^T \tag{12}$$

となる。(10) 式の第2式は I_b を与える式であるから、(10) の第1式:

$$(C\frac{d}{dt} + Y_{aa})V_a + Y_{ab}F(V_a) = 0 \tag{13}$$

のみを考えればよい。回路の平衡点は (13) 式より

$$Y_{aa}V_a + Y_{ab}F(V_a) = 0 \tag{14}$$

を解いて求められる。(14) 式は、$X = V_a$ とおけば次のように書ける。

$$AF(X) + X = 0 \tag{15}$$

$$A = Y_{aa}^{-1}Y_{ab} \tag{16}$$

(16) 式において

$$Y_{aa}^{-1} = \frac{1}{\Delta}\begin{bmatrix} \Delta_0 & b & \cdots & b \\ b & \Delta_0 & \cdots & b \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ b & b & \cdots & \Delta_0 \end{bmatrix} \tag{17}$$

$$\Delta = (a+b)\{a-(n-1)b\} \tag{18}$$

$$\Delta_0 = a-(n-2)b \tag{19}$$

となるから、

$$A = Y_{aa}^{-1}Y_{ab} = -\frac{1}{\Delta}\begin{bmatrix} \gamma & \delta & \cdots & \delta \\ \delta & \gamma & \cdots & \delta \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ \delta & \delta & \cdots & \delta \end{bmatrix} \tag{20}$$

$$\gamma = ap + bq - (n-2)(p-q)b \tag{21a}$$

$$\delta = ap + bp \tag{21b}$$

となる。よって、(16),(20) 式により、回路方程式は

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \frac{1}{\Delta}\begin{bmatrix} \gamma & \delta & \cdots & \delta \\ \delta & \gamma & \cdots & \delta \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ \delta & \delta & \cdots & \gamma \end{bmatrix}\begin{bmatrix} f_1(x_1) \\ f_2(x_2) \\ \vdots \\ f_n(x_n) \end{bmatrix} \tag{22}$$

で表される。

以上は、図1の回路でオペアンプの入力端子に強制入力（電流源）がない場合であるが、強制入力がある場合には、(22) は次のように変わる。

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \frac{1}{\Delta}\begin{bmatrix} \gamma & \delta & \cdots & \delta \\ \delta & \gamma & \cdots & \delta \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ \delta & \delta & \cdots & \gamma \end{bmatrix}\begin{bmatrix} f_1(x_1) \\ f_2(x_2) \\ \vdots \\ f_n(x_n) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_n \end{bmatrix} \tag{23}$$

3. 平衡解の標準形

(22) または (23) で与えられる平衡解 $X = [x_1, x_2, \cdots, x_n]^T$ の各成分は、図2の正負の飽和領域にあることも、線形領域にあることもある。Hopfield 型回路を連想記憶として利用する場合のことを考えると、線形領域の解はあまり有効ではないと考えられる。そこで本稿では、X のすべての成分が飽和領域のみにある解を問題とする。すなわち、以下では、

$$f_i(x_i) = \pm 1$$

となる解のみを検討の対象とする。これを以下では“平衡解”といわず、単に“解”ということにする。

図1の回路において、オペアンプがすべて正相で、強制入力がない場合（すなわち、(22) で $f_i = f$ の場合）は γ の大きさと、解 X の中の正負の成分の個数の関係で解を特徴づけることが出来る。[21]

本論文では、オペアンプは全て正相とし、強制入力を加えた場合、すなわち (23) で

$$f_1 = f_2 = \cdots = f_n = f \tag{24}$$

とした場合について検討する。一般性を失うことなく

仮定1： $I_1 \leq I_2 \leq \cdots \leq I_n$ (25)

とする。(23) を、x_1,x_2 に着目すると、

$$x_1 = \frac{1}{\Delta}\{\gamma f(x_1) + \delta f(x_2) + \delta\sum_{i=3}^{n} f(x_i)\} + I_1 \tag{26}$$

$$x_2 = \frac{1}{\Delta}\{\delta f(x_1) + \gamma f(x_2) + \delta\sum_{i=3}^{n} f(x_i)\} + I_2 \tag{27}$$

$$x_j = \frac{1}{\Delta}\{\delta f(x_1) + \delta f(x_2) + \gamma f(x_j) + \delta\sum_{\substack{i=3 \\ i\neq j}}^{n} f(x_i)\} + I_j \tag{28}$$

$$(j = 3, 4, \cdots, n)$$

となる。

今、$X = [x_1, x_2, \cdots, x_n]$ と $\tilde{X} = [\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \cdots, \tilde{x}_n]$ を

$$f(x_1) = 1 \qquad f(x_2) = -1 \tag{29}$$

$$f(\tilde{x}_1) = -1, \qquad f(\tilde{x}_2) = 1 \tag{30}$$

$$f(x_i) = f(\tilde{x}_i) \quad (i = 3, 4, \cdots, n) \tag{31}$$

を満たすベクトルとし、$X, \tilde{X}$ が解となるために各変数が満たすべき条件は次のようになる。

$$x_1 = \frac{1}{\Delta}\{\gamma - \delta + \delta\sum_{i=3}^{n} f(x_i)\} + I_1 \geq \frac{1}{\alpha} \tag{32}$$

$$x_2 = \frac{1}{\Delta}\{\delta - \gamma + \delta\sum_{i=3}^{n} f(x_i)\} + I_2 \leq -\frac{1}{\alpha} \tag{33}$$

$$x_j = \frac{1}{\Delta}\{\delta - \delta + \gamma + \delta\sum_{\substack{i=3 \\ i\neq j}}^{n} f(x_i)\} + I_j \geq \frac{1}{\alpha} \tag{34a}$$

$$(f(x_j) = 1 \quad \text{のとき})$$

$$= \frac{1}{\Delta}\{\delta - \delta - \gamma + \delta\sum_{\substack{i=3 \\ i\neq j}}^{n} f(x_i)\} + I_j \leq -\frac{1}{\alpha} \tag{34b}$$

$$(f(x_j) = -1 \quad \text{のとき})$$

$$\tilde{x}_1 = \frac{1}{\Delta}\{-\gamma+\delta+\delta\sum_{i=3}^{n} f(\tilde{x}_i)\} + I_1 \le -\frac{1}{\alpha} \tag{35}$$

$$\tilde{x}_2 = \frac{1}{\Delta}\{-\delta+\gamma+\delta\sum_{i=3}^{n} f(\tilde{x}_i)\} + I_2 \ge \frac{1}{\alpha} \tag{36}$$

$$\tilde{x}_j = \frac{1}{\Delta}\{-\delta+\delta+\gamma+\delta\sum_{\substack{i=3\\ i\neq j}}^{n} f(\tilde{x}_i)\} + I_j \ge \frac{1}{\alpha} \tag{37a}$$

$$(f(\tilde{x}_j) = 1 \quad \text{のとき})$$

$$= \frac{1}{\Delta}\{-\delta+\delta-\gamma+\delta\sum_{\substack{i=3\\ i\neq j}}^{n} f(\tilde{x}_i)\} + I_j \le -\frac{1}{\alpha} \tag{37b}$$

$$(f(\tilde{x}_j) = -1 \text{のとき})$$

(31) により、(34) と (37) は全く同じ式である。一方 (25) により、(32) の不等式 が満足されていれば (36) の不等式が満足され、また、(33) が満足されれば (35) の不等式が満足される。このことから、"(29) の解があれば、(30) の解もある" といえる。以上は、x_1, x_2に着目した結論であるが、上記の x_1, x_2を一般の x_i, x_j $(i<j)$ それぞれに置き換えても同様の議論が成り立つ。以上より

補助定理 1　$f(x_i)=1, f(x_j)=-1$ $(i<j)$ である解 X が存在すれば、$f(\tilde{x}_i)=-1, f(\tilde{x}_j)=1, f(\tilde{x}_l)=f(x_l)$ である解$\tilde{X}$が存在する。

同様な論法で、次の結果が得られる。

補助定理 2　Xを (23) の解とし、$i<j<k<m$ を満たす、ある i,j,k,m に対し

$$f(x_i)=1\ f(x_j)=-1\ f(x_k)=1\ f(x_m)=-1 \tag{38}$$

とする。このとき

$$f(\tilde{x}_i)=1\ f(\tilde{x}_j)=1\ f(\tilde{x}_k)=-1\ f(\tilde{x}_m)=-1 \tag{39}$$

$$f(\tilde{x}_l)=f(x_l) \quad (l\neq i,j,k,m) \tag{40}$$

となる解$\tilde{X}$が存在する。

$F(X)=[m_1,m_2,\cdots,m_n]^T$ $(m_i=\pm)$ が (23) の解であるとき、便宜上、$F^{-1}[m_1,m_2,\cdots,m_n]^T$を (23) の解という。

例 1　$F^{-1}[1,-1,1,-1]^T$が解であれば、補助定理 1 、2 により次の五つも解である。

$$F^{-1}[-1,1,1,-1]^T \qquad F^{-1}[-1,1,-1,1]^T$$

$$F^{-1}[1,1,-1,-1]^T \qquad F^{-1}[1,-1,-1,1]^T$$

$$F^{-1}[-1,-1,1,1]^T$$

$i<j$とする。このとき、$X=[x_1,x_2,\cdots.x_n]^T$において、x_iを x_jより "上位の成分"、x_jを x_iより "下位の成分" ということにする。補助定理 1 は、解 Xの中の正、負の成分の個数が同一であれば、負の成分は上位に、正の成分は下位になりやすいことを意味する。したがって、補助定理 1 により、解は、負の成分の最下位、正の成分の最上位で特徴づけられるであろうことが期待できる。実際、次の定理が成り立つ。

定理 1　方程式 (23) に対し、kを $0\le k\le n$ である整数とするとき、負の成分数が kである解に関し、次のいずれかが生ずる。ただし、以下では m を k個並べたものを $m^{[k]}$ で表すとする。

(a) 負の要素数が kの解は存在しない。

(b)

$$F^{-1}[-1^{[k]}, 1^{[n-k]}]^T \tag{41}$$

の解があり、かつ

$$F^{-1}[-1^{[k-1]}, 1, -1, 1^{[n-k-1]}]^T \tag{42}$$

の解が存在しない。

(c)

$$F^{-1}[-1^{[l_1]}, 1^{[l_2-k-1]}, -1^{[k-l_1]}, 1^{[n-l_2+1]}]^T \tag{43}$$

$$(l_2-k-1\ge 1,\ k-l_1\ge 1) \tag{44}$$

は解であり、かつ

$$F^{-1}[-1^{[l_1-1]}, 1, -1, 1^{[l_2-k-2]}, -1^{[k-l_1]}, 1^{[n-l_2+1]}]^T \tag{45}$$

及び

$$F^{-1}[-1^{[l_1]}, 1^{[l_2-k-1]}, -1^{[k-l_1-1]}, 1, -1, 1^{[n-l_2]}]^T \tag{46}$$

は解でない。

(b) の場合を "(23) は kに対しパタン 1 の解をもつ" といい、(c) の場合を "(23) は kに対しパタン 2 の解をもつ" といい、(41),(43) を kに対する基準解とよぶ。定理 1 及び補助定理 1 , 2 により

定理 2　(23) が kに対しパタン 1 の解をもつ場合には、kに対しては (41) のみがただ一つの解である。また、(23) が kに対しパタン 2 の解をもつ場合には

$$F^{-1}[(-1)^{[l_1]}, \pm1, \pm1, \cdots, \pm1, (-1)^{[n-l_2+1]}]^T$$

において、-1 の個数が k個となるあらゆる組み合わせの解が存在するし、k個の負成分をもつ解はそれ以外には存在しない。

パタン 1 の基準解 (43) に対しては、$l_1=k, l_2=k+1$ と定義する。

定理 2 により、方程式 (23) の解は、各 kに対する、l_1, l_2 を与えることにより、完全に定まる。

(44) より

$$0\le l_1\le k-1 \tag{47}$$

$$k+2\le l_2\le n+1 \tag{48}$$

これから

$$l_2-l_1\ge 3 \tag{49}$$

$$k=0,n \text{ はパタン 2 としては存在しない} \tag{50}$$

となる。

例えば、$n=10$ に対する基準解の表現法としては、表 1 のように書ける。

k	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$l_1(k)$	0	0	2	1	4			$\cdots$			10
$l_2(k)$	1	3	3	6	5			$\cdots$			11

表 1:

ある kに対して、解が存在しない場合には、対応する l_1, l_2 の欄は空欄としておけばよい。

4. 与えられた平衡解の実現

解の中の負の成分の個数を kとし、各 kに対する基準解の

$l_1(k), l_2(k)$ が与えられたとき、それらを解とするように、方程式 (23) のパラメータを定め得るか否か、もし定め得る場合には、その定め方が問題である。

簡単のため、次の仮定をする。

仮定 2： 各 k に対して、負成分の個数が k である解が少なくとも一つ存在する。

後の記述の便宜上

$$P_k \equiv \frac{1}{\Delta}\{-\gamma-(n-2k-1)\delta\}+\frac{1}{\alpha} \qquad (k=0,1,\cdots) \tag{51}$$

$$Q_k \equiv \frac{1}{\Delta}\{\gamma-(n-2k+1)\delta\}-\frac{1}{\alpha} \qquad (k=0,1,\cdots) \tag{52}$$

と定義する。これから、

$$P_{k+1} > P_k \qquad Q_{k+1} > Q_k \tag{53}$$

$$P_{k+1}-P_k = Q_{k+1}-Q_k = 2\delta \quad (k=0,1,\cdots) \tag{54}$$

である。

定理 3 与えられた $l_1(k), l_2(k)$ がすべて実現できるための必要十分条件は

(i) パタン 1 の k に対しては、以下の条件 (A),(B) の両方と (Γ_1) または (Γ_2) の少なくとも一方が成り立つ

(ii) パタン 2 の k に対しては、以下の条件 (A),(B),(Γ_1), (Γ_2) のすべてが成り立ち、かつ、条件を満足する $I_i(i=1,\cdots,n)$ が存在することである。

$$(A) \quad I_{l_1(k)+1} \geq P_k \tag{55}$$

$$(B) \quad I_{l_2(k)-1} \leq Q_k \tag{56}$$

$$(\Gamma_1) \quad I_{l_1(k)} < P_k \tag{57}$$

$$(\Gamma_2) \quad I_{l_2(k)} > Q_k \tag{58}$$

ただし、(57) 及び (58) 式において、$l_1(k)=0, l_2(k)=n+1$ のときは

$$I_0 < P_k \quad I_{n+1} > Q_k$$

と形式上 I_0, I_{n+1}が現れるが、

$$I_0 < P_0\ ,\ Q_0 \tag{59}$$

$$I_{n+1} > P_n\ ,\ Q_n \tag{60}$$

を満足しているものと考えれば、$l_1(k)=0, l_2(k)=n+1$ に対しては、(Γ) 条件は常に満足されている。

まず、条件 (A) 及び (B) を同時に満足する I_iが存在することは、$P_n < Q_0$とすればよいことから明かであるので、Q_0をどれだけ小さくできるのかが当面の問題である。そこで、条件 (A),(B) 及び仮定 1 より

$$P_{h(i)} \leq I_i \leq Q_{l(i)} \quad (i=1,2,\cdots,n) \tag{61}$$

となる最大の $h(i)$, 最小の $l(i)$ が求まる。$h(i)-l(i)$ の最大となる i を i_0とし、この i_0に対し

$$\alpha \equiv h(i_0)-l(i_0) \tag{62}$$

とおく。具体的にはαは

$$\alpha = \max_{k,k'}\{k-k' | l_2(k') \geq l_1(k)+2\} \tag{63}$$

で求められる。このαに対し、

$$Q_{i-\alpha-\beta} = P_i + \delta \quad (i=1,2,\cdots,n) \tag{64}$$

となるようにする。ただし

$$\beta \geq 0 \qquad (\beta\text{は整数}) \tag{65}$$

(65) のβに対し、(64) のように Q_iを定めると、条件 (A), (B) を満たす I_iの存在が保証される。一方、条件Γは、Q_iを（P_i と比べ）小さくすればするほど満足され易くなる。例えば、$Q_n < P_0$とすればΓ条件を全て満たす I_iが明らかに存在する。このことから、(A), (B) を満足し、かつできるだけΓ条件を満たすようにするには、(64) で$\beta=0$ とするときが最良となる（厳密に証明できるが、ここでは省略する）。

与えられた $l_1(k), l_2(k)$ に対し、次の操作により集合 S_1, S_2 を定める。

ステップ 0： $S_1=S_2=\phi$とする。

ステップ 1： $k<k'$に対し $l_1(k)>l_1(k')$ であるとき、$l_1(k)$ に×をつけ、S_1に kを加える。同様に、$k<k'$に対して、$l_2(k)>l_2(k')$ のとき、$l_2(k')$ に×をつけ、S_2に k'を加える。

ステップ 2： 上の過程で×のつかなかった $l_1(k), l_2(k)$ に対し、次のようにして集合 S_1, S_2を定める。

$$l_2(k') \leq l_1(k'') \tag{66}$$

である k', k'' $(\neq 0, n)$ に対し

$$k'' \leq k'+\alpha \tag{67}$$

のとき、S_1に k'を、S_2に k''を加える。

定理 4 与えられた基準解の $l_1(k), l_2(k)$ が実現できるための必要十分条件は、S_1, S_2両方にパタン 2 の kを含まず、かつ、パタン 1 の kが、S_1, S_2 両方には含まれないことである。
（証明略）

例 2 $n=9$ とし、次の基準解の実現可能性を考える。

k	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
l_1	0	1	1	3	4	3	3	7	6	9
l_2	1	2	4	4	5	7	8	8	10	10

表 2: 例 2

まず、ステップ 1 により l_1の行の 4 に×をつける。次に、ステップ 2 を行うと、$S_1=\{3,4,7\}$, $S_2=\{1,5\}$ となる。ただし、表 2 では$\alpha=2$ である。定理 4 により、表 2 は実現できることがわかる。

例 3 以下に $n=9$ の場合の実現不可能な仕様の例を示す。

k	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
l_1	0	0	2	3	2	5	3	5	6	9
l_2	1	4	3	4	6	6	8	9	10	10

表 3: 例 3

まず、ステップ 1 により l_1の行の $k=3,5$ と、l_2の行の $k=2$ に×をつける。次に、ステップ 2 を行うと、$S_1=\{3,5,8\}$, $S_2=\{2,5\}$ となる。ただし、表 2 では$\alpha=3$ である。S_1に、パタン 2 の $k(8)$ が含まれており、S_1, S_2の両方に、パタン 1 の $k(5)$ が含まれているから、定理 4 により、表 2 は実現できないことがわかる。

参考文献

[1]J.Li, A.N.Michel, and W.Porod, "Qualitative analysis and synthesis of a class of neural networks:variable structure systems with infinite gains", IEEE Trans. Circuits and Systems, vol.36, no.5, pp.713-731, May 1989

[2]J.-H.Li, A.N.Michel, and W.Porod, "Analysis and synthesis of a class of neural networks:Linear systems operating on a closed hypercube", IEEE Trans. Circuits and Systems, vol.36, no.11, pp.1405-1422, November 1989
[3]J.A.Farrell and A.N.Michel, "A synthesis procedure for Hopfield's continuous-time assosiative memory", IEEE Trans. Circuits and Systems, vol.37, no.7, pp.877-884, July 1990
[4]J.H.Li, A.N.Michel, and W.Porod, "Qualitative analysis and synthesis of a class of neural networks", IEEE Trans. Circuits Syst., vol.35, pp.976-986, Aug. 1988.
[5]A.N.Michel, J.A.Farrel, and W.Porod, "Qualitative analysis of neural networks", IEEE Trans. Circuits Syst., vol.36, pp.229-243, Feb. 1989.
[6]J.H.Li, A.N.Michel, and W.Porod, "Qualitative analysis and synthesis of a class of neural networks: Linear systems operating on a closed hypercube", IEEE Trans. Circuits Syst., vol.36, pp.1405-1422, Nov. 1989.
[7]L.T.Grujic and A.N.Michel, "Qualitative analysis of neural networks under structural perturbations", Proc. 1990 ISCAS, pp.391-394, May. 1990.
[8]L.T.Grujic and A.N.Michel, "Exponential stability and trajectory bounds of neural networks under structural variations", IEEE Trans. Circuits Syst., vol.38, pp.1182-1192, Oct. 1991.
[9]G. Yen and A.N.Michel, "A learning and foretting algorithm in associative memories: Results involving psudoinverses", IEEE Trans. Circuits Syst., vol.38, pp.1193-1205, Oct. 1991.
[10]I.W.Sandberg and A.N.Willson, "Some theorems on properties of dc equations of nonlinear networks", BSTJ, vol.48, pp.1-34, 1969
[11]R.O.Nielsen and A.N.Willson, "A fundamental result concerning the topology of transistor circuits with multiple equilibria", Proc. IEEE, vol. 68, pp.186-208, Feb. 1980
[12]T.Nishi and L.O.Chua, "Toological criteria for nonlinear resistive circuits containing controlled sources to have a unique solution", IEEE Trans. vol. CAS-31, pp.722-741, Aug.1984
[13]T.Nishi and L.O.Chua, "Nonlinear op-amp circuitsd:Existence and uniqueness of solution by inspection", Int'l J. Circuit Theory and Appl., vol.12, pp.145-173, 1984
[14] T.Fujisawa, E.S.Kuh and T.Ohtsuki,"A sparse matrix method for analysis of piecewise-linear resistive networks",IEEE Trans. CT-19, pp.571-584,Nov. 1972
[15] T.Fujisawa and E.S.Kuh,"Piecewise-linear theo-ry of nonlinear networks", SIAM J. Appl. Math.,22,pp.307-328,1972
[16] 浦浜、西、"非線形抵抗回路方程式の解の一意性について"、九大工学集報、vol.58,no.1, pp.53-59, 1985
[17] M.Foseprez, M.Hasler and C.Schnettzler,"On the number of solutions of piecewise linear resis-tive circuits", Private communication
[18]T.Nishi, "On the number of solutions of piecewise-linear resistive circuits containing controlled sources", Proc. JTC-CSCC'88, pp.529-532, 1988
[19]T. Nishi, "On the number of solutions of resistive circuits ccontaining op-amps with saturation", IEICE Tech. Rept.CAS90-115, Jan. 1991.
[20]T.Nishi,"On the number of solutions of a class of nonlinear resistive circuits",Proc.1991 ISCAS,pp.766-769,May 1991.
[21] 西、S. モロサノフ、"ある種の Hopfield 回路の安定平衡点の個数"、CAS 研資,Jan.1992.